Troisième/Fonctions linéaires, fonctions affines et problèmes

2. Fonctions linéaires : expression :

Exercice 973

On considère une fonction linéaire f dont la représentation graphique passe par le point de coordonnée $(2\,;-3)$.

Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

Exercice 5683

On considère une fonction f qui admet le tableau de valeur ci-dessous :

x	-1	0	3	4	6
$f(x)$	-3	0	9	12	18

1. Justifier que le tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité.
2. Parmi les expressions ci-dessous, laquelle représente l'expression de la fonction f?

   a. $f(x) = x + 3$ b. $f(x) = 3x$ c. $f(x) = \dfrac{x}{3}$

Exercice 5684

On considère la fonction f linéaire ayant pour coefficient directeur $\dfrac{2}{3}$.

1. Déterminer l'expression de la fonction f.
2. Quels sont les images des nombres 6 et 8 par la fonction f?
3. Quel est l'antécédents du nombre -2 par la fonction f?

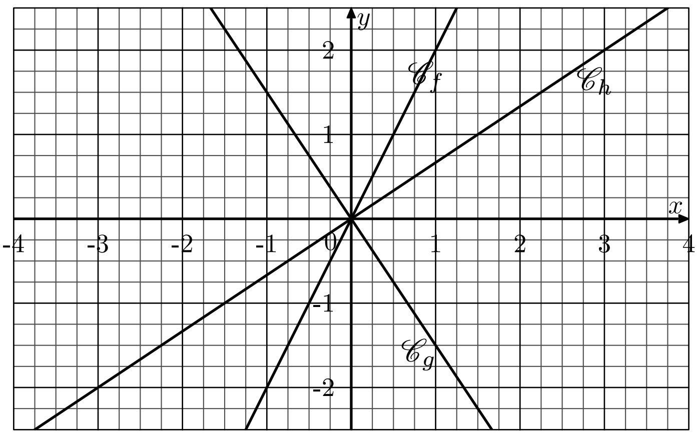
Exercice 5685

On considère la fonction f linéaire dont l'image du nombre 4 a pour valeur 2.

Donner l'expression de la fonction f.

Exercice 5125

Dans le repère ci-dessous, sont représentées les trois courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_g$ respectivement représentatives des trois fonctions f, g et h.

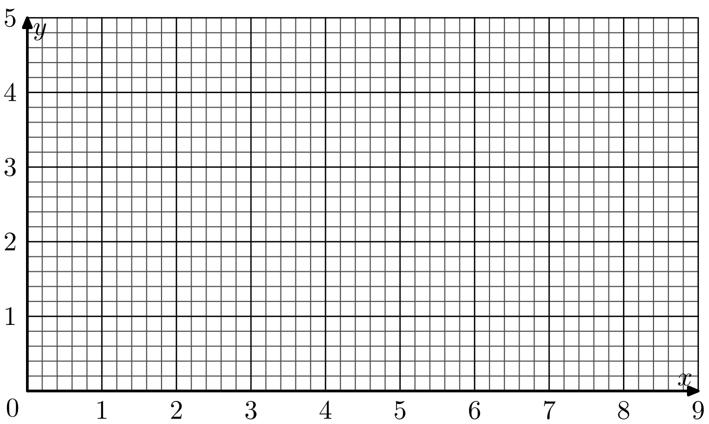


1. Justifier graphiquement que les trois fonctions f, g et h sont des fonctions linéaires.
2. Déterminer graphiquement le coefficient directeur de ces trois fonctions.

3. Tracer de courbes représentatives :

Exercice 4052

On considère le plan muni du repère ci-dessous :



On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot x + 4 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{3}\cdot x$$

1. a. Donner la nature des deux fonctions f et g.

   b. Compléter les deux tableaux de valeurs suivants :

x	0	4	6	8
$f(x)$				

x	0	3	6	9
$g(x)$				

2. Effectuer le tracé des courbes représentatives des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.
3. Les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ vont permettre d'obtenir les valeurs approchées des images et des antécédents de nombres par ces deux fonctions. Laisser

les traits de constructions permettant de répondre aux questions suivantes :

a. Déterminer la valeur approchée de l'image de 2 par la fonction f.

b. Déterminer la valeur approchée de l'image de 4 par la fonction g.

c. Déterminer le(s) valeur(s) approchée(s) des antécédent(s) du nombre 2 par la fonction f.

d. Déterminer le(s) valeur(s) approchée(s) des antécédent(s) du nombre 2,5 par la fonction g.

