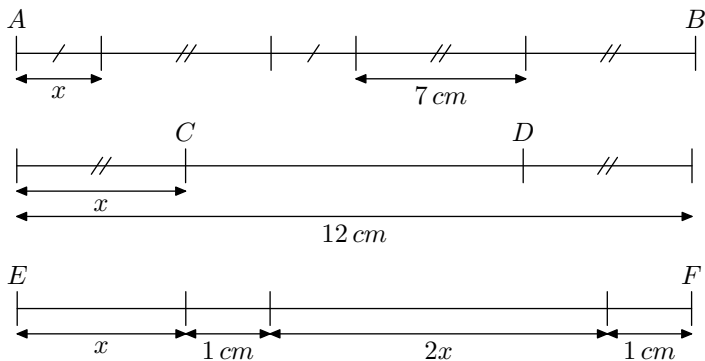


# Troisième/Expressions littérales

## 1. Rappels :

(+3 exercices pour les enseignants)

### Exercice 3587



1. Déterminer, pour chacun des segments ci-dessus, une expression de leurs longueurs en fonction de  $x$ .

2. Donner la longueur de chacun de ces segments lorsque  $x=5$ .

### Exercice 3588



On considère le programme de calcul suivant :

Programme de calcul :

- Choisir un nombre de départ.
- Ajouter 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Lui soustraire le carré du nombre de départ.
- Ecrire le résultat final.

1. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final.

2. Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ?

3. Le nombre de départ étant  $x$ , exprimer le résultat final en fonction de  $x$ .

### Exercice 3603



Pour chacun des deux cas ci-dessous retrouver l'expression littérale qui a été rentrée dans la calculatrice afin d'obtenir le tableau suivant :

1.	Valeur de $x$	Résultat affiché	2.	Valeur de $x$	Résultat affiché
	1	7		1	20
	2	12		2	13
	3	17		3	6
	4	22		4	-1

### Exercice 688



Déterminer l'expression réduite de chacune des expressions suivantes :

$$A = \frac{x+3}{4} - \frac{3x-2}{4} ; B = \frac{2x+5}{3} + \frac{x-2}{2}$$

### Exercice 2228



Donner chacune des expressions ci-dessous sous leur forme la plus simple :

$$\text{a. } \frac{3x-2}{5} - \frac{-7-2x}{5} \quad \text{b. } \frac{2x-1}{3} + \frac{x+1}{4}$$

## 2. Rappels: simple distributivité :

(+1 exercice pour les enseignants)

### Exercice 3604



Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| a. $2(x-2) + 3(x+2)$   | b. $4(1-x) + (3x+1)$   |
| c. $3(2x-5) - 2(x-1)$  | d. $3(3x-2) - (2-x)$   |
| e. $-4(x-2) + 3(2x+1)$ | f. $3(2x-2) - 3(2-3x)$ |

## 3. Rappels: double distributivité :

(+3 exercices pour les enseignants)

### Exercice 3605



Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| a. $(x+1)(2x+1)$  | b. $(3x+1)(2x+2)$ |
| c. $(2x+1)(5-2x)$ | d. $(3x-2)(1-x)$  |
| e. $-(x+1)(2x-3)$ | f. $2(1-x)(2-x)$  |

### Exercice 3606



Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

- a.  $3(x - 1) + (x + 1)(2x + 1)$
- b.  $(x + 2)(x + 1) + (x + 3)(2x - 1)$
- c.  $5(x - 1)(x + 4) - 3(x + 2)$
- d.  $-(2x - 3) + x(x - 1)$
- e.  $(2 - x)(1 + x) - 3(5 - 2x)$
- f.  $3x(x - 1) - (x - 2)(2x - 4)$

#### 4. Factorisation :

(+2 exercices pour les enseignants)

##### Exercice 686



Nous allons factoriser les expressions suivantes :

- a.  $(2x - 1)(3x + 1) + (2x - 1)(5 - 2x)$
- b.  $(x - 3)(2x + 2) + (x - 3)x$
- c.  $2(x - 1) - (x - 1)(3x + 3)$
- d.  $(4x + 3)(2 - 3x) - (2 - 3x)(x - 1)$
- e.  $(x + 1)^2 + (x + 1)(2x - 3)$
- f.  $(3x - 4)(3 - 2x) - (3 - 2x)$

1. Chacune des expressions ci-dessus est une somme ou une différence où chacune de ses termes est un produit. Dans chaque expression, les deux produits possèdent un facteur commun qu'on notera  $k$ ; les deux autres facteurs seront notés  $a$  et  $b$ .

