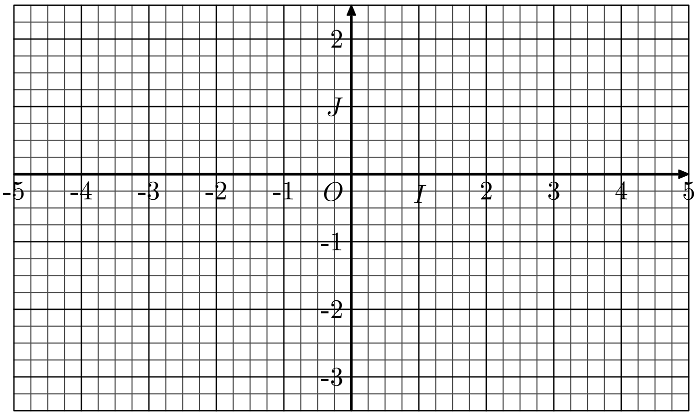
Seconde/Milieu d'un segment, norme et vecteurs colinéaires

1. Autour de la longueur :

Exercice 8294

On considère le plan muni du repère $(O;I;J)$ représenté ci-dessous :

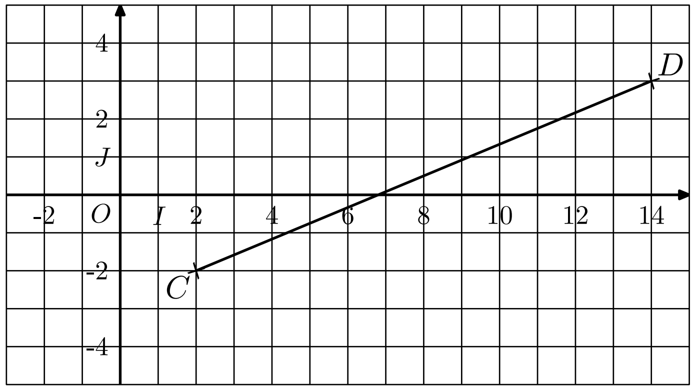


1. a. Placer les points A et B de coordonnées :
   $A(-3{,}5\,;-2{,}5)$; $B(1{,}5\,;-2{,}5)$
   b. Donner, graphiquement, la longueur du segment $[AB]$.
2. a. Placer les points D et C de coordonnées :
   $C(3{,}5\,;-3)$; $D(3{,}5\,;1)$
   b. Donner, graphiquement, la longueur du segment $[CD]$.
3. a. Placer les points E et F de coordonnées :
   $E(-4\,;-2)$; $F(1\,;2)$
   b. Donner la mesure exacte du segment $[EF]$.

Toutes traces de recherche ou de prise d'initiative seront prises en compte dans l'évaluation de l'exercice

Exercice 941

On considère le plan muni du repère $(O;I;J)$ orthonormé ci-dessous :



1. Le but de cette question est de déterminer la longueur du segment $[CD]$:
   a. Donner les coordonnées des points C et D.
   b. Placer le point $E(14\,;-2)$. Quelle est la nature du triangle CDE?
   c. Donner les mesures des segments $[CE]$ et $[ED]$.
   d. A l'aide du théorème de Pythagore, déterminer la longueur du segment $[CD]$.
2. Placer les points $F(-2\,;4)$ et $G(13\,;-4)$ dans le repère. Par une démarche similaire, montrer que : $FG=17$
3. Soient A et B deux points quelconques du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$.

