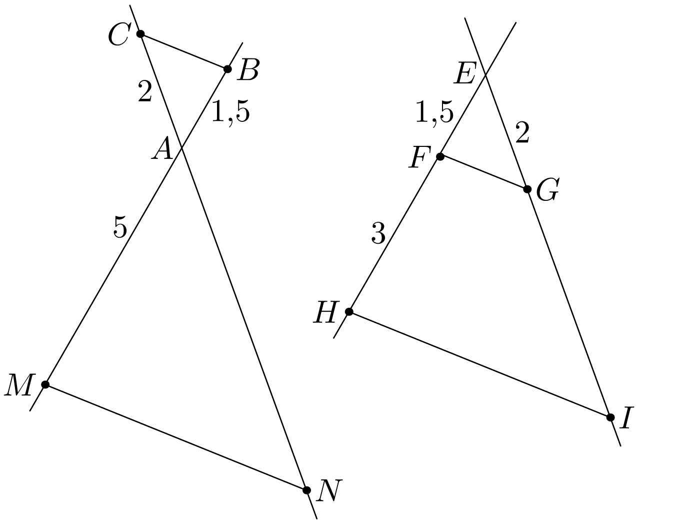
Troisième/Théorème de Thalès

1. Théorème de Thalès: configuration en papillon :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 3451

On considère les deux configurations suivantes dans le plan :



Les droites (BC) et (MN) et les droites (FG) et (HI) sont respectivement parallèles entre elles.

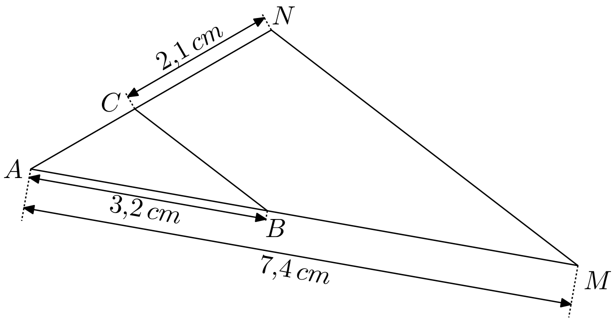
1. A l'aide du théorème de Thalès, déterminer la longueur du segment $[AN]$.
2. a. Donner la longueur du segment $[EH]$.
   b. A l'aide du théorème de Thalès, déterminer la longueur du segment $[EI]$.
   c. En déduire que la longueur du segment $[GI]$.

2. Théorème de Thalès et équation ⚠ :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 1136

Dans la figure ci-dessous, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



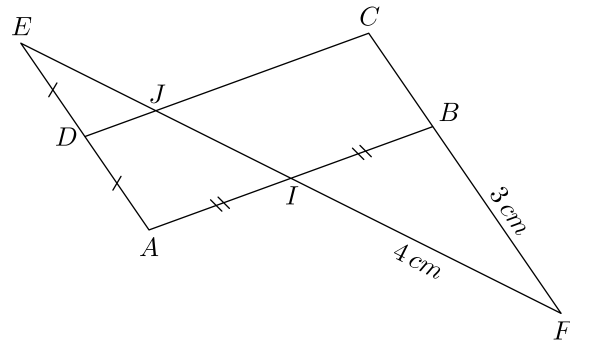
Déterminer la mesure du segment $[AC]$.

Exercice 1139

1. a. Tracer un rectangle $ABCD$ tel que :
   $AB = 1{,}5\,cm$; $AD = 6\,cm$
   b. Placer le point I appartenant à $[BC]$ tel que :
   $$BI = \frac{1}{3}\,BC.$$
   c. Nommer M le point d'intersection des droites (AI) et (CD).
2. Déterminer la longueur du segment $[MC]$.
3. Déterminer la longueur du segment $[AM]$.

Exercice 4792

On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous où :
$AB = 4\,cm$; I est le milieu de $[AB]$.