4. Calcul d'images et d'antécédents : *(+2 exercices pour les enseignants)*

Exercice 5682

On considère la fonction f affine de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 1

1. Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.
2. Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f.
3. Déterminer l'antécédent du nombre 5 par la fonction f.

5. Problèmes et tracés de fonctions affines : *(+1 exercice pour les enseignants)*

Exercice 7988

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 à ce nombre
- Calculer le carré du résultat
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent
- Ecrire le résultat

1. On choisit 4 comme nombre de départ. Prouver par le calcul que le résultat obtenu avec le programme est 9.
2. On note x le nombre choisi.

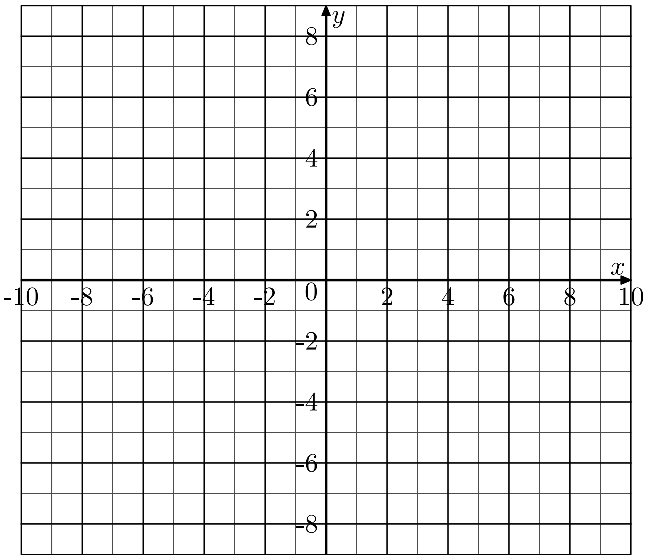
   a. Exprimer le résultat du programme en fonction x.

   b. Prouver que ce résultat est égal $2x+1$.
3. Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2x + 1$

   a. Calculer l'image de 0 par f.

   b. Déterminer par le calcul l'antécédent de 5 par f.

   c. Ci-dessous, tracer la droite représentative de la fonction f.



   d. Par lecture graphique, déterminer le résultat obtenu en choisissant -3 comme nombre de départ dans le programme de calcul. *(laisser les traits de construction apparents).*

6. Problèmes et expression :

Exercice 5921

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2 ▾ f_x $\sum$ = $= -5 \times C1 + 7$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	22	17	12	7	2	-3	-8
3	g(x)	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. Quelle est l'image de -3 par f?
2. Calculer $f(7)$.
3. Donner l'expression de $f(x)$

4. On sait que $g(x)=x^2+4$. Une formule a été saisie dans la cellule `B3` et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules `C3:H3`. Quelle est cette formule?

Exercice 6301

Il existe différentes unités de mesure de la température : en France on utilise le degré Celsius *(^oC)*, aux Etats-Unis on utilise le degré Fahrenheit *(^oF)*.

Pour passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit, on multiplie le nombre de départ par 1,8 et on ajoute 32 au résultat.

1. Qu'indiquerait un thermomètre en degrés Farhenheit si on le plonge dans une casserole d'eau qui gèle? On rappelle que l'eau gèle à 0^oC.

2. Qu'indiquerait un thermomètre Celsius si on le plonge dans une casserole d'eau portée à $212\,^oF$? Que se passe-t-il?

3. a. Si l'on note x la température en degré Celsius et $f(x)$ la température en degré Farhenheit, exprimer $f(x)$ en fonction de x.
   b. Comment nomme-t-on ce type de fonction?
   c. Quelle est l'image de 5 par la fonction f?
   d. Quel est l'antécédent de 5 par la fonction f?
   e. Traduire en terme de conversion de température la relation $f(10)=50$.

7. Problèmes et résolution graphique : *(+2 exercices pour les enseignants)*

Exercice 952

Un client désire acheter un portable à une société en télécommunication, qui lui propose deux tarifs d'abonnement.

- Tarif 1 : 0,30 € la minute et portable gratuit.
- Tarif 2 : 0,18 € la minute et 108 € d'achat de portable.