Compléter le tableau ci-dessous :

	$k$	$a$	$b$
a.			
b.			
c.			
d.			
e.			
f.			

##### Exercice 3607



Recopier et compléter correctement les égalités suivantes :

- a.  $(3x + 2)(\dots x + 1) = 15x^2 + \dots x + \dots$
- b.  $(x + 1)(x - \dots) = \dots x^2 - x - \dots$
- c.  $(2x + \dots)(1 + \dots x) = -4x^2 + 4x + \dots$
- d.  $(3x + 1)(\dots x + \dots) = 9x^2 + \dots x + 1$

2. Utiliser une des deux expressions suivantes pour proposer la forme factorisée de chacune des expressions proposées :

$$k \cdot a + k \cdot b = k \times (a + b) \quad ; \quad k \cdot a - k \cdot b = k \times (a - b)$$

##### Exercice 685



Factoriser les expressions algébriques suivantes en utilisant la distributivité :

- a.  $3x + 5x$
- b.  $(2x + 1) \times 2 + (2x + 1) \times 3$
- c.  $(2x + 1) \times 2 + (2x + 1) \times x$
- d.  $(1 - 3x)(2 + x) + (1 - 3x)(5 - 2x)$
- e.  $(2 + 3x)(x - 1) - (x + 1)(3x + 2)$
- f.  $(x + 1)^2 + (x + 1)(5x - 4)$

##### Exercice 5205



Factoriser les expressions ci-dessous (on sera emmené à faire apparaître un facteur commun aux termes de la somme) :

- a.  $3x + 9$
- b.  $14x - 12$
- c.  $-2x - 2$
- d.  $5x^2 + 7x$
- e.  $14 - 21x$
- f.  $7x + 7x^2$

#### 5. Développement d'identités remarquables :

(+3 exercices pour les enseignants)

##### Exercice 701



Développer les expressions suivantes :

- a.  $(x + 1)(x + 1)$
- b.  $(2x + 3)(2x + 3)$
- c.  $(x + 6)(x + 6)$
- d.  $(5x + 1)(5x + 1)$
- e.  $(3x + 3)(3x + 3)$
- e.  $(a + b)^2$

**Exercice 694**

Développer les expressions suivantes :

- a.  $(x-2)(x-2)$       b.  $(x-3)(x-3)$   
 c.  $(3x-1)(3x-1)$       d.  $(5x-1)(5x-1)$   
 e.  $(3x-2)(3x-2)$       f.  $(a-b)^2$

**Exercice 2219**

Développer les expressions suivantes :

- a.  $(x+2)(x-2)$       b.  $(x+1)(x-1)$   
 c.  $(2x-3)(2x+3)$       d.  $(3-4x)(3+4x)$   
 e.  $(2x+2)(2x-2)$       f.  $(a+b)(a-b)$

**Exercice 698**

Développer et simplifier les expressions suivantes :

- a.  $(4x+3)^2$       b.  $(4x-2)^2 - 2(x+2)$   
 c.  $(3x-2)(3x+2)$   
 d.  $(2x+1)(2x-1) + 4 \times [2 + 3(x+1)]$

**Exercice 3698**

Donner la forme développée et réduire des expressions suivantes :

- a.  $(3x+2)^2$       b.  $(2-5x)^2$   
 c.  $(3x+1)(3x-1)$       d.  $(5x+1)(3-x) - 3(1-x)$

**Exercice 3696**

- Développer :  $(x-1)^2$ .  
Justifier que  $99^2 = 9801$  en utilisant le développement précédent.
- Développer :  $(x-1)(x+1)$ .  
Justifier que  $99 \times 101 = 9999$  en utilisant le développement précédent.

