

Troisième/Introduction aux fonctions

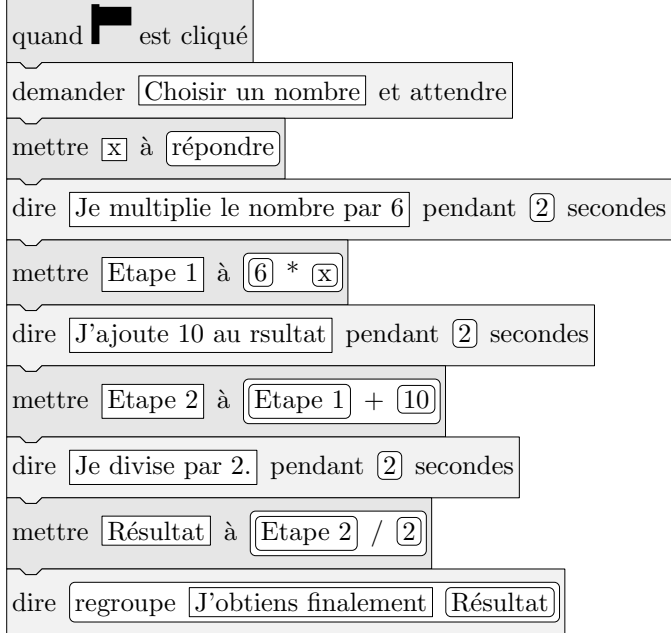
1. Introduction :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7989



On considère le programme de calcul ci-dessous dans lequel x , Etape 1, Etape 2 et Résultat sont quatre variables :



- Julie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifier que ce qui est dit à la fin est : "J'obtiens finalement 20".
 - Que dit le programme si Julie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7?

- Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

Valeur du nombre choisi	5	7	1	4	8	10
Valeur retournée par l'algorithme						

- Si on appelle x le nombre choisi au départ, vérifier puis justifier que la valeur retournée par l'algorithme est $3 \times x + 5$.

Exercice 4076



Pour l'ensemble de ses chantiers, l'entreprise se fournit auprès de deux grossistes. Les tarifs proposés pour des paquets de 10 dalles sont :

- Grossiste A : 48€ le paquet, livraison gratuite.
- Grossiste B : 42€ le paquet, livraison 45€ quel que soit le nombre de paquets.

- Quel est le prix pour une commande de 9 paquets :

- avec le grossiste A?
- avec le grossiste B?

- Exprimer en fonction du nombre n de paquets :

- le prix p_A en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste A ;
- le prix p_B en euros d'une commande de n paquets avec le grossiste B.

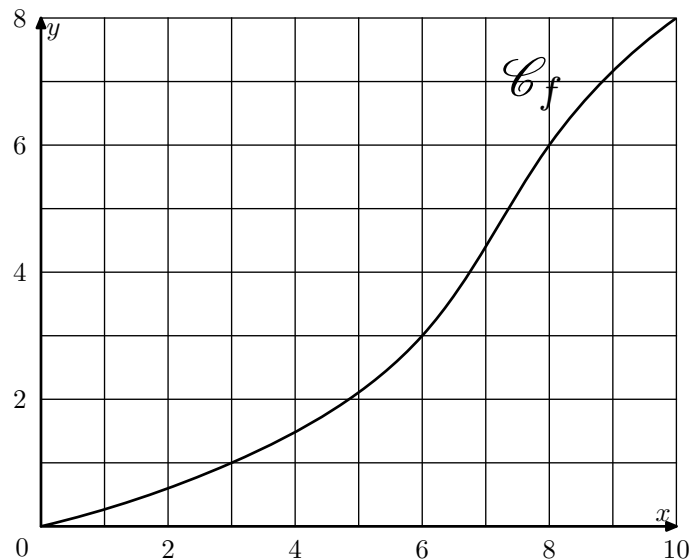
2. Images et antécédents: graphiquement :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 972



Dans le repère ci-dessous, est représentée la courbe représentative de la fonction f .