1. Compléter les tableaux suivants :

   ⇨ Tarif 1 :

Durée en min : x	0	300	600	
Prix à payé en € y_1			180	360

   ⇨ Tarif 2 :

Durée en min : x	0	300	900	1200
Prix à payé en € y_2				

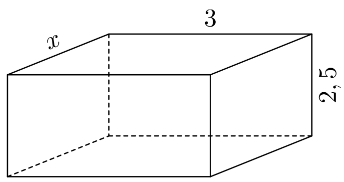
2. Exprimer le prix à payer y_1 en fonction de la durée de communication x pour le tarif 1.
   Exprimer le prix à payer y_2 en focntion de la durée de communication x pour le tarif 2.

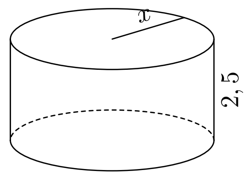
3. Représenter dans un même repère les prix à payer y_1 et y_2 en fonction de la durée de communication ; on utilisera l'échelle suivante :
   - $1\,cm$ pour 50 € ;
   - $1\,cm$ pour $100\,min$ de communication.

4. Déterminer graphiquement (laisser les traits de construction apparents) :
   a. suivant le **tarif 1**, le prix à payer pour 500 minutes de communication.
   b. suivant le **tarif 2**, la durée de communication correspondant à un montant de 180 €.
   c. les coordonnées du point pour lequel le montant à payer est identique pour les deux tarifs.
   d. Pour une durée supérieure à 900 minutes, quel est le tarif le plus avantageux?

Exercice 5147

De façon à récupérer l'eau de pluie de son toit, Lucas décide d'installer un récupérateur d'eau dans le sol de son jardin.
La profondeur dont il dispose est de $2{,}5\,m$.
Un fabricant lui propose alors les deux modèles de réservoirs dchématisés ci-dessou.
Les dimensions sont en mètres.
Le premier modèle a la forme d'un pavé droit, le deuxième est de forme cylindrique : dans chaque cas, x peut varier entre $0{,}5\,m$ et $1{,}5\,m$.





1. Compléter le tableau ci-dessous.

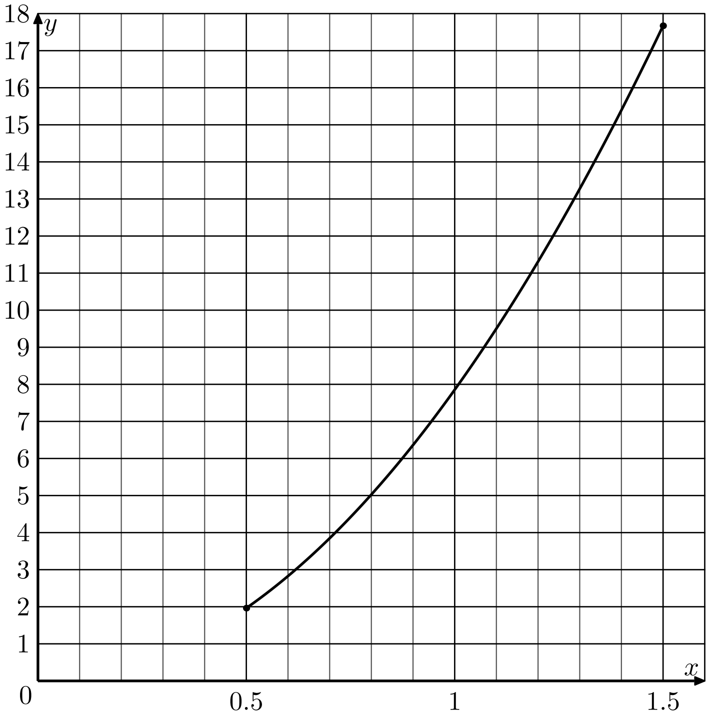
Longueur x *(en m)*		0,5	1,5
Volume du réservoir R_1 *(en m^3)*			
Volume du réservoir R_2 *(en m^3)*	Valeur exacte		
	Valeur arrondie à $0{,}1\,m^3$		

Les détails des calculs des valeurs exactes devront figurer sur votre copie.