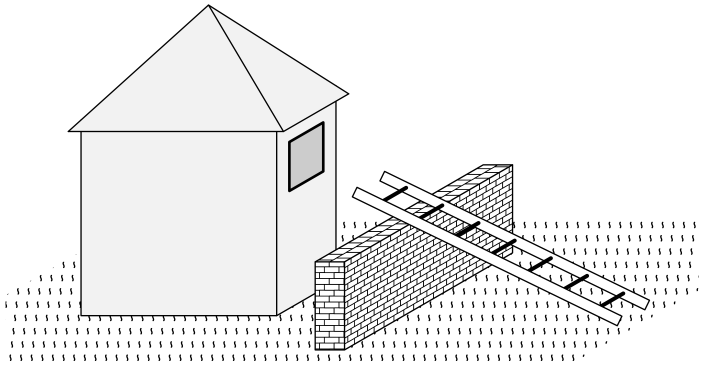


Le point E est le symétrique du point A par rapport au point D. Le point J est le point d'intersection des droites (EI) et (CD). Le point F est le point d'intersection des droites (BC) et (EI).

1. Déterminer la mesure du segment $[DJ]$.
2. Déterminer la mesure du segment $[BC]$.
3. Déterminer la mesure du segment $[EJ]$.

Exercice 5780

Un soir de pleine lune, Roméo souhaite rendre visite à Juliette. Il possède une échelle de $10\,m$ de longueur.



Le rebord de la fenêtre est à une hauteur $4{,}8\,m$ mais un mur se trouve entre lui et la maison : ce mur a une épaisseur de $50\,cm$, une hauteur de $4\,m$. L'allée séparant le mur de la maison a une largeur de $1\,m$

Roméo arrivera-t-il à poser le bout de l'échelle sur le rebord de la fenêtre de Juliette?

Exercice 5021

Résoudre les équations suivantes :

a. $\dfrac{7}{x} = \dfrac{21}{4}$ b. $\dfrac{15}{8} = \dfrac{x}{9}$ c. $\dfrac{x}{32} = \dfrac{5}{8}$

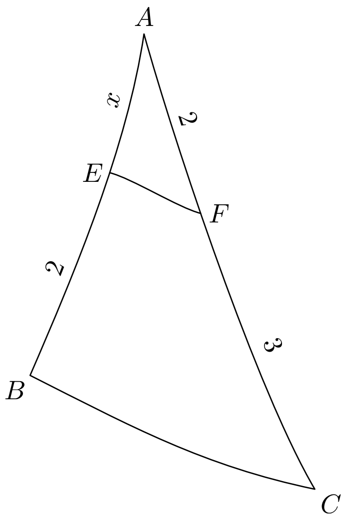
d. $\dfrac{x}{x+1} = \dfrac{1}{3}$ e. $\dfrac{x+2}{3x-4} = \dfrac{2}{3}$ f. $\dfrac{2x}{x-3} = 4$

Exercice 658

La figure ci-contre a été réalisée à main levée ; on a les propriétés suivantes :

- le point E appartient à la droite (AB) ;
- le point F appartient à la droite (AC) ;
- les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

Déterminer la valeur de "x".

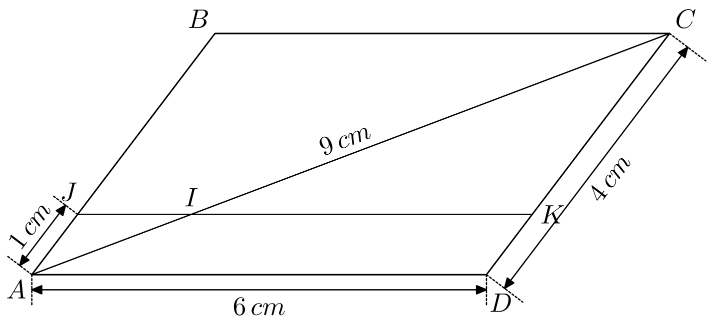


Exercice 655

On considère un parallélogramme $ABCD$ tel que :
$AD = 6\,cm$; $CD = 4\,cm$; $AC = 9\,cm$

Soit J le point du segment $[AB]$ vérifiant : $AJ = 1\,cm$.
La droite parallèle à la droite (AD) passant par le point J intercepte la droite (AC) et la droite (CD) respectivement en I et en K.

La figure ci-dessous représente cette situation :

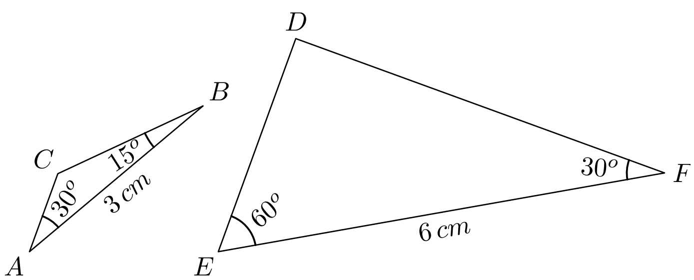


1. a. Justifier que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
   b. Déterminer la mesure du segment $[AI]$.
2. a. Déterminer la mesure du segment $[KC]$.
   b. En déduire la mesure du segment $[IJ]$. On notera x la longueur du segment $[IJ]$.