   Justifier que la distance AB en fonction de x_A, x_B, y_A et y_B s'exprime par :

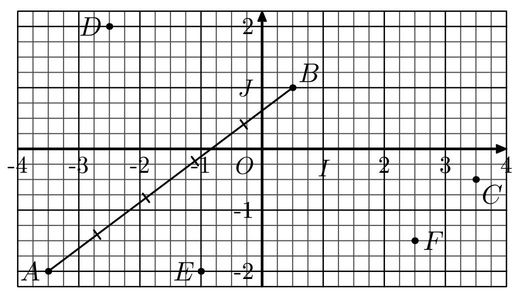
   $$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$$
4. Utiliser la formule pour établir que : $CG=\sqrt{125}$

2. Norme de vecteurs et calcul de longueurs :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 8295

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé, on considère les six points représentés ci-dessous :



1. Donner la mesure, en centimètre, de l'unité du repère.
2. a. Vérifier que le segment $[AB]$ mesure 5 unités.

(on pourra utiliser les graduations portées sur le segment $[AB]$)

b. Par lecture graphique, compléter les pointillés ci-dessous :
$x_A = \ldots \quad ; \quad y_A = \ldots \quad ; \quad x_B = \ldots \quad ; \quad y_B = \ldots$

c. Donner la valeur de l'expression ci-dessous :
$$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

3. a. Compléter les pointillés afin d'obtenir l'expression donnant la mesure du segment $[CD]$:
$$CD = \sqrt{(\ldots - \ldots)^2 + (\ldots - \ldots)^2}$$

b. Donner la mesure du segment $[CD]$.

4. Déterminer la mesure du segment $[EF]$.

Exercice 8296

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les deux points A et B dont les coordonnées sont :
$$A\left(\frac{11}{3}\,;3\right) \quad ; \quad B\left(\frac{5}{3}\,;\frac{3}{2}\right)$$

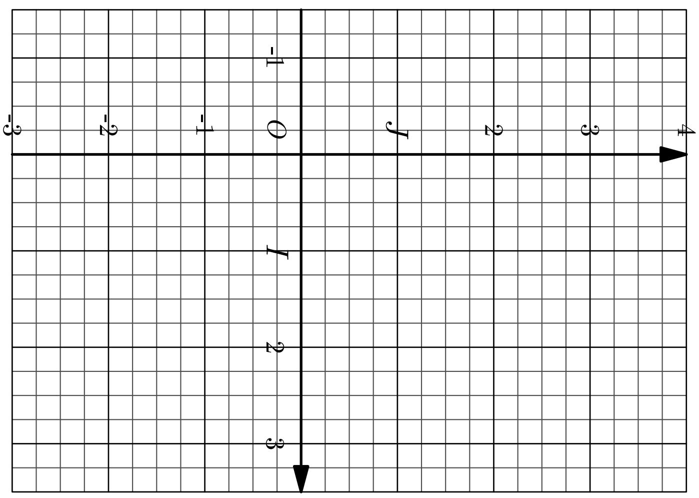
Déterminer la mesure du segment $[AB]$.

3. Longueur et géométrie :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 4525

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ les trois points :
$A(3\,;1) \quad ; \quad B(1\,;2) \quad ; \quad C(-1\,;-2)$



1. Placer les points A, B et C dans le repère ci-dessus.
2. Démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle. On précisera le somme de son angle droit.

Exercice 4524

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.

1. On considère les trois points :
$A(1\,;2) \quad ; \quad B(2\,;-1) \quad ; \quad C(-2\,;1)$
Démontrer que le triangle ABC est isocèle en A.
2. On considère les trois points suivants :
$D(-3\,;-1) \quad ; \quad E(-2\,;-2) \quad ; \quad F(0\,;2)$
Démontrer que le triangle DEF est rectangle en D.

Exercice 2706

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points A, B, C de coordonnées respectives :
$$A(-1\,;-1) \quad ; \quad B(2\,;3) \quad ; \quad C\left(\frac{9}{2}\,;-2\right).$$

Montrer que le triangle ABC est isocèle en C.

Exercice 8039

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(3\,;2)$ et de rayon 5.

1. Parmi les points $B(6\,;6)$ et $C(2\,;7)$, lesquels appartiennent au cercle $\mathscr{C}$:
2. Représenter cette configuration afin de vérifier vos réponses.

Exercice 8108

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(-3\,;-2)$ et de rayon 5, le cercle $\mathscr{C}'$ de centre $B(4\,;1)$ et de rayon 3 et le point C de coordonnées $C(1\,;1)$.