**Exercice 5240**

On considère les programmes de calcul suivants :

**Programme A**

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carré de la somme obtenue
- Soustraire au résultat le carré du nombre départ

**Programme B**

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 au double de ce nombre

- On choisit 5 comme nombre de départ.  
Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes ?
- Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

**Exercice 5658**

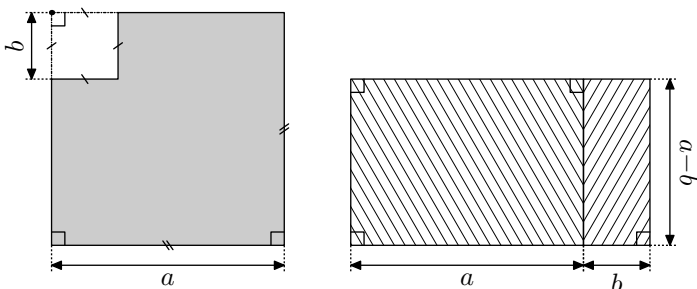
On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Elever cette somme au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ
- Soustraire au résultat 4.

- Montrer que, si le nombre choisi est 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.
  - Montrer que, si le nombre choisi est 5, le programme de calcul renvoie le nombre 20.
- Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2 ?
- En notant  $x$  le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul ?
  - Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à  $4 \times x$ .

**6. Factorisation et identité remarquable :****Exercice 7998**

On considère les deux figures ci-dessous. L'une est grisée et l'autre est composée de deux figures hachurées :



Montrer que ces deux figures ont même aires

**Exercice 7997**

Factoriser les expressions suivantes :

- a.  $(x+4)^2 - 2^2$       b.  $(x+1)^2 - 3^2$   
 c.  $(x-2)^2 - 2^2$       d.  $4^2 - (x+1)^2$

## 7. Développer, factoriser et évaluer : (+1 exercice pour les enseignants)

### Exercice 693

1. Développer et simplifier les expressions suivantes :

a.  $(3x+2)^2$       b.  $(5-x)(5+x) + (x-1)^2$

2. Factoriser les expressions suivantes :

a.  $9x^2 - 25$       b.  $(x+1)(5-2x) - (x+1)^2$

### Exercice 682

1. Réduire l'expressions  $A$ :  $A = 2 \times \frac{3x+1}{4} - \frac{1-x}{2}$

2. Factoriser les expressions suivantes, aucune explications n'est demandée :

$B = (x+2)^2 - (1-2x)^2$  ;  $C = 4 - 16x^2 + (4x+2)(5x-4)$

### Exercice 3695

On considère l'expression:  $A = \frac{1}{4} [(a+b)^2 - (a-b)^2]$

1. Calculer  $A$  pour  $a=1$  et  $b=5$ .
2. Calculer  $A$  pour  $a=-2$  et  $b=-3$ .
3. Alex affirme que le nombre  $A$  est égal au produit des nombres  $a$  et  $b$ . A-t-il raison? Justifier.

### Exercice 3697

On considère l'expression:  
 $D = (2x+3)^2 + (x-5)(2x+3)$

1. Développer et réduire l'expression  $D$ .
2. Factoriser l'expression  $D$ .

3. Evaluer l'expression pour  $x=1$  et  $x=\frac{2}{3}$ .

### Exercice 699

1. Développer l'expression:  $A = (2x-1)^2$ .
2. Donner la forme factorisée de:  $B = 4x^2 - 4x + 1$
3. Donner la valeur de  $B$  pour  $x=0$  et pour  $x=\frac{1}{2}$

### Exercice 3759

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Chaque réponse donne un point, une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

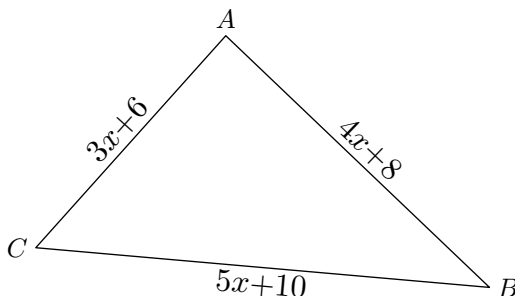
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

		Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1.	$6-4(x-2)$ est égale à	$2x-4$	$14-4x$	$-2-4x$
2.	Quelle l'expression factorisée de: $4x^2-12x+9$	$(2x+3)(2x-3)$	$(2x+3)^2$	$(2x-3)^2$
3.	Pour $x=-2$ , l'expression $5x^2+2x-3$ est égale à	13	-27	17