2. a. Montrer que l'expression, en fonction de x, du volume du réservoir R_1 est :
   $7{,}5x$
   b. Montrer que l'expression, en fonction de x, du volume du réservoir R_2 est :
   $2{,}5\pi x^2$

3. On considère la fonction $f_1 : x \longmapsto 7{,}5x$.
   Préciser la nature de cette fonction.

4. Pour les valeurs de x comprises entre 0,5 et 1,5, la fonction $f_2 : x \longmapsto 2{,}5\pi x^2$ est déjà représentée sur le graphique ci-dessous :



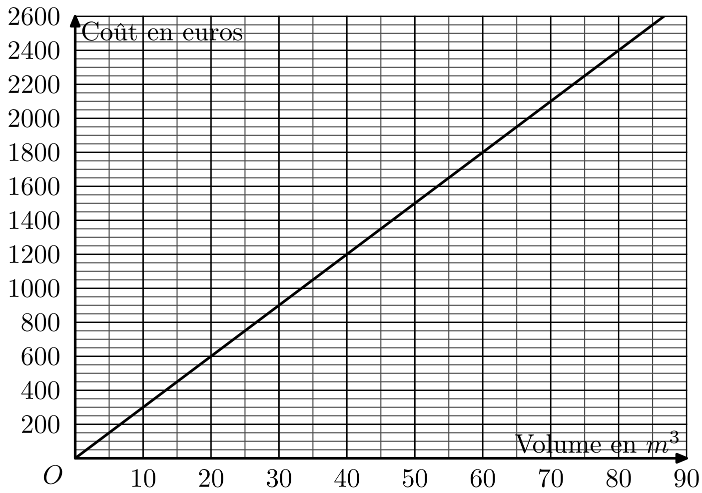
Sur ce même graphique, représenter la fonction f_1.

5. Répondre aux questions suivantes, représenter la fonction f_1.
On répondra par des valeurs approchées et on fera apparaître les traits de construction permettant la lecture sur le graphique.
   a. Quel est le volume du réservoir R_2 pour $x=0{,}8\,m$?
   b. Quel est le rayon du réservoir R_2 pour qu'il ait une contenance de $10\,m^3$?
   c. Quel est l'antécédent de 9 par la fonction f_1? Interpréter concrètement ce nombre.
   d. Pour quelle valeur de x les volumes des deux réservoirs sont-ils égaux?
   e. Pour quelles valeurs de x le volume de R_1 est-il supérieur à celui de R_2?

Exercice 962

M. Dubois réfléchit à son déménagement. Il a fait réaliser deux devis:

1. L'entreprise A lui a communiqué le graphique présenté en annexe. Celui-ci représente le coût du déménagement en fonction du volume à transporter.
   a. Quel serait le coût pour un volume de $20\,m^3$? Laisser apparent les tracés de construction.
   b. Le coût est-il proportionnel au volume transporté? Justifier. Soit g la fonction qui à x, volume à déménager en m^3, associe le coût du déménagement avec cette entreprise. Exprimer $g(x)$ en fonction de x.
2. L'entreprise B lui a communiqué une formule:
   $f(x) = 10x + 800$
   où x est le volume *(en m^3)* à transporter et $f(x)$ le prix à payer en *(en e)*.
   a. Calculer $f(80)$. Que signifie le résultat obtenu?
   b. Déterminer par le calcul l'antécédent de 3 500 par la fonction f.
   c. Représenter graphiquement la fonction f sur le graphique présenté ci-dessous.
3. M Dubois estime à $60\,m^3$ le volume de son déménagement. Quelle société a-t-il intérêt à choisir? On justifiera graphiquement les réponse en laissant les tracés apparents.



Exercice 956

La station de ski Blanche-Neige propose les tarifs suivants pour la saison 2004-2005:

- tarif A: chaque journée de ski coûte 20 euros;
- tarif B: en adhérant au club de sports dont la cotisation annuelle s'élève à 60 euros, on bénéficie d'une réduction de 30 % sur le prix de chaque journée à 20 euros.