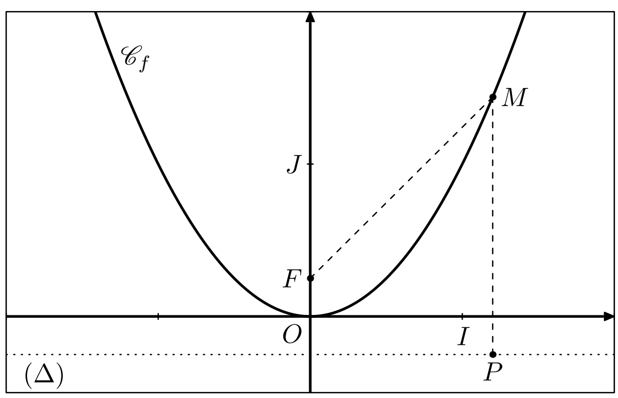
1. a. Montrer que le point C appartient aux cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

b. Montrer que le point $D\left(\frac{56}{29}\,;-\frac{34}{29}\right)$ est le second point d'intersection des cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

2. Justifier que le triangle ABC n'est pas un triangle rectangle.

Exercice 8365

Dans le plan muni d'un repère $(O\ I\,;J)$, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction carré, la droite d'équation $y = -\frac{1}{4}$ et le point $F\left(0\,;\frac{1}{4}\right)$.



Montrer que tout point M de la courbe $\mathscr{C}_f$ est équidistant du point F et de la droite (Δ).

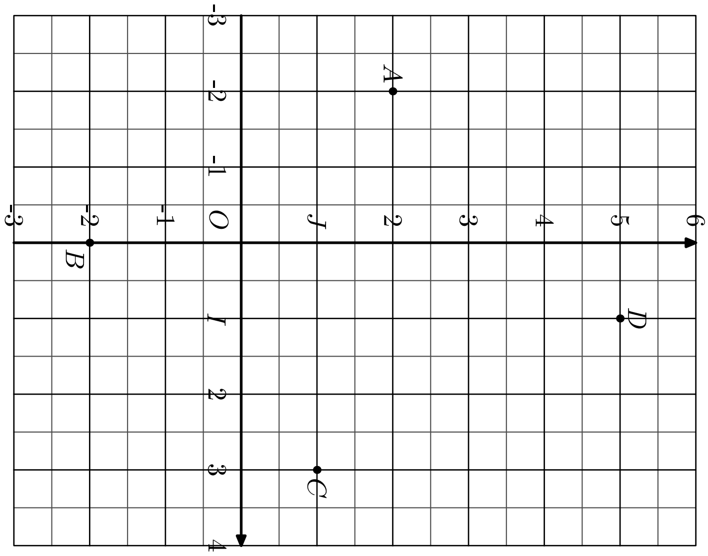
Indication : on note P le projeté orthogonal du point M sur la droite Δ.

4. Milieu d'un segment :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 2707

On considère le plan muni du repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et des quatre points A, B, C et D indiqués ci dessous :



1. Déterminer les coordonnées de ces points.
2. a. Soit K le milieu du segment $[AC]$, déterminer les coordonnées de K.

   b. Soit L le milieu de $[BD]$, déterminer les coordonnées du point L.
3. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

Exercice 8038

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ et deux points $A\big(2\,;1\big)$ et $B\big(10\,;7\big)$ diamétralement opposés sur le cercle $\mathscr{C}$.

Déterminer les coordonnées du point O centre du cercle $\mathscr{C}$ et la mesure du rayon du cercle.

