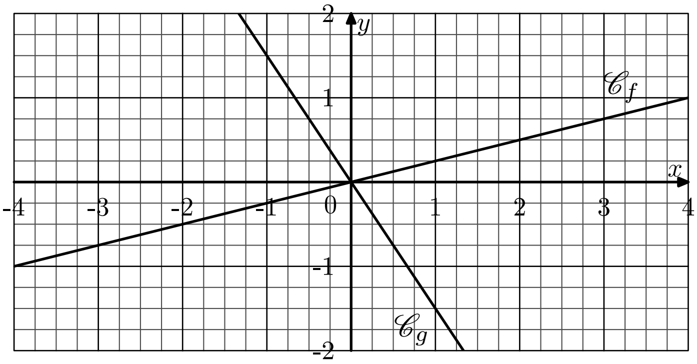
Troisième/Fonctions linéaires, fonctions affines et problèmes

1. Fonctions linéaires et coefficient de proportionnalité :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 1

Dans le repère ci-dessous, ont été représentées les courbes représentatives de deux fonctions f et g représentées par des droites passant par l'origine du repère.



1. Par lecture graphique, compléter le tableau de valeurs ci-dessous

x	-4		0	1	
$f(x)$		$-\dfrac{1}{2}$			$\dfrac{3}{4}$

x		$-\dfrac{1}{2}$			1
$g(x)$	$\dfrac{3}{2}$		0	$-\dfrac{3}{4}$	

2. Etablir que ces deux tableaux de valeurs sont aussi des tableaux de proportionnalité. On donnera leur coefficient de proportionnalité.

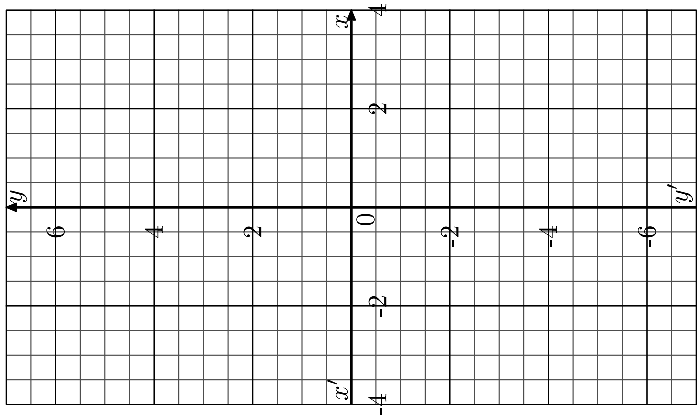
Exercice 2

On considère la fonction f dont le tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité a pour valeur 1,5.

1. Compléter ci-dessous le tableau de valeurs de la fonction f :

x	-4		-1			4
$f(x)$		$-4{,}5$		0	3	

2. On munit le plan d'un repère représenté ci-dessous :



Attention à l'orientation du graphique

a. Placer l'ensemble de ces points dans le repère. Que remarque-t-on?

b. Tracer la courbe représentative de la fonction f.

c. Quelle particularité possède la courbe représentative de la fonction f?

2. Expression d'une fonction linéaire :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 3

On considère une fonction f qui admet le tableau de valeur ci-dessous :

x	-1	0	3	4	6
$f(x)$	-3	0	9	12	18

1. Justifier que le tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité.

2. Parmi les expressions ci-dessous, laquelle représente l'expression de la fonction f?

a. $f(x)=x+3$ b. $f(x)=3x$ c. $f(x)=\dfrac{x}{3}$

Exercice 4

On considère la fonction f linéaire dont l'image du nombre 4 a pour valeur 2.

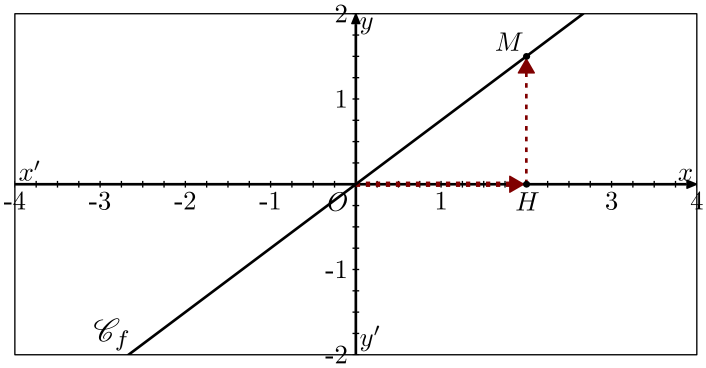
Donner l'expression de la fonction f.