On note $f(x)$ l'image du nombre x par la fonction f .

- Compléter le tableau suivant :

x	0	3	6	8	10
$f(x)$					

2. Graphiquement, répondre aux questions suivantes :

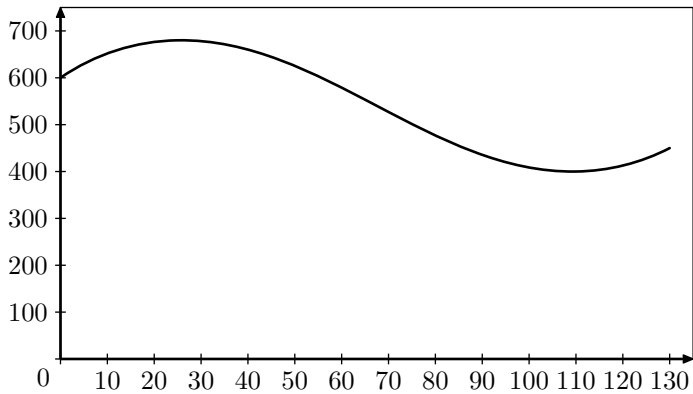
- Déterminer une valeur approchée de l'image de 9 par la fonction f ; c'est à dire la valeur approchée de $f(9)$.
- Déterminer une valeur approchée de l'antécédent de 4 ; c'est à dire la valeur approchée d'un nombre x vérifiant $f(x) = 4$.

Exercice 5182



Une usine de Moorea fabrique du jus de fruits. Soit C une fonction qui, à une quantité de jus fabriquée en litre(s) associe le coût de fabrication en F .

On a représenté ci-dessous la fonction C pour une quantité de jus comprise entre 0 et 130 litres.



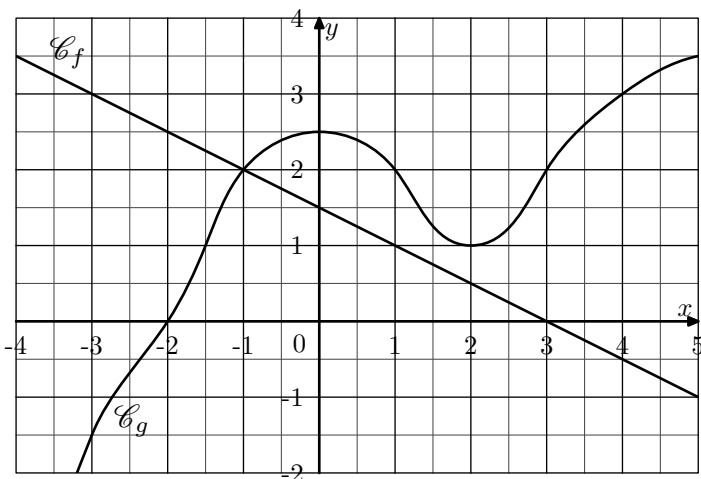
En faisant apparaître vos traits de construction sur la figure se trouvant sur la feuille d'annexe, répondre aux questions suivantes :

- Donner le coût de fabrication de 100 litres de jus.
 - Pour quelle(s) quantité(s) de jus, le coût de fabrication est-il supérieur à 550 F ?
- Donner l'image de 85 par la fonction C .
 - Lire $C(75)$
 - Donner le(s) antécédent(s) de 600 par la fonction C .