## 8. Problèmes : (+2 exercices pour les enseignants)

### Exercice 680

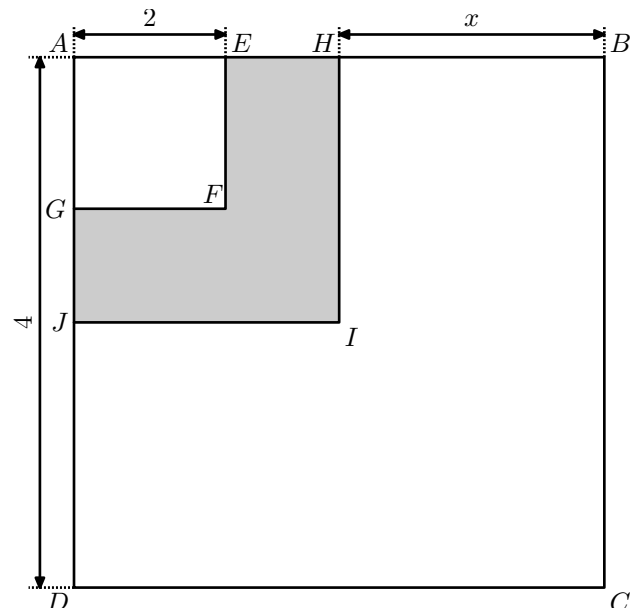
Démontrer que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$  quelle que soit la valeur de "x" :



### Exercice 826

1. Dans la figure ci-dessous  $AEFG$ ,  $AHIJ$  et  $ABCD$  sont des carrés. Calculer  $AH$  en fonction de  $x$ ; en déduire l'aire de  $AHIJ$  puis préciser, dans la liste ci-dessous, la (ou les) expressions(s) algébriques qui correspondent à l'aire hachurée :

$M = (4-x)^2 - 2^2$  ;  $N = (4-x-2)^2$  ;  $P = 4^2 - x^2 - 2^2$



2. Développer et réduire l'expression:  $Q = (4-x)^2 - 4$ .
3. Factoriser  $Q$ .

4. Calculer  $Q$  pour  $x=2$ . Que traduit ce résultat pour la figure?

### Exercice 6303



Léa pense qu'en multipliant deux entiers impairs consécutifs (*c'est-à-dire qui se suivent*) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4

1. **Etude d'un exemple :** 5 et 7 sont deux entiers impairs consécutifs.

- a. Calculer:  $5 \times 7 + 1$ .  
b. Léa a-t-elle raison pour cet exemple?

2. Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Entier impair	Entier impair suivant	Produit de ces entiers impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	$x$	$2x+1$	$2x+3$	$(2x+1)(2x+3)$	$(2x+1)(2x+3)+1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

- a. D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier entier impair 17?  
b. Montrer que cet entier est un multiple de 4.  
c. Parmi les quatre formules de calcul tableau suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles? Aucune justification n'est attendue.
- Formule 1:  $=(2*A3+1)*(2*A3+3)$
  - Formule 2:  $=(2*B3+1)*(2*C3+3)$
  - Formule 3:  $=B3*C3$
  - Formule 4:  $=(2*D3+1)*(2*D3+3)$

3. **Etude algébrique :**

- a. Développer et réduire l'expression:  
 $(2x+1)(2x+3)+1$   
b. Montrer que Léa avait raison: le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

### Exercice 5917

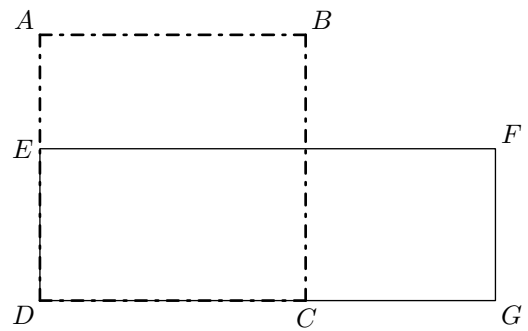


Le dessin-ci-dessous représente un figure composée :

- d'un carré  $ABCD$  et d'un rectangle  $DEFG$ .
- $E$  est un point du segment  $[AD]$ .
- $C$  est un point du segment  $[DG]$ .