ChingAtome (cc) BY-NC

3. Lecture graphique du coefficient directeur d'une fonction linéaire : (+1 exercice pour les enseignan

Exercice 5

On considère la fonction f linéaire de coefficient directeur 0,75. Sa représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous :



On considère les trois points :
$O(0\,;0)$; $M(2\,;1{,}5)$; $H(2\,;0)$

1. Justifier que le point M appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.

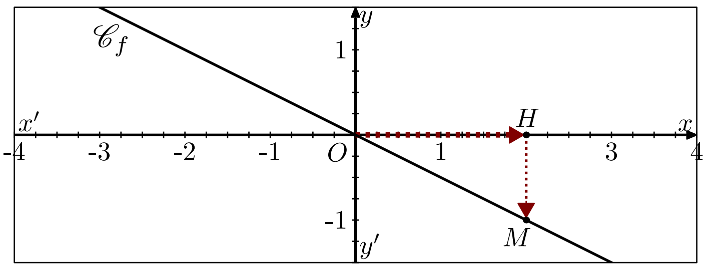
2. a. Donner les mesures des segments $[OH]$ et $[HM]$.

   b. Parmi les quotients ci-desssous, lequel est égal au coefficient directeur de la fonction f :

$\dfrac{OH}{HM}$; $\dfrac{MH}{HO}$

Exercice 6

On considère la fonction f linéaire de coefficient directeur $-0{,}5$. Sa représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous :



On considère les trois points :
$O(0\,;0)$; $M(2\,;-1)$; $H(2\,;0)$

1. Justifier que le point M appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.

2. a. Donner les mesures des segments $[OH]$ et $[HM]$.

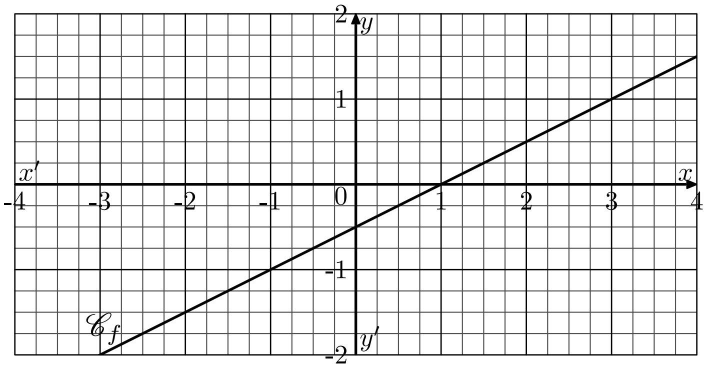
   b. Parmi les quotients ci-desssous, lequel est égal au coefficient directeur de la fonction f :

$-\dfrac{OH}{HM}$; $-\dfrac{MH}{HO}$; $\dfrac{OH}{HM}$; $\dfrac{MH}{HO}$

4. Fonctions affines et proportionnalité :

Exercice 7

On munit le plan d'un repère et on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f représentée ci-dessous :



1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3		0		2	3
$f(x)$		-1		0		

2. Le tableau de valeurs traduit-il une situation de proportionnalité?

Exercice 8

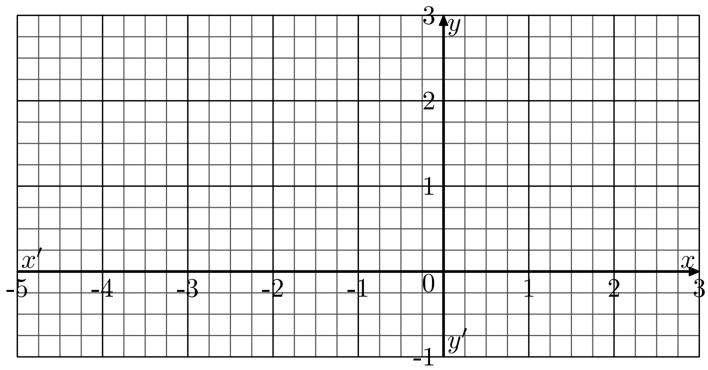
On considère la fonction f définie pour tout nombre x et dont l'image $f(x)$ a pour expression : $f(x)=-0.5x+0.5$

1. a. Compléter, ci-dessous, le tableau de valeurs de la fonction f :

$\ell.1$	x	-4		-1			2
$\ell.3$	$f(x)$		2		$0{,}5$	0	

   b. Justifier que ce tableau ne traduit pas une situation de proportionnalité.

2. a. Placer les points associées au tableau de valeurs de la fonction f dans le tableau ci-dessous :



   b. Compléter la phrase ci-dessous :
   "la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est une ...... qui ne passe pas par ......"

3. Les questions suivantes utilisent le point $A(-4\,;2{,}5)$ appartenant à la courbe $\mathscr{C}_f$ et ses coordonnées.

BY-NC

ⓐ Compléter le tableau ci-dessous :

$\ell.1$	x	-4		-1			2
$\ell.2$	$x-(-4)$	0		3			6
$\ell.3$	$f(x)$		2		$0{,}5$	0	
$\ell.4$	$f(x)-2{,}5$		$-0{,}5$		-2	$-2{,}5$	

ⓑ Justifier que les lignes $\ell.2$ et $\ell.4$ du tableau précédent représentent une situation de proportionnalité. On donnera le coefficient de proportionnalité associé.

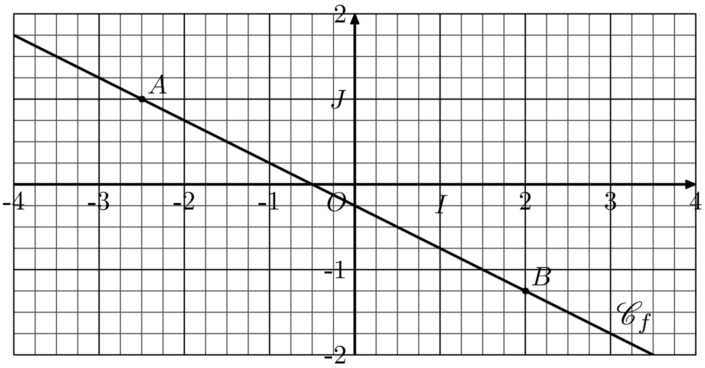
5. Coefficient directeur et fonction affine :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 9

Proposition : Soit f une fonction affine de coefficient directeur a. Pour tout nombre x_1 et x_2 tel que $x_1 \neq x_2$, on a :
$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

On considère la fonction f affine dont la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative est représentée ci-dessous dans le repère et sont représentés les points A et B appartenant à $\mathscr{C}_f$.



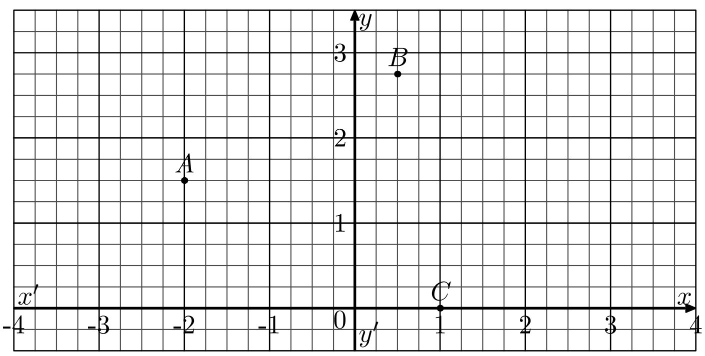
1. Donner les imges des nombres $-2{,}5$ et 2 par la fonction f.
2. Déterminer le coefficient directeur de la fonction affine f.

6. Coefficient directeur et sens de variations :

Exercice 10

On considère le plan muni d'un repère et deux fonctions affines f et g dont on note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs courbes représentatives.
De plus, on sait que :

- la fonction f a pour coefficient directeur $0{,}5$.
- la fonction g a pour coefficient directeur $-0{,}5$.
- le point $A(-2\,;1{,}5)$ appartient aux deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
- chacun des points $B(0{,}5\,;2{,}75)$ et $C(1\,;0)$ appartient à une de ces deux coubes.

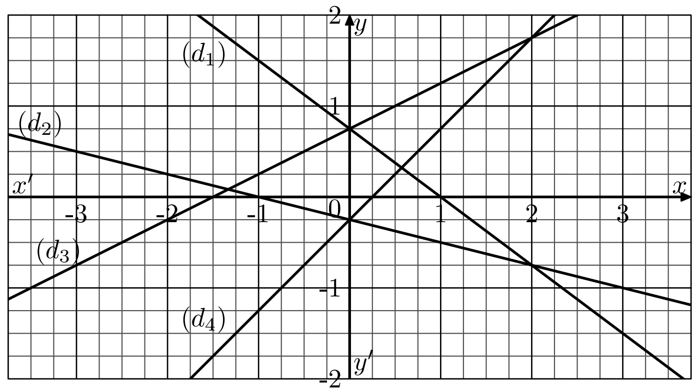


1. ⓐ Déterminer le coefficient directeur associé à la droite (AB).

   ⓑ Déterminer le coefficient directeur associé à la droite (AC).
2. Associer à chaque courbe, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, sa droite représentative.

Exercice 11

Dans le plan muni d'un repère, on considère les quatre droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) représentées ci-dessous :



Associer chacune de ces droites à la courbe de représentative

ChingAtome BY-NC

d'une des quatre fonctions affines ci-dessous :

On considère les quatres fonctions affines :

$f : x \longmapsto 0{,}5x + 0.75$ $\qquad$ $g : x \longmapsto -0{,}75x + 0{,}75$

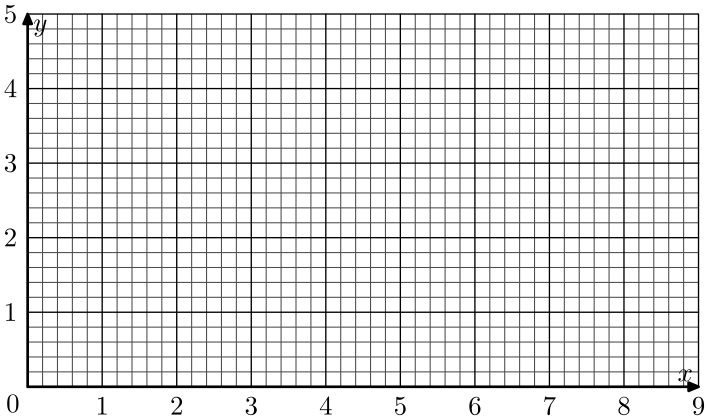
$h : x \longmapsto x - 0{,}25$ $\qquad$ $j : x \longmapsto -0{,}25x - 0{,}25$

7. Tracer de courbes représentatives :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 12

On considère le plan muni du repère ci-dessous :



On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -\frac{1}{4} \cdot x + 4 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{3} \cdot x$$

1. a. Donner la nature des deux fonctions f et g.

   b. Compléter les deux tableaux de valeurs suivants :

x	0	4	6	8
$f(x)$				

x	0	3	6	9
$g(x)$				

2. Effectuer le tracé des courbes représentatives des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.

3. Les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ vont permettre d'obtenir les valeurs approchées des images et des antécédents de nombres par ces deux fonctions. Laisser les traits de constructions permettant de répondre aux questions suivantes :

   a. Déterminer la valeur approchée de l'image de 2 par la fonction f.

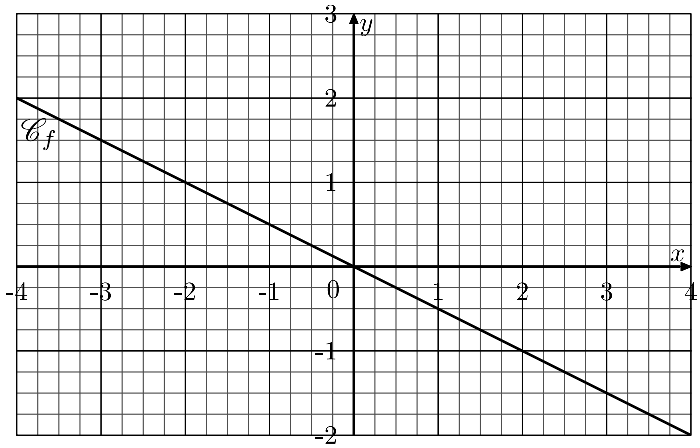
   b. Déterminer la valeur approchée de l'image de 4 par la fonction g.

   c. Déterminer le(*s*) valeur(*s*) approchée(*s*) des antécédent(*s*) du nombre 2 par la fonction f.

   d. Déterminer le(*s*) valeur(*s*) approchée(*s*) des antécédent(*s*) du nombre 2,5 par la fonction g.

Exercice 13

On considère le plan muni d'un repère et la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f.



1. a. Quelle est la nature de la fonction f?

   b. Déterminer le coefficient directeur de la fonction f.

2. On considère les deux fonctions g et h définie par :

   $$g(x) = x - 1 \quad ; \quad h(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

   On note $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ leurs courbes représentatives :

   a. Donner les coefficients directeurs associés des fonctions g et h.

   b. Parmi les quatre points ci-dessous, lesquels appartiennent à la coube $\mathscr{C}_g$? Lesquels appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_h$?

   $A(0\,;2)$; $B(0\,;-1)$; $C(3\,;2)$; $D(2\,;1)$

   c. Effectuer le tracé des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$.

8. Calcul d'images et d'antécédents :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 14

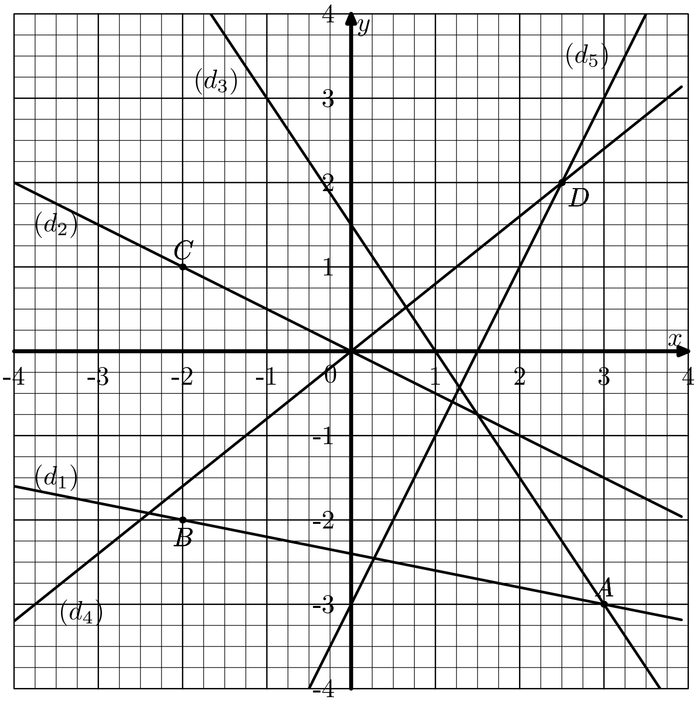
On considère la fonction f affine de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 1

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent du nombre 5 par la fonction f.

Exercice 15

Dans repère donnée ci-dessous, sont représentées cinq droites (d_1), (d_2), (d_3), (d_4), (d_5) :

ChingAtome BY-NC



On considère également les cinq fonctions affines suivantes :

$f(x) = -0{,}2\cdot x - 2{,}4$; $g(x) = -1{,}5\cdot x + 1{,}5$

$h(x) = 0{,}8\cdot x$; $j(x) = -0{,}5\cdot x$; $k(x) = 2\cdot x - 3$

1. a. Donner les coordonnées du point A.

   b. Déterminer les deux fonctions affines dont leurs droites représentatives passent par le point A.

   c. Donner les coordonnées du point B.

   d. En déduire la fonction affine admettant la droite (d_1) pour courbe représentative.

2. a. Donner les coordonnées du point C.

   b. Déterminer l'unique fonction affine dont la droite représentative passe par le point C.

3. a. A l'aide des coordonnées du point D, déterminer les deux fonctions affines dont la droite représentative passe par le point D.

   b. Quelle fonction admet la droite (d_4) pour courbe représentative?

9. Fonctions affines : déterminer l'expression :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 16

On considère la fonction affine f dont la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ passe par les points $A(-1\,;3)$ et $B(3\,;4)$.

Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

Exercice 17

Déterminer l'expression de la fonction f admettant pour représentation la droite passant par les points $A(1\,;3)$ et $B(4\,;2)$.

Exercice 18

Dans le plan munit du repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la droite représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction affine f.

1. $\mathscr{C}_f$ passe par les points $A(4\,;6)$ et $B(-4\,;2)$.
   Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

2. Soit $C(102\,;51)$. Les points A, B et C sont-ils alignés?

10. Problèmes :

(+2 exercices pour les enseignants)

Remarque : Vous trouverez davantage de problèmes issus du brevet en suivant le lien https://chingatome.fr/chapitre/hp-college/fonctions-affines-et-lineaires

Exercice 19

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2 ▼ f_x $\sum$ = $= -5 \times C1 + 7$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	22	17	12	7	2	-3	-8
3	g(x)	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. Quelle est l'image de -3 par f?

2. Calculer $f(7)$.

3. Donner l'expression de $f(x)$

4. On sait que $g(x)=x^2+4$. Une formule a été saisie dans la cellule `B3` et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules `C3:H3`. Quelle est cette formule?

Exercice 20

En physique, la tension U aux bornes d'une "résistance" est proportionnelle à l'intensité I du courant qui la traverse, c'est à dire :

$U = R\times I$

où R (valeur de la résistance) est le coefficient de proportionnalité.

On rappelle que l'unité de l'intensité est l'ampère et que l'unité de tension est le volt.

ChingAtome CC BY-NC

L'intensité I *(en ampères)*	0,02	0,03	0,04	0,08
Tension U *(en volts)*	3	4,5	6	12

1. On nomme f la fonction qui donne la tension U en fonction de l'intensité I.

   a. Justifier que la fonction f est une fonction linéaire. On précisera le coefficient directeur de la fonction f.

   b. Déterminer la valeur exacte de l'intensité quand $U=10$ volts.

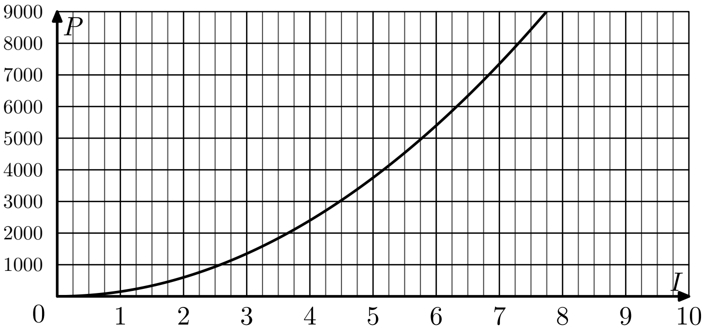
En physique, la puissance P de la "résistance" est le proyyduit de la tension U ses bornes et de l'intensité I qui la traverse, c'est à dire :

$$P = U \times I$$

On rappelle que l'unité de puissance est le watt

2. En utilisant l'expression obtenue à la question 3 de la partie A, justifier que : $P = 150 \times I^2$

On nomme g la fonction qui donne la puissance P en fonction de l'intensité I et on représente, dans le plan muni d'un repère, la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g :



Partie B : représentation de la fonction g

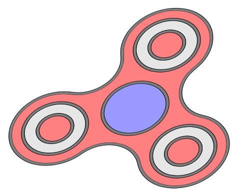
3. Lire graphiquement la puissance P quand $I=5$ ampères *(on fera apparaître sur le graphique les traits de construction ayant permis la lecture).*

4. Lire graphiquement un antécédent de 2 500 par la fonction g *(on fera apparaître sur le graphique les traits de construction ayant permis la lecture).*

5. La puissance P est-elle proportionnelle à l'intensité I? Justifier la réponse.

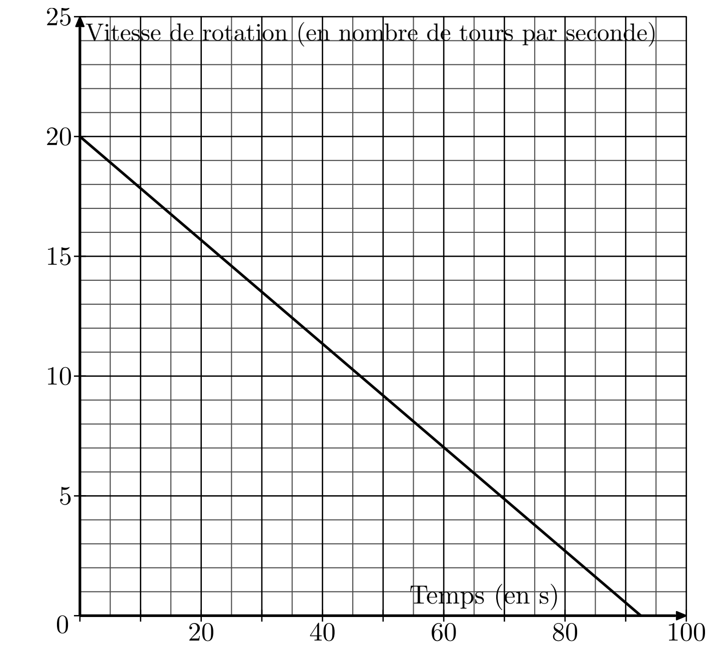
Exercice 21

Le "*hand-spinner*" est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même. On a donne au "*hand-spinner*" une vitesse de rotation initiale au temps $t=0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du "*hand-spinner*".



Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.
Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde :



Inspiré de : https ://www.sciencesetavenir.frlfondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner-112808

En lançant le "*hand-spinner*" avec une vitesse initiale de 20 tours par seconde, la vitesse de rotation du "*hand-spinner*" en fonction du temps t, notée $V(t)$, s'exprime par :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + 20$$

1. Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

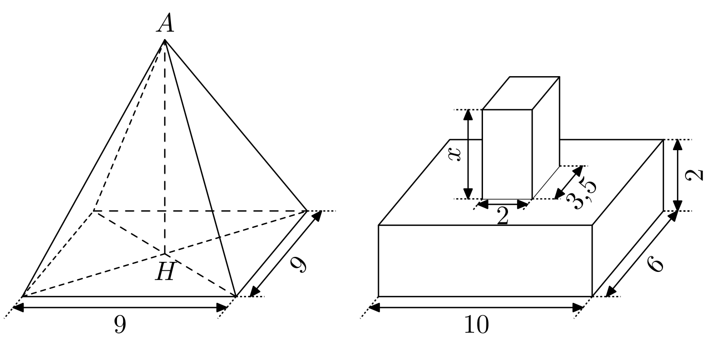
2. Au bout de combien de temps le "*hand-spinner*" va-t-il s'arrêter? Justifier par un calcul.

3. Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le "*hand-spinner*" deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps? Justifier.

11. Problèmes et géométrie :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 22



Modèle 1 Modèle 2

L'unité de longueur est le centimètre.

(cc) BY-NC

Les schémas ci-dessus représentent deux presse-papiers.

- Le modèle 1 est une pyramide régulière dont la hauteur $[AH]$ mesure x et dont la base est un carré de côté 9.
- Le modèle 2 est constitué de deux parallélépipèdes sont 2, 6, 10. Les dimensions de l'autre sont x, 2 et 3,5

1. Dans cette question $x=8$. Calculer alors le volume de chaque presse-papiers *(l'unité de volume est le cenitmètre cube)*.

2. On conidère les deux fonctions f et g définies :
$f(x)=27x \quad ; \quad g(x)=7x+120$

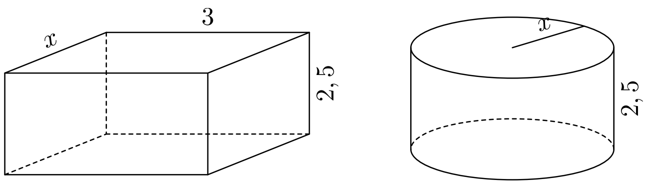
   Dans le plan rapporté à un repère où :
   - Sur l'axe des abscisses, 1 cm représentera une unité.
   - Sur l'axe des ordonnées, 1 cm représentera ving unités.
   - l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires.

   Représenter graphiquement les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g.

3. Graphiquement, déterminer la valeur de x pour laquelle les deux presse-papiers de modèle 1 et de modèle 2 ont le même volume? Donner alors ce volume en justifiant votre démarche.

Exercice 23

De façon à récupérer l'eau de pluie de son toit, Lucas décide d'installer un récupérateur d'eau dans le sol de son jardin. La profondeur dont il dispose est de 2,5 m.
Un fabricant lui propose alors les deux modèles de réservoirs dchématisés ci-dessou.
Les dimensions sont en mètres.
Le premier modèle a la forme d'un pavé droit, le deuxième est de forme cylindrique : dans chaque cas, x peut varier entre 0,5 m et 1,5 m.

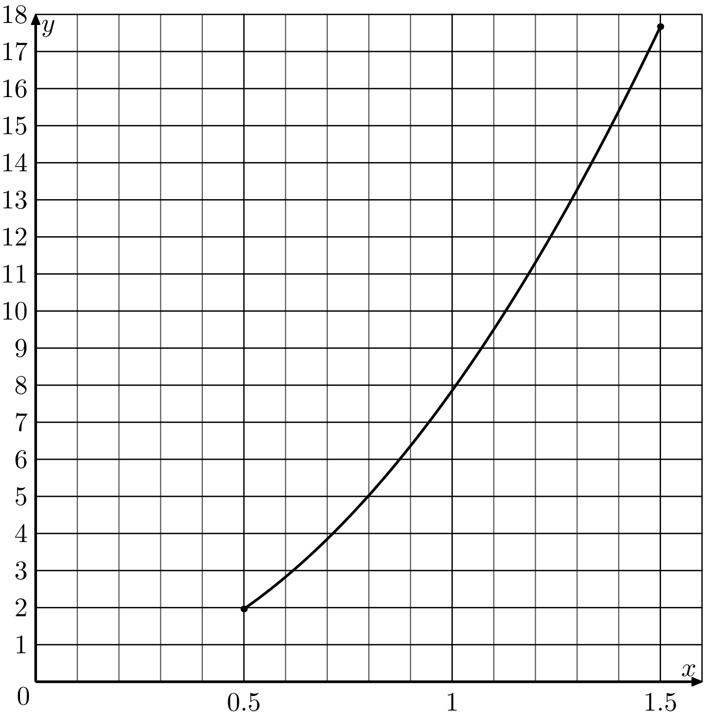


1. Compléter le tableau ci-dessous.

Longueur x *(en m)*		0,5	1,5
Volume du réservoir R_1 *(en m^3)*			
Volume du réservoir R_2 *(en m^3)*	Valeur exacte		
	Valeur arrondie à 0,1 m^3		

Indication : Les détails des calculs des valeurs exactes devront figurer sur votre copie

2. On considère la fonction $f_2 : x \longmapsto 2{,}5\pi x^2$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessou pour des valeurs de x comprises entre 0,5 et 1,5 :



   On considère la fonction $f_1 : x \longmapsto 7{,}5x$.
   Représenter la fonction f_1 dans le graphique ci-dessus.

3. Répondre aux questions suivantes :

Indication : on répondra par des valeurs approchées et on fera apparaître les traits de construction permettant la lecture sur le graphique.

   a. Quel est le volume du réservoir R_2 pour $x=0{,}8\,m$?
   b. Quel est le rayon du réservoir R_2 pour qu'il ait une contenance de 10 m^3?
   c. Quel est l'antécédent de 9 par la fonction f_1? Interpréter concrètement ce nombre.
   d. Pour quelle valeur de x les volumes des deux réservoirs sont-ils égaux?
   e. Pour quelles valeurs de x le volume de R_1 est-il supérieur à celui de R_2?

12. Partage :

Exercice 24

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chaque question, indiquer sur la copie son numéro et recopier la réponse exacte.

ChingAtome CC BY-NC

Soit f la fonction définie par $f(x)=-2x+3$				
1.	$f(x)$ est de la forme $ax+b$. La valeur de a est	3	-2	2
2.	L'image de 0 par f est :	1	$1{,}5$	3
3.	La droite qui représente la fonction f passe par le point	$A(-1;1)$	$B(-1;5)$	$C(1;-18)$
4.	L'antécédent de 4 par la fonction f est :	-5	$\dfrac{7}{2}$	$-\dfrac{1}{2}$
5.	La droite qui représente la fonction f coupe l'axe des ordonnées en	$D(1{,}5;0)$	$E(0;3)$	$F(0;2)$

ChingAtome