1. Yann est adhérent au club des sports de la station. Sachant qu'il a déjà payé sa cotisation annuelle, expliquer pourquoi il devra payer 14 euros par journée de ski.
2. Reproduire et compléter le tableau suivant:

Nombre de jours de ski pour la saison 2004-2005	5	8	
Coût avec le tarif A *(en euros)*	100		220
Coût avec le tarif B *(en euros)*	130		

3. On appelle x le nombre de journées de ski durant la saison 2004-2005.
Exprimer en fonction de x:
   a. le coût annuel C_A en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif A;
   b. le coût annuel C_B en euros pour un utilisateur ayant choisi le tarif B.
4. Sachant que Yann adhérent au club a dépensé au total 242 euros, combien de jours a-t-il skié?
5. Sur un papier millimétré, tracer un repère tel que:
   - en abscisses: $1\,cm$ pour 1 jour de ski;
   - en ordonnées: $1\,cm$ pour 10 euros.
   - l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires.

   On placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille, l'axe des abscisses étant tracé sur le petit côté de la feuille.
   Tracer dans ce repère les représentations graphiques des fonctions affines f et g définies par:
   $f(x) = 20x \quad ; \quad g(x) = 14x + 60$
6. Dans cette partie, on répondra aux différentes aux différentes questions en utilisant le graphique *(faire appa-*

raître sur le graphique les traits nécessaires).

a. Léa doit venir skier douze journées pendant la saison 2004-2005. Quel est pour elle le tarif le plus intéressant? Quel est le prix correspondant?

b. En étudiant les tarifs de la saison. Chloé constate que, pour son séjour, les tarifs A et B sont égaux. Combien de journées de ski prévoit-elle de faire? Quel est le prix correspondant?

Exercice 6288

A l'aide du tableur, on a réalisé les tableaux de valeurs de deux fonctions dont les expressions sont :

$f(x) = 2x \quad ; \quad g(x) = -2x + 8$

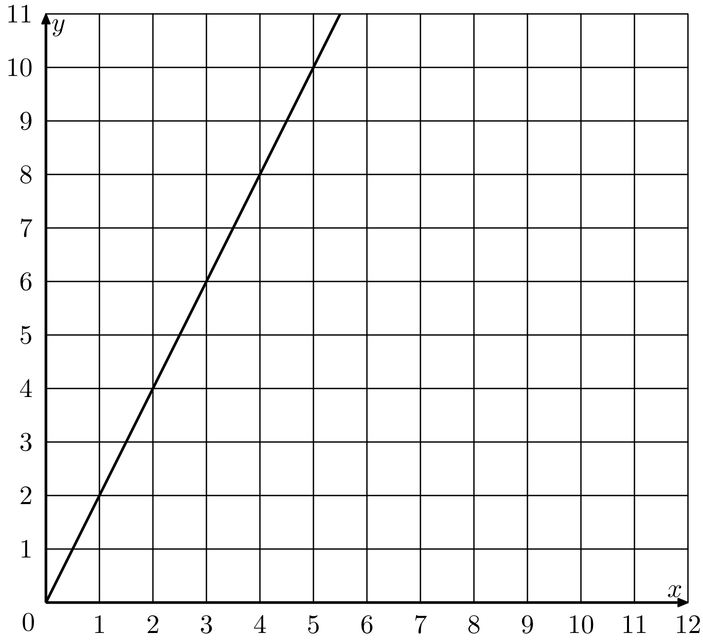
B2 f_x $\sum$ = $=2\times B1$

	A	B	C	D	E	F
1	Valeur de x	0	1	2	3	4
2	Image de x	0	2	4	6	8
3						
4	Valeur de x	0	0,5	1	2	4
5	Image de x	8	7	6	4	0

1. Quelle est la fonction *(f ou g)* qui correspond à la formule saisie dans la cellule `B2`?

2. Quelle formule a été saisie en cellule `B5`?

3. Laquelle des fonctions f ou g est représenté dans le repère ci-dessous?



4. Tracer la représentation graphique de la deuxième fonction dans le repère ci-dessous.

5. Donner, en justifiant, la solution de l'équation :
$2x = -2x + 8$

8. Problèmes et équations :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 6307

La copie d'écran ci-dessous montre le travail effectué par Léa pour étudier trois fonctions f, g et h telles que :

- $f(x) = x^2 + 3x - 7$
- $g(x) = 4x + 5$
- h est une fonction affine dont Léa a oublié d'écrire l'expression dans la cellule `A4`.

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	0	2	4	6
2	$f(x)=x^2+3x-7$	-9	-7	3	21	47
3	$g(x)=4x+5$	-3	5	13	21	29
4	$h(x)$	9	5	1	-3	-7

1. Donner un nombre qui a pour image -7 par la fonction f.

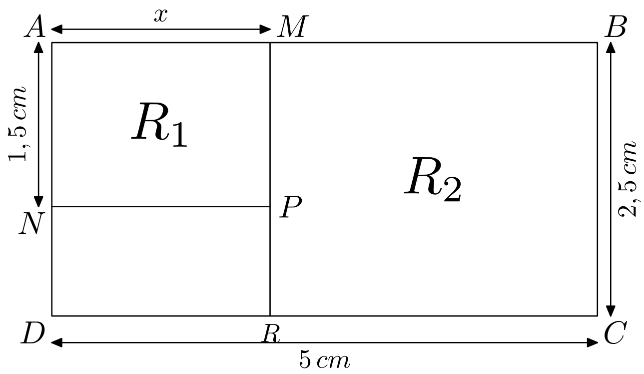
2. Vérifier à l'aide d'un calcul détaillé que : $f(6)=47$.

3. Expliquer pourquoi le tableau permet de donner une solution de l'équation :
$x^2 + 3x - 7 = 4x + 5$
Quelle est cette solution?

4. A l'aide du tableau, retrouver l'expression algébrique $h(x)$ de la fonction affine h.

Exercice 954

$ABCD$ est un rectangle : $DC = 5\,cm$; $BC = 2{,}5cm$.
N est le point du segment $[AD]$ tel que : $AN = 1{,}5\,cm$.
M est un point du segment $[AB]$.
On note x la longueur du segment $[AM]$ exprimée en centimètres *(x est compris entre 0 et 5)*.
$AMPN$ et $MBCR$ sont des rectangles notés respectivement R_1 et R_2.

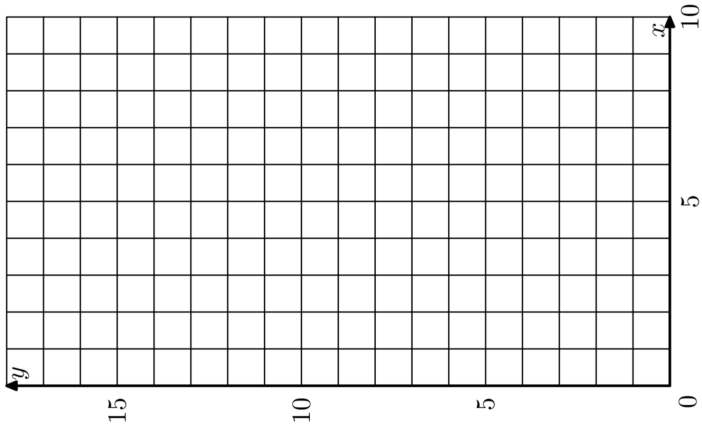


1. a. Exprimer, en fonction de x, le périmètre de R_1.

   b. Exprimer, en fonction de x, le périmètre de R_2.

2. Résoudre l'équation : $2x+3=-2x+15$.

3. Sur le repère suivant, pour $0 \leqslant x \leqslant 5$, représenter graphiquement les deux fonctions affines :
$x \longmapsto 2x + 3 \quad ; \quad x \longmapsto -2x + 15$



4. Quel sont les valeurs de AM pour lesquelles le périmètre de R_2 est supérieur ou égal au périmètre de R_1? *(Aucune justification n'est attendue.)*

Exercice 968

Une agence de location de cassette vidéo propose à ses clients le choix entre deux tarifs.

- Tarif 1 : un abonnement mensuel de 15 € et 0,70 € par cassette louée.
- Tarif 2 : un abonnement mensuel de 11 € et 1,50 € par cassette louée.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de cassettes louées	0	1	2	6	10
Prix payé avec le tarif 1					
Prix payé avec le tarif 2					

2. On appelle x le nombre de cassettes louées par un client en un mois.
Exprimer, en fonction de x :

 a. le prix payé avec le tarif 1, noté $P_1(x)$;

 b. le prix payé avec le tarif 2, noté $P_2(x)$.

3. Représenter graphiquement les fonctions affines.

 a. $P_1 : x \mapsto P_1(x) = 0{,}7x + 15$.

 b. $P_2 : x \mapsto P_2(x) = 1{,}5x + 11$

 On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour une cassette et sur l'axe des ordonnées 1 *cm* pour 2 €.