3. Agrandissement et réduction :

Exercice 1333

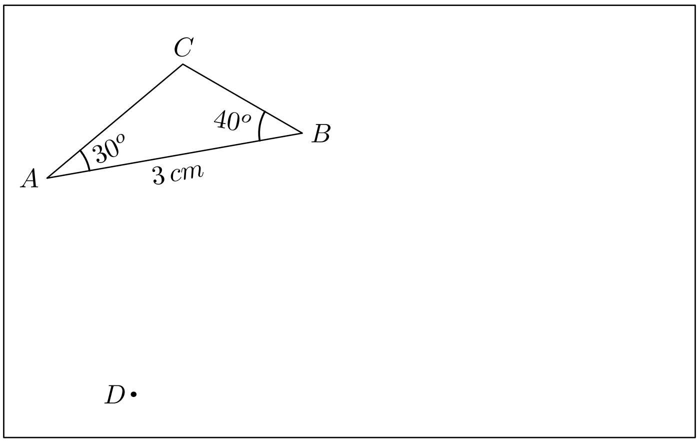
On considère les deux triangles ABC et DEF représentés ci-dessous :



Peut-on dire que le triangle DEF est un agrandissement du triangle ABC?

Exercice 1334

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



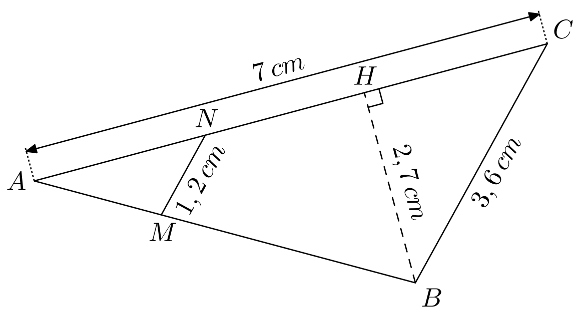
1. a. Tracer le triangle DEF obtenu par une agrandissement de facteur 2 du triangle ABC.
   b. Vérifier la proportionnalité entre les longueurs des côtés des deux triangles ABC et DEF.
2. a. A l'aide de l'équerre, tracer les hauteurs issues du sommet C dans le triangle ABC et du sommet F dans le triangle DEF.
   b. Donner une valeur approchée par défaut des aires des triangles ABC et DEF.
   c. Que peut-on dire de la comparaison de ces deux aires?

4. Agrandissement et réduction :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 4775

On considère le triangle ABC où les points M et N appartiennent respectivement aux segments $[AB]$ et $[AC]$, et les droites (MN) et (BC) sont parallèles entre elles :



1. Déterminer le facteur de réduction du triangle AMN par rapport au triangle ABC.
2. a. Déterminer l'aire du triangle ABC.
   b. En déduire l'aire du triangle AMN.

Exercice 4776

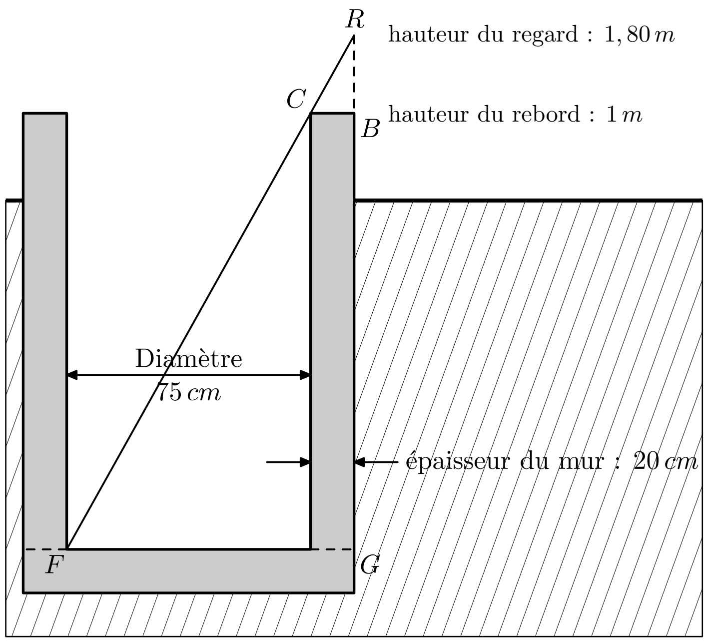
On considère la configuration suivante :

1. On suppose que le triangle AMN est une réduction du triangle ABC dont le facteur de réduction vaut $\dfrac{2}{3}$. Le triangle ABC ayant une aire de $6{,}75\,cm^2$. Donner l'aire du triangle AMN.
2. On suppose que le triangle AMN est une réduction du triangle ABC dont le facteur de réduction vaut $\dfrac{3}{5}$. Le triangle AMN ayant une aire de $3{,}51\,cm^2$. Donner l'aire du triangle ABC.

5. Théorème de Thalès :

Exercice 5049

Un jeune berger se trouve au bord d'un puits de forme cylindrique dont le diamètre vaut $75\,cm$: il aligne son regard avec le bord inférieur du puits et le fond du puits pour en estimer la profondeur.



Le fond du puits et le rebord sont horizontaux. Le puits est vertical.

1. En s'aidant du schéma ci-dessous *(il n'est pas à l'échelle)*, donner les longueurs CB, FG, RB en mètres.

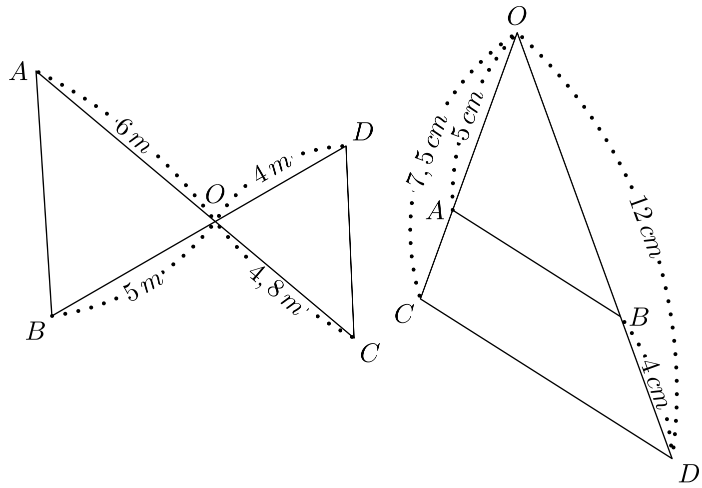
2. Calculer la profondeur BG du puits.

3. Le berger s'aperçoit que la hauteur d'eau dans le puits est $2{,}60\,m$.
Le jeune berger a besoin de $1\,m^3$ d'eau pour abreuver tous ses moutons. En trouvera-t-il suffisamment dans ce puits?

6. Réciproque du théorème de Thalès en configuration papillon ⚠ : *(+2 exercices pour les enseigna*

Exercice 666

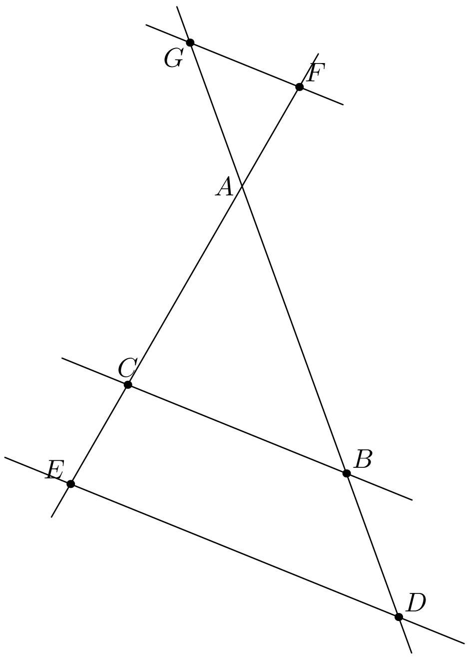
Dans chacune des deux configurations, montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles :



7. Théorème et réciproque de Thalès : *(+4 exercices pour les enseignants)*

Exercice 671

L'unité de longueur est le centimètre



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, les droites (BC) et (GF) sont parallèles. On sait que :