Exercice 4050



On considère les deux fonctions f et g définies sur $[-4; 5]$ dont les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives sont données dans le repère ci-dessous :



- Déterminer, par la fonction f , les images des nom-

bres suivants :

-3 ; -1 ; 0 ; 3 ; 5

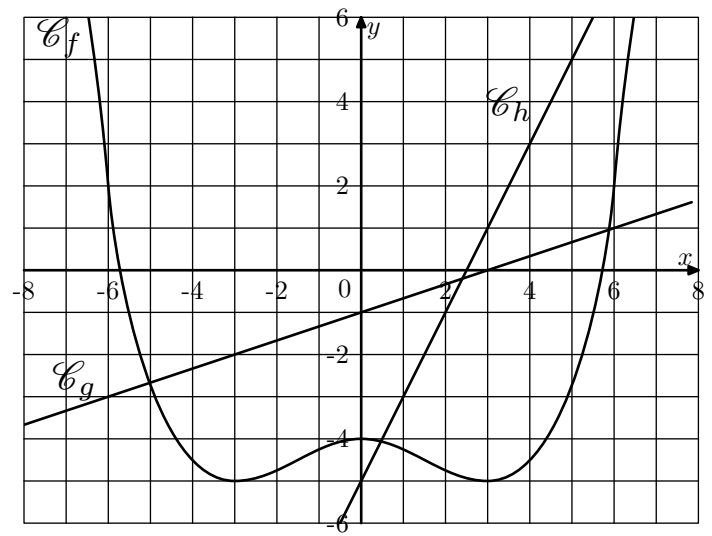
- Déterminer, par la fonction f , les antécédents des nombres suivants :
 3 ; $2,5$; 0 ; $-1,5$

- Déterminer, par la fonction g , les images des nombres suivants :
 -3 ; -2 ; -1 ; 1 ; 3 ; 4
 - Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre $-1,5$ par la fonction g .
 - Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 2 par la fonction g .
 - Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 1 par la fonction g .

Exercice 960



Dans le repère ci-dessous, on donne les représentations graphiques des fonctions f , g et h :



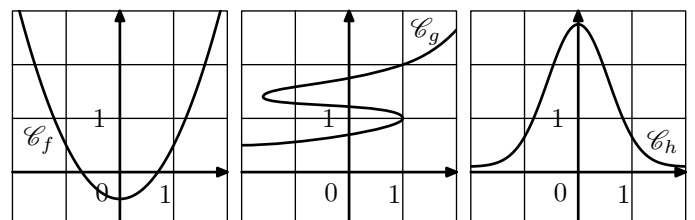
Dire si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses.

- L'image de 0 par g est -1 ;
- 0 est l'image de 3 par h ;
- Le point $(6; 2) \in \mathcal{C}_f$;
- -5 est un antécédent du nombre -3 par g ;
- -3 a pour image -5 par f ;
- Les points d'abscisses 3 des courbes \mathcal{C}_g et \mathcal{C}_h ont la même ordonnée ;
- Par la fonction h , 1 est le seul antécédent du nombre -3 ;
- Par la fonction f , -6 est le seul antécédent de 2.

Exercice 3896



Trois courbes sont représentées ci-dessous. Quelle courbe n'est pas la représentation d'une fonction ?



3. Images et antécédents: tableau de valeurs :

Exercice 7991



On considère une fonction f dont on a, pour seule connaissance, le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	0	1	3	6	7
$f(x)$	6	1	2	3	0	-2

Recopier et compléter correctement chacune des phrases ci-dessous :

1. L'image du nombre -2 par la fonction f est ...
2. Le nombre 0 est de 6 par la fonction f .
3. Un antécédent du nombre ... par la fonction f est 0 .
4. Le nombre ... est un antécédent de -2 par f .

4. Images et antécédents: algébriquement :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 2561



1. On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = 3x - 4$$

- a. Calculer les images par f des nombres :
 -3 ; -1 ; $2,5$; 10
- b. A l'aide d'une équation, déterminer les antécédents des nombres 5 et de -10 par la fonction f .

2. Soit g la fonction définie par : $g : x \mapsto x^2 + 1$

- a. Calculer les nombres suivants :
 $g(2)$; $g(-5)$; $g(-1)$.
- b. Déterminer par la fonction g les deux antécédents du nombre 5 .
- c. Déterminer par la fonction g l'unique antécédent du nombre 1 .
- d. Justifier que le nombre 0 n'admet aucun antécédent par la fonction g .