5. Longueur et milieu :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 2709

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O\,;\,I\,;\,J)$ orthonormé :

$A\big(-4\,;-1\big)$; $B\big(-3\,;-4\big)$; $C\big(3\,;-2\big)$; $D\big(2\,;1\big)$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 923

1. Dans un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$, placer les points :

$A(-3\,;1)$; $B\Big(-\dfrac{3}{2}\,;\dfrac{5}{2}\Big)$; $C(3\,;-2)$; $D\Big(\dfrac{3}{2}\,;-\dfrac{7}{2}\Big)$

2. Montrer que : $AC=\sqrt{45}$.
3. Démontrer que ABC est un triangle rectangle en B.
4. Etablir que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 8426

Dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, on considère les trois points :

$A\big(5\,;-2\big)$; $B\big(-1\,;3\big)$; $C\big(2{,}2\,;4{,}9\big)$

1. Déterminer la longueur du segment $[AB]$.
2. Déterminer les coordonnées du milieu K du segment $[BC]$.

6. Milieu et recherche des coordonnées d'un point :

(+3 exercices pour les enseignants)

Exercice 511

Dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ du plan, on considère les points :

$A(3\,;1)$; $B(-4\,;2)$; $C(-1\,;4)$

1. On considère le point D symétrique du point C par rapport au point B.

   Déterminer les coordonnées du point D.
2. Soit E le point du plan tel que les segments $[AC]$ et $[BE]$ aient même milieu.
   Déterminer les coordonnées du point E.

7. Relations entre quadrilatères :

Exercice 4602

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les points :

$A(-2\,;3)$; $B(4\,;5)$; $D(-1\,;0)$

1. a. Déterminer les coordonnées de l'unique point C du plan afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

   b. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

2. On considère les points : $E(2\,;1)$; $F(0\,;7)$

   a. Démontrer que le quadrilatère $AEBF$ est un parallélogramme.

   b. Démontrer que le parallélogramme $AEBF$ est un losange.

   c. Démontrer que le losange $AEBF$ est un carré.

Exercice 4593

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère les quatre points :

$A(3\,;2)$; $B(9\,;5)$; $C(1\,;6)$

1. Déterminer les coordonnées du point D afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

2. On considère le point $E(7\,;9)$. Démontrer que le quadrilatère $ABEC$ est un rectangle.

Exercice 8072

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les trois points :

$A(2{,}4\,;2)$; $B(1{,}4\,;-3)$; $C(3\,;-2{,}8)$

1. Déterminer la mesure du segment $[AB]$.

2. On admet les mesures suivantes :

   $BC=\sqrt{2{,}6}$; $AC=\sqrt{23{,}4}$

   Justifier que le triangle ABC est un triangle rectangle.

3. On considère le point $D(0{,}8\,;1{,}8)$. Montrer que le quadrilatère $ACBD$ est un rectangle.

9. *Repérage et vecteur : géométrie analytique :*

(+4 exercices pour les enseignants)

Exercice 926

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé dont l'unité est le centimètre.

1. Tracer un tel repère et tout au long de l'exercice, compléter votre représentation.

2. Placer les points : $M(1\,;3)$; $N(-1\,;5)$; $P(-3\,;1)$

3. Etablir les égalités suivantes :

   $MN=\sqrt{8}$; $NP=MP=\sqrt{20}$.

4. En déduire la nature du triangle MNP.

5. Soit A le milieu de $[MN]$. Montrer, sans calcul, que le triangle APN est rectangle.

6. Calculer les coordonnées de A.

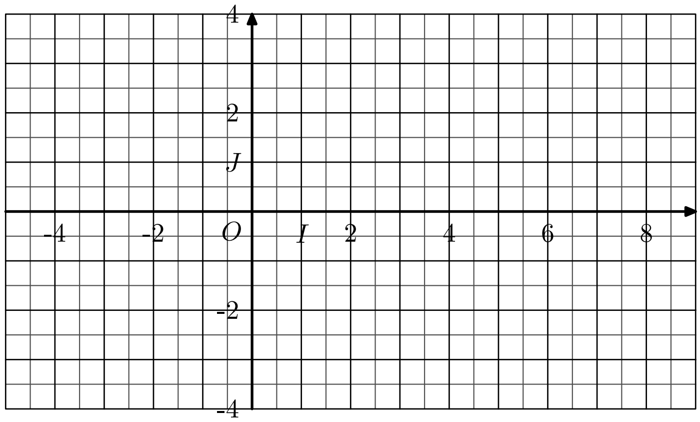
7. Construire le point R tel que : $\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{PN}$

8. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{PN}$.