$AB = 3$; $CE = 2{,}4$; $AC = 4$; $BD = 1{,}8$

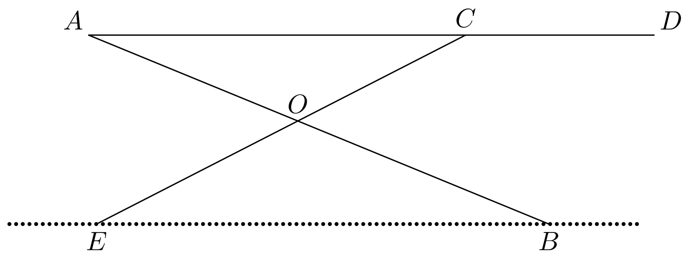
$BC = 4{,}5$; $AF = 3{,}6$

1. Calculer la longueur GF.

2. Les droites (BC) et (ED) sont-elles parallèles? Justifier.

Exercice 673

La figure ci-dessous donne le schéma d'une table à repasser.



Le segment $[AB]$ et $[EC]$ représentent les pieds. Les droites (AB) et (EC) se coupent en O. On donne :

$AD = 125cm$; $AC = 100cm$; $OA = 60cm$

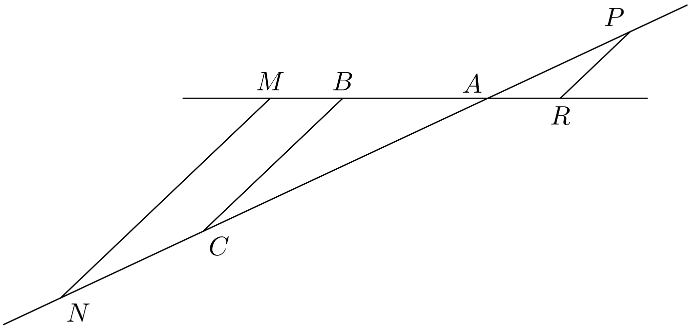
$OB = 72cm$; $OE = 60cm$; $OC = 50cm$

1. Montrer que la droite (AC) est parallèle à la droite (EB).

2. Calculer l'écartement EB en cm.

Exercice 659

On précisera pour chacune des deux questions de cet exercice la propriété de cours utilisée



La figure ci-contre n'est pas représentée en vraie grandeur.
Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
On donne les longueurs suivantes :

$AB = 2{,}4\,cm$; $AC = 5{,}2\,cm$; $AN = 7{,}8\,cm$; $MN = 4{,}5\,cm$

1. Calculer les longueurs AM et BC.
2. Sachant que $AP = 2{,}6\,cm$ et $AR = 1{,}2\,cm$, montrer que les droites (PR) et (BC) sont parallèles.

Exercice 668

$ABCD$ est un parallèlogramme tel que :

$AB = 8\,cm$; $AD = 4{,}5\,cm$

E est un point de la droite (AD) tel que :
$AE = 1{,}5\,cm$ et E n'est pas sur le segment $[AD]$.

La droite (EC) coupe le segment $[AB]$ en M.

1. Calculer AM.
2. Placer le point N sur le segment $[DC]$ tel que :
$$DN = \frac{3}{4} \times DC$$
3. Démontrer que les droites (AN) et (EC) sont parallèles.

Exercice 664

1. a. Tracer un triangle ABC tel que :
   $AC = 7{,}5\,cm$; $BC = 10\,cm$; $AB = 6\,cm$

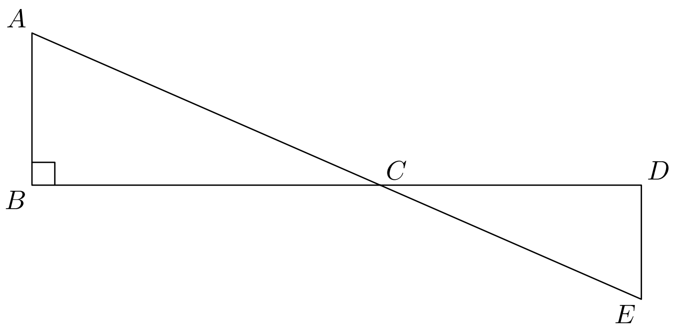
   b. Placer E sur $[AC]$ tel que $AE = 4{,}5\,cm$ et F sur $[BC]$ tel que $BF = 6\,cm$
2. Les droites (AB) et (EF) sont-elles parallèles? Justifier.
3. On trace la droite parallèle à (AB) passant par C. Cette droite coupe (BE) en L.
Déterminer CL.