Dans cette figure, la longueur  $AB$  peut varier mais on a toujours :

$$AE = 15 \text{ cm} ; CG = 25 \text{ cm}$$



1. Dans cette question, on suppose que:  $AB = 40 \text{ cm}$

- a. Calculer l'aire du carré  $ABCD$ .  
b. Calculer l'aire du rectangle  $DEFG$ .

2. Peut-on trouver la longueur  $AB$  de sorte que l'aire du carré  $ABCD$  soit égale à l'aire du rectangle  $DEFG$ ?

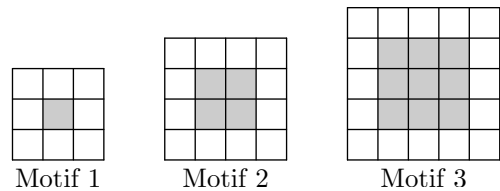
Si oui, calculer  $AB$ . Si non, expliquer pourquoi.

*Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.*

### Exercice 7634



Gaspard réalise des motifs avec des carreaux de mosaïque blancs et gris de la façon suivante :



Gaspard forme un carré avec des carreaux gris puis le borde avec des carreaux blancs.

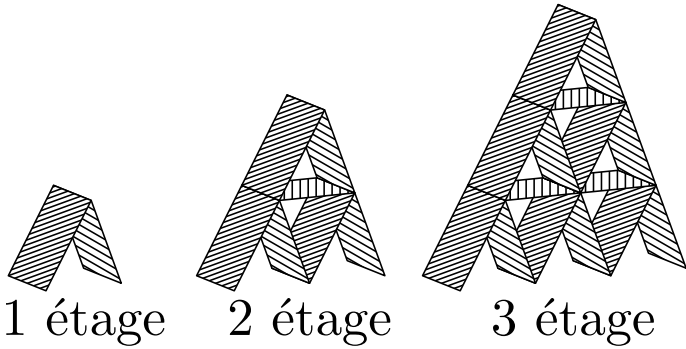
1. Combien de carreaux blancs Gaspard va-t-il utiliser pour border la carré gris du motif 4 (*un carré ayant 4 carreaux gris de côté*)?  
2. a. Justifier que Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux gris.  
b. Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré gris obtenu?  
3. On appelle "*motif n*" le motif pour lequel on borde un carré de  $n$  carreaux gris de côté. Trois élèves ont proposé chacun une expression pour calculer le nombre de carreaux blancs nécessaires pour réaliser le "*motif n*" :

- Expression n°1:  $2 \times n + 2 \times (n+2)$
- Expression n°2:  $4 \times (n+2)$
- Expression n°3:  $4 \times (n+2) - 4$

Une seule de ces trois expressions ne convient pas. Laquelle?

**Exercice 6354**

Alexandre sur la construction de château de cartes. Il réussi à construire un château de 3 étages.



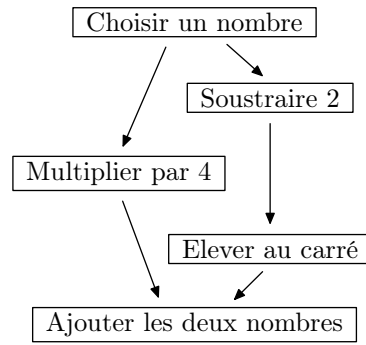
Soit  $n$  un entier strictement positif. Pour connaître le nombre de cartes nécessaires pour construire le château à  $n$  étages, on propose les trois expressions suivantes :

a.  $5n - 3$       b.  $\frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$       c.  $2n^2 - n + 1$

Deux de ces expressions ne sont pas correctes. Lesquelles?

**Exercice 8978****Exercice 8682**

Voici deux programmes de calcul :

**Programme A****Programme B**

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 6 au résultat

1. a. Montrer que, si l'on choisit le nombre 5, le résultat du programme A est 29.  
b. Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5?
2. Si on nomme  $x$  le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du programme A peut s'écrire  $x^2 + 4$ .
3. Quel est le résultat du programme B si l'on nomme  $x$  le nombre choisi?
4. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :
  - a. "Si l'on choisit le nombre  $\frac{2}{3}$ , le résultat du programme B est  $\frac{58}{9}$ ."
  - b. "Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du programme B est un nombre entier impair."
  - c. "Le résultat du programme B est toujours un nombre positif."
  - d. "Pour un même nombre entier choisi, les résultats des programmes A et B sont ou bien tous les deux entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs"