Seconde/Racines carrées

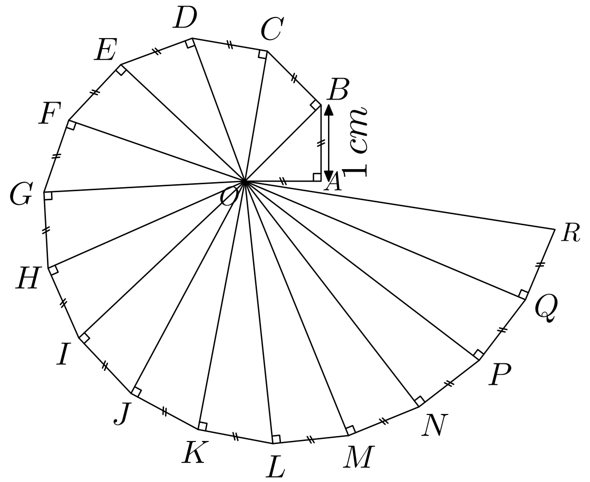
Vous trouverez davantage d'exercices sur les racines carrées en suivant le lien

https://chingatome.fr/chapitre/hp-lycee/racines-carres

2. Introduction :

Exercice 748

La figure ci-dessous est construite ainsi :
- Le triangle OAB est isocèle rectangle en A tel que $OA=1\,cm$;
- A l'extérieur du triangle OAB et sur l'hypoténuse $[OB]$, on construit un triangle rectangle en B tel que : $BC=1$;
- et ainsi de suite...



1. a. Justifier les deux égalités suivantes :
   $OB^2=2$; $OC^2=3$

   b. A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée des longueurs OB et OC à 10^{-3} près.
2. a. Justifier que : $OD=2\,cm$.

   b. Justifier brièvement que : $OI=3\,cm$.

Exercice 792

Répondre à la question suivante à l'aide de la calculatrice :

1. Donner la troncature des nombres suivants au centième près :

   a. $\sqrt{2}$ b. $\sqrt{3}$ c. $\sqrt{10}$
2. Donner la valeur arrondie des nombres suivants à 10^{-2} près :

   a. $\sqrt{52}$ b. $\sqrt{4+0{,}03}$ c. $\dfrac{\sqrt{72}+2}{\sqrt{2}}$
3. Déterminer la valeur exacte des nombres suivants :

   a. $\sqrt{4}$ b. $\sqrt{25+75}$ c. $\sqrt{0{,}01}$
4. Résoudre les équations suivantes *(chacune de ces équations admettent deux solutions)* :

   a. $x^2=9$ b. $x^2=100$ c. $x^2=2$

Exercice 766

Sans l'aide de la calculatrice, donner la valeur exacte de chacune des racines carrés ci-dessosu :

a. $\sqrt{4}$ b. $\sqrt{400}$ c. $\sqrt{20+44}$

d. $\sqrt{0{,}49}$ e. $\sqrt{121}$ f. $\sqrt{0{,}25}$

Exercice 756

Sans l'aide de la calculatrice, justifier qu'aucune des expressions ci-dessous n'a de sens :

$\sqrt{-4}$; $\sqrt{-1}$; $\sqrt{5-9}$

3. Autour de la définition :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 784

Soit a un nombre positif, la définition de la racine carrée me permet d'établir les deux relations suivantes :

$\sqrt{a^2}=a$; $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$.

Utiliser ces deux propriétés pour simplifier, si possible, les expressions suivantes :

a. $\left(\sqrt{4}\,\right)^2+\left(\sqrt{6}\,\right)^2$ b. $\sqrt{3^2+4^2}$ c. $\left(\sqrt{4+6}\right)^2$

d. $\sqrt{(4+6)^2}$ e. $\sqrt{4^2}\times\sqrt{6^2}$ f. $\sqrt{4^2\times 6^2}$

Exercice 757

1. a. Donner la valeur des expressions suivantes :
   $\sqrt{9}+\sqrt{16}$; $\sqrt{9+16}$

   b. Donner la valeur des expressions suivantes :
   $\sqrt{169}-\sqrt{25}$; $\sqrt{169-25}$
2. Que peut-on dire des relations ci-dessous :

   a. $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ b. $\sqrt{a-b}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$

Exercice 246

Justifier les deux égalités suivantes :

$\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^4=3$; $\sqrt{7^{10}}=7^5$

4. Premières équations du second degré :

Exercice 788

1. a. Déterminer deux valeurs de x vérifiant l'égalité : $x^2 = 4$.
   b. Quel(s) nombre(s) vérifie(nt) l'égalité : $x^2 = 0$.
   c. Existe-t-il un nombre x vérifiant l'égalité : $x^2 = -1$.
   Justifier votre réponse.
2. Afficher sur votre calculatrice les résultats des opérations suivantes :
   a. $\sqrt{-1}$ b. $\sqrt{3-7}$

Exercice 765

1. Donner les deux nombres solutions de l'équation $x^2=4$.
2. Résoudre les équations suivantes :
   a. $x^2 = 0$ b. $x^2 = -1$
   c. $(x+1)^2 = 0$ d. $(x-1)^2 = 4$

5. Relations multiplicatives et simplifications :

(+3 exercices pour les enseignants)

Exercice 751

1. Ecrire chacun des nombres ci-dessous sous la forme de produit, où le maximun de facteurs sont des nombres élevés au carrée *(exemple* $50=5^2\times2$*)*
   a. 75 b. 32 c. 18
   d. 72 e. 1 000 f. 242
2. Donner une écriture simplifiée des racines carrées suivant :
   a. $\sqrt{75}$ b. $\sqrt{32}$ c. $\sqrt{18}$
   d. $\sqrt{72}$ e. $\sqrt{1\,000}$ f. $\sqrt{242}$

Exercice 782

Ecrire les radicaux suivant sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers où b est le plus petit possible :

a. $\sqrt{3^2\times2}$ b. $\sqrt{13\times4^2}$ c. $\sqrt{12}$
d. $\sqrt{48}$ e. $\sqrt{1\,600}$ f. $\sqrt{360}$

Exercice 750

Ecrire les calculs suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers avec b le plus petit possible :

a. $\sqrt{5}\times\sqrt{30}$ b. $\sqrt{24}\times\sqrt{6}$ c. $5\sqrt{2}\times2\sqrt{2}$
d. $3\sqrt{6}\times4\sqrt{3}$ e. $\sqrt{39}\times2\sqrt{13}$ f. $2\left(\sqrt{15}\right)^2$

Exercice 8390

1. Simplifier l'expression de chacun des produits suivants :
   a. $\sqrt{6}\times\sqrt{40}$ b. $\sqrt{3}\times\sqrt{15}$ c. $\sqrt{8}\times\sqrt{18}$
2. Développer puis simplifier les expressions suivantes :
   a. $\sqrt{2}(\sqrt{18}+2)$ b. $\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{45})$

6. Relations multiplicatives et quotient :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 8324

1. Simplifier le calcul suivant : $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$
2. a. Compléter la phrase suivante :
   $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ est un nombre dont le carré vaut ……
   b. Compléter l'égalité : $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{\dots}{\dots}}$
3. Pour tous nombres positifs a et b, avec $b\neq0$, justifier l'égalité :
$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Exercice 275

Justifier que chacune des expressions présentées ci-dessous représentent l'inverse du nombre $\dfrac{\sqrt{8}}{3}$:

a. $\dfrac{3}{\sqrt{8}}$ b. $\dfrac{3\sqrt{8}}{8}$ c. $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{16}}$

7. Simplifications de quotients avec des radicaux au dénominateur :

(+2 exercices pour les enseignan

Exercice 733

Ecrire les fractions suivantes sans radical au dénominateur :

a. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ b. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ c. $\dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$

Exercice 775

Simplifier les expressions ci-dessous sans radical au dénominateur :

a. $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ b. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ c. $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$ d. $\sqrt{\dfrac{2}{18}}$ e. $\sqrt{\dfrac{27}{3}}$

8. Relations multiplicatives et problèmes :

(+3 exercices pour les enseignants)

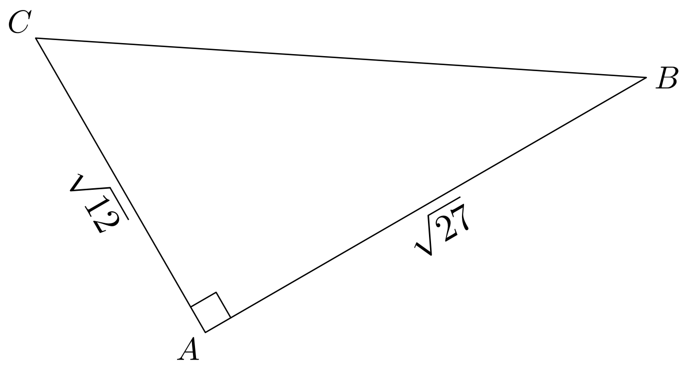
Exercice 783

1. Développer : $A(x)=(2x+1)(2x-1)$.
2. Calculer $A(x)$ pour $x=\sqrt{5}$
3. Expliquer comment on peut utiliser la première question pour calculer :

   $20\,001\times19\,999$

Exercice 3833

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous dont certaines mesures de ses côtés sont portées sur la figure :

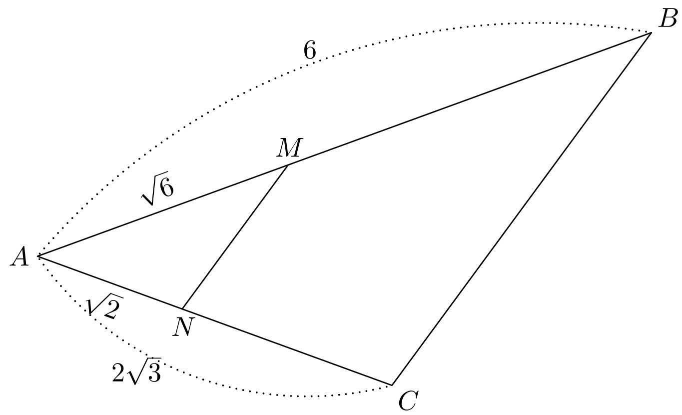


Déterminer l'aire de ce triangle.

Exercice 5239

On considère le triangle ABC où M est un point de $[AB]$ et N est un point de $[AC]$. On a les mesures suivantes :

$AB=6$; $AC=2\sqrt{3}$; $AM=\sqrt{6}$; $AN=\sqrt{2}$



Montrer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

9. Simplifications additives :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 3832

1. Simplifier l'écriture de la somme ci-dessous :
   $A=\sqrt{2}+2\sqrt{2}$
2. a. Simplifier l'expression des racines carrées suivantes :
   $\sqrt{50}$; $\sqrt{32}$

   b. Déduire de la question précédente une simplification de la somme :
   $B=\sqrt{50}+\sqrt{32}+\sqrt{2}$
3. On considère le nombre : $C=2\sqrt{27}+5\sqrt{75}$
   Justifier la simplification suivante : $C=31\sqrt{3}$

Exercice 785

Simplifier au maximum l'écriture des calculs suivants :

a. $\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ b. $\sqrt{12}+\sqrt{3}$

c. $\sqrt{3}\times\sqrt{6}+\sqrt{2}$ d. $\sqrt{8}+\sqrt{2}$

Exercice 734

Donner les expressions ci-desssous sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers où b est le plus petit possible :

a. $\sqrt{3}+\sqrt{3}$ b. $2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$ c. $\sqrt{2}-4\sqrt{2}$

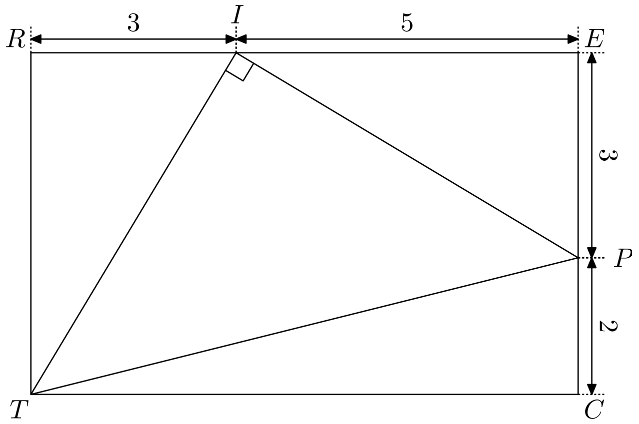
d. $\sqrt{8}+\sqrt{2}$ e. $\sqrt{27}-8\sqrt{3}$ f. $\sqrt{50}-\sqrt{72}$

Exercice 758

1. Ecrire le calcul suivant sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier :
   $2\sqrt{48}+7\sqrt{3}-\sqrt{75}$
2. Montrer que A est un nombre entier :
   $\sqrt{63}-4\sqrt{2}+\sqrt{18}\times\sqrt{2}+2\sqrt{8}-3\sqrt{7}$

Exercice 774

L'unité de longueur est le centimètre. $RECT$ est un rectangle.



1. Calculer le périmètre du triangle TIP.
2. Deux élèves ont calculé le périmètre du triangle TIP.
   - Marcel a trouvé : $2\sqrt{17}(\sqrt{2}+1)$.
   - Paul a trouvé : $2\sqrt{34}\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

   a. La réponse de Marcele est-elle exacte?

   b. La réponse de Paul est-elle exacte?

10. Des calculs et des racines carrées :

(+5 exercices pour les enseignants)

Exercice 736

Calculer et simplifier au maximum l'écriture des racines suivantes :

a. $(3+\sqrt{2})\sqrt{2}$ b. $(2+\sqrt{3})(1-\sqrt{2})$

c. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$ d. $(3\sqrt{5}+\sqrt{2})^2$

e. $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})+1$

Exercice 744

Donner le résultat des calculs suivants sous la forme $a+b\sqrt{c}$, où a et b sont des nombres relatifs et où c est un nombre entier positif le plus petit possible.

a. $\sqrt{5}\times(2\sqrt{15}-3\sqrt{5})$ b. $(2\sqrt{3}+1)^2$

c. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ d. $(4\sqrt{5}-3\sqrt{3})(\sqrt{3}+2\sqrt{5})$

Exercice 267

1. Montrer que les deux nombres suivants sont inverses l'un de l'autre :
$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad ; \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$
2. Montrer que : $\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 = 1+\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

11. Racine carrée et valeur absolue :

Exercice 8323

1. Compléter le tableau ci-dessous :

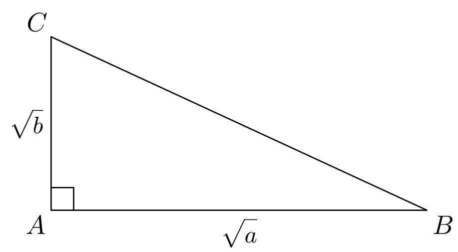
x	-5	-3	0	1	2	$\sqrt{5}$
$\sqrt{x^2}$						
$\mathrm{d}(0;x)$						

2. Pour tout nombre réel x ($x\in\mathbb{R}$), que peut-on dire de $\sqrt{x^2}$ et $\mathrm{d}(0;x)$?

12. Inégalité triangulaire :

Exercice 8363

Soit a et b deux nombres réels strictement positif. On considère le triangle ABC rectangle en A dont les côtés $[AB]$ et $[AC]$ ont pour mesures respectives $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$:



1. Exprimer la longueur de l'hypoténuse $[BC]$ en fonction des nombres a et b.

2. Quelle propriété permet d'affirmer l'inégalité :

$$\sqrt{a+b} \leqslant \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

pour tout nombre réel positif ou nul a et b?

255. Exercices non-classés :

Exercice 2468

A l'aide de la décomposition des nombres entiers en produits de facteurs premiers, donner l'écriture de chacun des nombres suivants sous la forme $p\sqrt{q}$ où $p \in \mathbb{N}$ et $q \in \mathbb{N}$ et où q est le plus petit possible.

a. $\sqrt{432}$ b. $\sqrt{126}$ c. $\sqrt{42}$