4. a. Résoudre l'équation : $0{,}7x+15=1{,}5x+11$.
 Interpréter le résultat.

 b. Vérifier graphiquement cette solution en faisant apparaître les pointillés utiles.

5. En utilisant le graphique, combien faut-il louer de cassettes en un mois pour que le tarif 1 soit plus intéressant que le tarif 2?

6. Monsieur Avent a choisi le tarif 2 et il a payé 29 € pour le mois.
Utiliser le graphique pour déterminer le nombre de cassettes qu'il a louées dans le mois.
Faire apparaître les pointillés utiles.

7. Monsieur Comic a choisi le tarif 1 et il a payé 19,90 € pour le mois.

 a. Trouver par un calcul le nombre de cassettes qu'il a louées dans le mois.

 b. Dans ce cas, quel est le prix moyen de la location d'une cassette?
 Donner le résultat au centime d'euro.

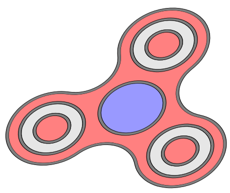
8. L'agence décide de proposer un troisième tarif à ses clients : un prix mensuel de 23 € quel que soit le nombre de cassettes louées dans le mois.

 a. Représenter sur le même graphique, le prix P_3 payé avec le tarif 3.

 b. Combien faut-il louer de cassettes pour que ce nouveau tarif soit plus avantageux que les autres?

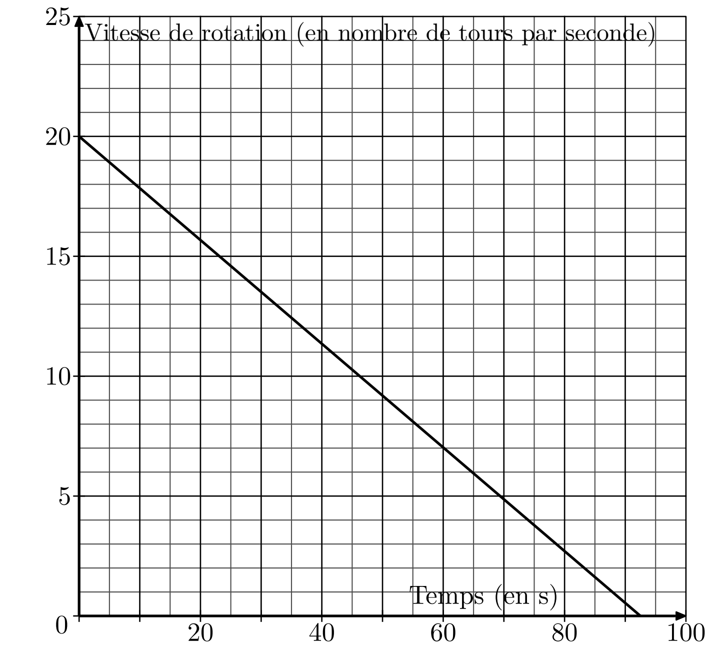
Exercice 7987

Le "*hand-spinner*" est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même. On a donne au "*hand-spinner*" une vitesse de rotation initiale au temps $t=0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du "*hand-spinner*".



Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.
Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde :



Inspiré de : https ://www.sciencesetavenir.frlfondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner-112808

1. Le temps et la vitesse de rotation du "*hand-spinner*" sont-ils proportionnels? Justifier.

2. Par **lecture graphique**, répondre aux questions suivantes :

 a. Quelle est la vitesse de rotation initiale du "*hand-spinner*" *(en nombre de tours par seconde)*?

 b. Quelle est la vitesse de rotation du "*hand-spinner*" *(en nombre de tours par seconde)* au bout d'une minute et vingt secondes?

 c. Au bout de combien de temps, le "*hand-spinner*" va-t-il s'arrêter?

3. Pour calculer la vitesse de rotation du "*hand-spinner*" en fonction du temps t, notée $V(t)$, on utilise la fonction

suivante :

$V(t) = -0{,}214\times t + V_{\text{initiale}}$

- t est le temps *(exprimé en s)* qui s'est écoulé depuis le début de rotation du "*hand-spinner*" ;
- V_{initiale} est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le "*hand-spinner*" au départ.

a. On lance le "*hand-spinner*" à une vitesse initiale de 20 tours par seconde. Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule :

$V(t) = -0{,}214\times t + 20$

Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

b. Au bout de combien de temps le "*hand-spinner*" va-t-il s'arrêter ? Justifier par un calcul.

c. Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le "*hand-spinner*" deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps ? Justifier.

9. Problèmes et inéquations :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 967

Partie A

Un club multisport propose à ses utilisateurs de choisir entre les trois formules :

- Formule A : 1 500 F par séance.
- Formule B : forfait de 28 000 F par an auquel s'ajoute une participation de 800 F par séance.
- Formule C : forfait de 98 000 F par an quel que soit le nombre de séances.

1. Tania décide de suivre une séance par mois pendant toute l'année.
Willy suivra une séance par semaine pendant toute l'année.
Raitua suivra deux séances par semaine pendant toute l'année

a. Recopier et compléter le tableau suivant. On ne demande aucun détail de calcul. On rappelle qu'une année comporte 52 semaines.

	Tania	Willy	Raitua
Nombre de séances pour l'année			
Prix à payer avec la formule A			
Prix à payer avec la formule B			
Prix à payer avec la formule C			

b. Quelle est la formule la plus avantageuse pour chacun ?

2. On appelle x le nombre de séances suivies par une personne.
   - Soit P_A le prix à payer avec la formule A.
   - Soit P_B le prix à payer avec la formule B.

   Exprimer P_A et P_B en fonction de x.

3. Résoudre l'inéquation : $1\,500x \leqslant 28\,000+800x$

Partie B

Les tracés de cette partie seront réalisés sur une feuille de papier milliimétré.

Soit $f : x \longmapsto ax+b$ une fonction affine de droite représentative $\mathscr{D}$.
Tous les points $(x\,;y)$ de $\mathscr{D}$ vérifie la relation $y=ax+b$.

On dira que :
L'égalité $y=ax+b$ est l'équation de la droite $\mathscr{D}$.

Tracer un repère avec l'origine O étant placé en bas à gauche et :

- où 1 cm pour 10 séances sur l'axe des abscisses ;
- où 1 cm pour 10 000 F sur l'axe des ordonnés.
- l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires.

1. Tracer dans ce repère les droites :
   - $\mathscr{D}_A$ d'équation : $y=1\,500x$;
   - $\mathscr{D}_B$ d'équation : $y = 800x + 28\,000$;
   - $\mathscr{D}_C$ d'équation : $y = 98\,000$.

   Pour les questions suivantes, on fera apparaître les traits de construction pemettant d'y répondre. Aucun calcul n'est demandé.

2. Wanda a choisi la formule A et elle a payé 90 000 F. Combien a-t-elle suivi de séances ?

3. Déterminer par le calcul le nombre de séances à partir duquel il est plus avantageux de choisir la formule C.

Exercice 2576

Un vidéo-club propose différents tarifs pour l'emprunt de DVD :

- Tarif A : 4 € par DVD emprunté.
- Tarif B : 2,50 € par DVD emprunté, après avoir payé un abonnement de 18 €.
- Tarif C : abonnement de 70 € pour un nombre illimité de DVD.

1. Compléter le tableau suivant indiquant le prix à payer pour 5, ou 15 ou 25 DVD, aux tarifs A, B ou C.

	5 DVD	15 DVD	25 DVD
Coût au tarif A			
Coût au tarif B			
Coût au tarif C			

On note x le nombre de DVD empruntés.

2. On admet que les trois tarifs peuvent être exprimés à l'aide des fonctions suivantes :

$$f : x \longmapsto 2{,}5x + 18 \quad ; \quad g : x \longmapsto 70 \quad ; \quad h : x \longmapsto 4x$$

a. Associer à chaque tarif la fonction qui lui correspond.

b. Tracer dans un même repère les représentations graphiques de ces trois fonctions. On prendra en abscisse 1 cm pour 2 DVD et en ordonnée 1 cm pour 5€.

3. a. Résoudre l'équation : $4x = 2{,}5x + 18$

b. Interpréter le résultat.

4. a. Résoudre graphiquement l'inéquations suivante : $70 \leqslant 2{,}5x + 18$

b. Retrouver ensuite le résultat par le calcul.

5. **Synthèse :** donner le tarif le plus intéressant selon le nombre de DVD empruntés.