5. Problèmes :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6281



L'oncle de Pauline participe régulièrement à une régates (*course de voiliers*) organisée tous les ans sur le même plan d'eau.

En 2012, il a réalisé le parcours constitué de deux boucles courtes et de trois boucles longues en 8 heures et 40 minutes.

Lors de sa participation en 2013, il lui a fallu 8 heures et 25 minutes pour achever le parcours constitué, cette année-là, de trois boucles courtes et de deux boucles longues.

Il se souvient qu'il n'a parcouru aucune boucle en moins de 75 minutes. Il sait aussi qu'il lui a fallu, pour parcourir la boucle longue, 15 minutes de plus que pour la boucle courte.

Cependant, il souhaite connaître la durée nécessaire pour parcourir sur son voilier la boucle courte et la boucle longue.

1. Convertir en minutes les temps réalisés pour ces parcours de 2012 et 2013.
2. Pauline a décidé, en utilisant un tableur, d'aider son oncle à déterminer les durées pour la boucle courte ainsi que pour la boucle longue.

Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	75	80	85	90	95	100
2							
3							
4							
5							

Elle a noté x la durée en minutes pour la boucle courte.

- a. Quelle formule permettant d'obtenir la durée en minutes nécessaire au parcours de la boucle longue va-t-elle saisir dans la cellule B2?
- b. Elle va saisir dans la cellule B3 la formule " $=2*B1+3*B2$ ". Que permet de calculer cette formule?
- c. Quelle formule va-t-elle saisir dans la cellule B4 pour calculer le temps de parcours lors de sa participation en 2013?

Elle a ensuite recopié vers la droite les formules saisies en B2, B3 et B4 et obtenu l'écran suivant :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	75	80	85	90	95	100
2		90	95	100	105	110	115
3		420	445	470	495	520	545
4		405	430	455	480	505	530
5							

- Si elle saisit le nombre 105 dans la cellule H1, quelles valeurs obtiendra-t-elle dans les cellules H2, H3 et H4?
- A l'aide de la copie de l'écran obtenu avec le tableur, préciser les durées nécessaires à son oncle pour parcourir la boucle courte ainsi que pour parcourir la boucle longue.

Exercice 7621



Pour ses 32 ans, Denis a acheté un vélo d'appartement afin de pouvoir s'entraîner pendant l'hiver. La fréquence cardiaque (FC) est le nombre de pulsation (*ou battements*) du coeur par minute.

- Denis veut estimer sa fréquence cardiaque: en quinze secondes, il a compté 18 pulsations. A quelle fréquence cardiaque, exprimée en pulsations par minute, cela correspond-il?
- Son vélo est équipé d'un cardiofréquencemètre qui lui permet d'optimiser son effort en enregistrant, dans ce cardiofréquencemètre, toutes les pulsations de son coeur. A un moment donné, le cardiofréquencemètre a mesuré un intervalle de 0,8 seconde entre deux pulsations. Calculer la fréquence cardiaque qui sera affichée par le cardiofréquencemètre.
- Après une séance d'entraînement, le cardiofréquencemètre lui a fourni les renseignements suivants:

Nombre de pulsations enregistrées	Fréquence minimale enregistrée	Fréquence moyenne	Fréquence maximale enregistrée
3640	65 pulsations/minute	130 pulsations/minute	182 pulsations/minute

- Quelle est l'étendue des fréquences cardiaques enregistrées?

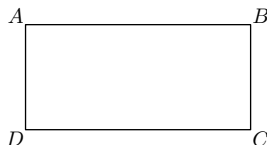
6. Problèmes et lecture graphique :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6057



Dans cet exercice, on considère le rectangle $ABCD$ ci-contre tel que son périmètre soit égal à 31 cm.



- Si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, quelle est sa largeur?
 - Proposer une autre longueur et trouver la largeur correspondante.
 - On appelle x la longueur AB . En utilisant le fait que le périmètre de $ABCD$ est de

- Denis n'a pas chronométré la durée de son entraînement. Quelle a été cette durée?

- Denis souhaite connaître sa fréquence cardiaque maximale conseillée ($FCMC$) afin de ne pas la dépasser et ainsi de ménager son coeur. La $FCMC$ d'un individu dépend de son âge a , exprimé en années, elle peut s'obtenir grâce à la formule suivante {établie par Astrand et Ryhming:

$$\text{Fréquence cardiaque maximale conseillée} = 220 - \text{âge}$$

On note $f(a)$ la $FCMC$ en fonction de l'âge a , on a donc :

$$f(a) = 220 - a.$$

- Vérifier que la $FCMC$ de Denis est égale à 188 pulsations/minute.
 - Comparer la $FCMC$ de Denis avec la $FCMC$ d'une personne de 15 ans.
- Après quelques recherches, Denis trouve une autre formule permettant d'obtenir sa $FCMC$ de façon plus précise. Si a désigne l'âge d'un individu, sa $FCMC$ peut être calculée à l'aide de la formule de Gellish:

$$\text{Fréquence cardiaque maximale conseillée} = 191,5 - 0,007 \times \text{âge}^2$$

On note $g(a)$ la $FCMC$ en fonction de l'âge a , on a donc :

$$g(a) = 191,5 - 0,007 \times a^2$$

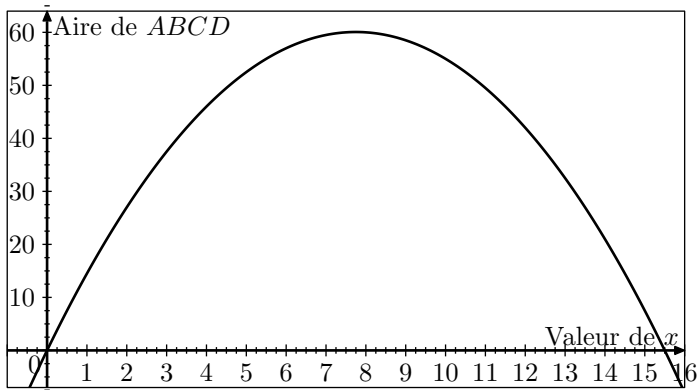
Denis utilise un tableur pour comparer les résultats obtenus à l'aide des deux formules:

B2 $f_x \sum = =220-A2$			
	A	B	C
1	Âge a	$FCMC f(a)$ (Astrand et Ryhming)	$FCMC g(a)$ (Gellish)
2	30	190	185,2
3	31	189	184,773
4	32	188	184,332
5	33	187	183,877

Quelle formule faut-il insérer dans la cellule C2 puis recopier vers le bas, pour pouvoir compléter la colonne " $FCMC g(a)$ (Gellish)"?

31 cm, exprimer la largeur BC en fonction de x .

- En déduire l'aire du rectangle $ABCD$ en fonction de x .
- On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = x(15,5 - x)$$
 - Calculer $f(4)$.
 - Vérifier qu'un antécédent de 52,5 est 5.
 - Sur le graphique ci-dessous, on a représenté l'aire du rectangle $ABCD$ en fonction de la valeur de x .



A l'aide de ce graphique, répondre aux questions suivantes en donnant les valeurs approchées :

- Quelle est l'aire du rectangle $ABCD$ lorsque x vaut 3 cm ?
 - Pour quelles valeurs de x obtient-on une aire égale à 40 cm^2 ?
 - Quelle est l'aire maximale de ce rectangle? Pour quelle valeur de x est-elle obtenue?
4. Que peut-on dire du rectangle $ABCD$ lorsque AB vaut $7,75\text{ cm}$?

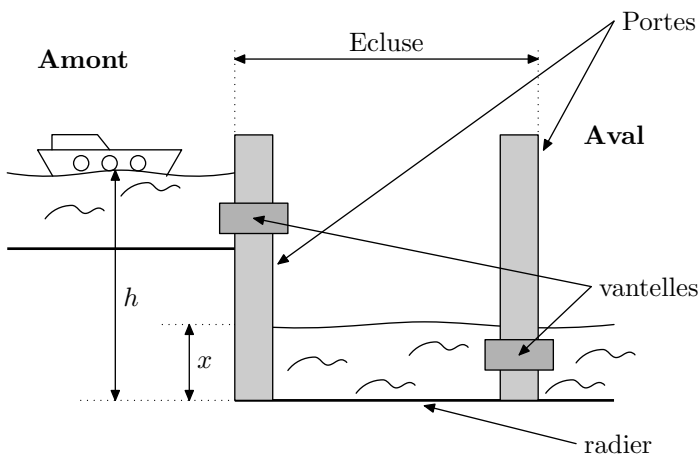
Exercice 6278



On étudie plus précisément le remplissage d'une écluse pour faire passer une péniche de l'amont vers l'aval.

Principe : Il s'agit de faire monter le niveau de l'eau dans l'écluse jusqu'au niveau du canal en amont afin que l'on puisse ensuite faire passer la péniche dans l'écluse.

Ensuite, l'écluse se vide et le niveau descend à celui du canal en aval. La péniche peut sortir de l'écluse et poursuivre dans le canal en aval.



Toutes les mesures de longueur sont exprimés en mètres. On notera h la hauteur du niveau de l'eau en amont et x la hauteur du niveau de l'eau dans l'écluse.

Ces hauteurs sont mesurées à partir du radier (*fond*) de l'écluse. (voir schéma ci-dessus). Lorsque la péniche se présente à l'écluse, on a :

$$h = 4,3\text{ m} ; x = 1,8\text{ m}$$

La vitesse de l'eau s'écoulant par la vantelle (*vanne*) est donnée par la formule suivante :

$$v = \sqrt{2g(h-x)}$$

où $g = 9,81$ (accélération en mètre par seconde au carré noté $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)

- Calculer l'arrondi à l'unité de la vitesse de l'eau s'écoulant par la vantelle à l'instant de son ouverture. (On considère l'ouverture comme étant instantanée).
- Pour quelle valeur de x , la vitesse d'écoulement de l'eau sera-t-elle nulle? Qu'en déduit-on pour le niveau de l'eau dans l'écluse dans ce cas?
- Le graphique donné en ci-dessous représente la vitesse d'écoulement de l'eau par la vantelle en fonction du niveau x de l'eau dans l'écluse.



Déterminer, par lecture graphique, la vitesse d'écoulement lorsque la hauteur de l'eau dans l'écluse est de $3,4\text{ m}$.

7. Problèmes et équations :

Exercice 5919



La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par :

$$g(x) = 5x^2 + x - 7 ; h(x) = 2x - 7$$

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

- Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction g .

2. Ecrire les calculs montrant que : $g(-2)=11$
3. Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3?
4. a. Déduire du tableau une solution de l'équation : $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$
 b. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur?

Exercice 5720



On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Prendre le carré de cette somme

1. Quel résultat obtient-on lorsqu'on choisit le nombre 3?

le nombre -7 ?

2. a. Quel nombre peut-on choisir pour obtenir 25?
 b. Peut-on obtenir -25 ? Justifier la réponse.
3. On appelle f la fonction qui, au nombre choisi, associe le résultat du programme de calcul.
 a. Parmi les fonctions suivantes, quelle est la fonction f ?
 • $x \mapsto x^2 + 25$ • $x \mapsto (x + 5)^2$
 • $x \mapsto x^2 + 5$ • $x \mapsto 2(x + 5)$
 b. Est-il vrai que -2 est un antécédent de 9?
4. a. Résoudre l'équation : $(x+5)^2 = 25$.
 b. En déduire tous les nombres que l'on peut choisir pour obtenir 25 à ce programme de calcul.