8. Théorème, réciproque de Thalès et un peu plus :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 650

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de la reproduire.



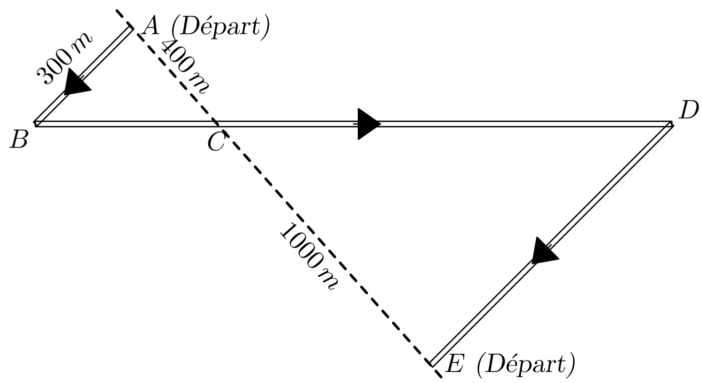
Les points A, C et E sont alignés, ainsi que les points B, C et D.
Le triangle ABC est rectangle en B.
Les longueurs suivantes sont exprimées en centimètres :

$BC = 12$; $CD = 9{,}6$; $DE = 4$; $CE = 10{,}4$

1. Montrer que le triangle CDE est rectangulaire en D.
2. En déduire que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
3. Calculer la longueur AB.

Exercice 5047

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-dessous :



On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.

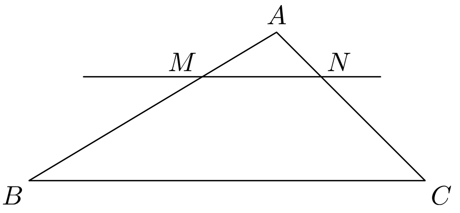
Calculer la longueur réele du parcours $ABCDE$

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 2169

1. Résoudre le système : $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - y = 4{,}5 \end{cases}$
2. Dans le triangle ABC ci-dessous, on donne :
   $AB = 6\,cm$; $BC = 9\,cm$

   M est le point de $[AB]$ tel que : $AM = 2\,cm$.
   La droite parallèle à (BC) passant par M coupe $[AC]$ en N.



ⓐ Calculer MN.

ⓑ Donner la valeur de $\dfrac{AN}{AC}$

3. On suppose que $[NC]$ mesure $4{,}5\,cm$ et l'on pose $AN=y$ et $AC=x$.

ⓐ Etablir les égalités : $x-y=4{,}5$; $x-3y=0$

ⓑ Calculer AN et AC, en utilisant éventuellement les questions 1. et 3. ⓐ.

Remarque : les calculs sont possibles même si les questions 1. et 3. ⓐ n'ont pas été traités.

9. Problèmes ouverts, problèmes à prise d'initiative, tâches complexes :

Exercice 5695

On a modélisé géométriquement un tabouret pliant par les segments $[CB]$ et $[AD]$ pour l'armature métallique et le segment $[CD]$ pour l'assise en toile.
On a : $CG=DG=30\,cm$, $AG=BG=45\,cm$ et $AB=51\,cm$.
Pour des raisons de confort, l'assise $[CD]$ est parallèle au sol représenté par la droite (AB).

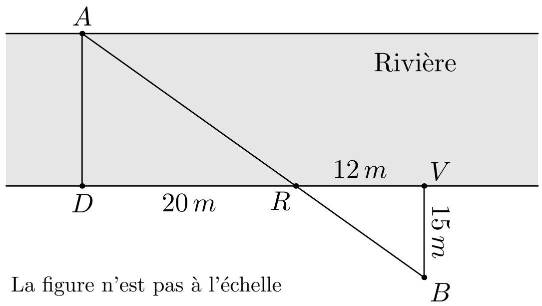
Déterminer la longueur CD de l'assise.

Laisser apparentes toutes traces de recherches. Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans la notation.

Exercice 6282

Il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation

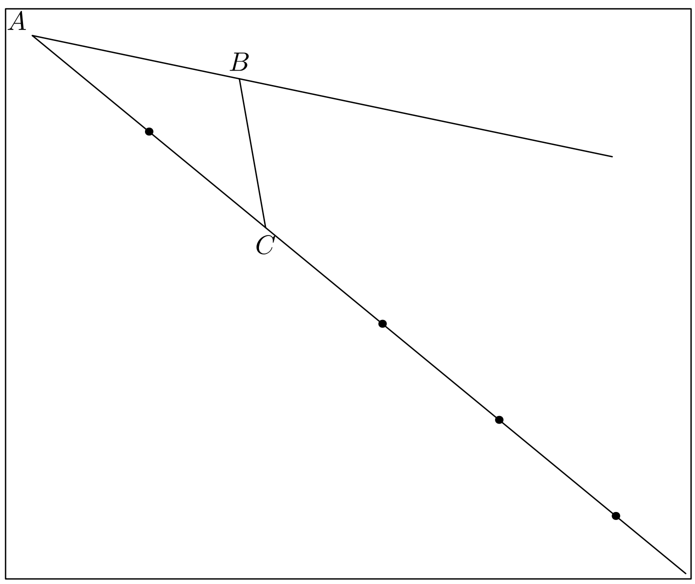
Joachim doit traverser une rivière avec un groupe d'amis.
Il souhaite installer une corde afin que les personnes peu rassurés puissent se tenir.
Il veut connaître la largeur de la rivière à cet endroit *(nommé D)* pour déterminer si la corde dont il dispose est assez longue.
Pour cela, il a repéré un arbre *(nommé A)* sur l'autre rive.
Il parcourt 20 mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère : un rocher *(nommé R)*.
Ensuite, il poursuit sur 12 mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation *(nommé B)*.
Il parcourt pour cela $15\,m$.
Il est alors satisfait : sa corde d'une longueur de 30 mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points D et A.
A l'aide de la figure, confirmer sa décision.



255. Exercices non-classés :

Exercice 652

1. On considère les deux demi-droites $[AC)$ et $[AB)$



Les points représentés sur la demi-droite $[AC)$ sont équitablement répartis sur celle-ci.

a. Nommer N un des points représentés sur la demi-droite $[AC)$.

b. Tracer la parallèle à la droite (BC) passant par N. Nommer M le point d'intersection de cette parallèle avec la demi-droite $[AB)$.

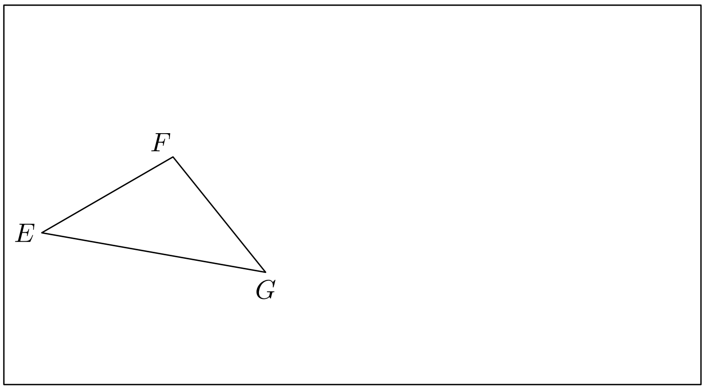
c. Remplacer les valeurs "*grisées*", présentes dans le tableau ci-dessous, par la mesure du segment asocié :

$[AB]$	$[AC]$	$[BC]$
$[AM]$	$[AN]$	$[MN]$

d. Que peut-on dire du tableau précédent?

e. Vérifier l'égalité ci-dessous est vérifiée ou non :
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

2. On considère le triangle EFG ci-dessous et on souhaite construire un "*agrandissement*" et vérifier certaines propriétés de ces deux triangles :



a. Placer le point P sur la demi-droite $[EF)$ et le point Q sur la demi-droite $[EG)$ tels que :
$EP = 2{,}5 \times EF$; $EQ = 2{,}5 \times EG$.

b. Que peut-on dire des droites (FG) et (PQ)?

c. Comparer les mesures de $[FG]$ et $[PQ]$.

Exercice 2167

Nous avons représenté deux configurations de Thalès où $(GH)/\!/(IJ)$ et $(XY)/\!/(VW)$.

Dans chaque cas, citer les égalités de quotient de longueurs données par le théorème de Thalès :