9. Déduire des questions 6. et 7. les coordonnées du point R.

Exercice 945

On considère muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ dont la représentation est donnée ci-dessous :



On considère les trois points suivants :

$A(-4\,;3)$; $B(3\,;2)$; $C(1\,;-2)$

Partie A

1. Placer les points A, B, C dans le repère $(O\,;I\,;J)$.

2. a. Calculer AB.

   b. On admet que le calcul donne :

   $AC=\sqrt{50}$; $BC=\sqrt{20}$.

   Que peut-on en déduire pour le triangle ABC?

3. Soit H le milieu du segment $[BC]$. Vérifier par le calcul que H a pour coordonnées $(2\,;0)$.

4. Justifier que la droite (AH) est une hauteur du triangle ABC.

5. a. Prouver que : $AH=\sqrt{45}$.

   b. Calculer l'aire du triangle ABC

Partie B

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

2. Le point D est l'image du point B par la translation de

vecteur $\overrightarrow{AC}$.

a. Placer le point D.

b. Montrer par le calcul que D a pour coordonnées $(8\,;-3)$.

3. Quelle est la nature du quadrilatère $ACDB$? Justifier.

10. Utilisation de coordonnées non-rationnelle :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 2740

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les trois points suivants :

$$A(-5\,;-4) \quad ; \quad B(3\,;-2) \quad ; \quad C\left(-\sqrt{3}-1\,;4\sqrt{3}-3\right)$$

Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 8040

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(-3\,;1)$ et de rayon 2.

Parmi les points $B\left(-\frac{7}{5}\,;\frac{11}{5}\right)$ et $C\left(-2\,;\sqrt{3}+1\right)$, donner le ou les points appartenant au cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 4814

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$. On considère alors les deux points A, B et le vecteur $\vec{u}$ définis par :

$$A(0\,;-4) \quad ; \quad B(2\,;4) \quad ; \quad \vec{u}(-6\,;10)$$

On définit le point C comme l'image du point A par la translation du vecteur $\vec{u}$.

1. Justifier que le point C a pour coordonnées $(-6\,;6)$.

2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

On admet les mesures : $AB=2\sqrt{17}$; $AC=2\sqrt{34}$

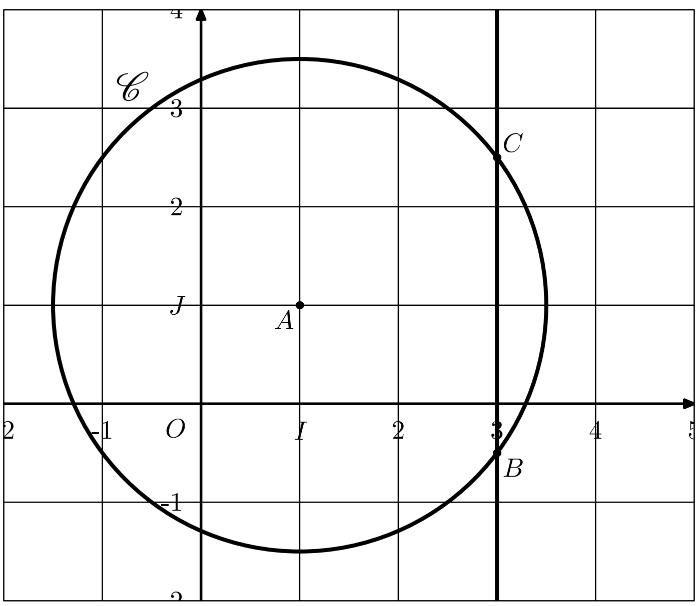
3. Déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.

11. Recherche de coordonnées et identité remarquable :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 946

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(1\,;1)$ et de diamètre 5. Les points B et C sont les points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ avec la droite d'équation $x=3$.

1. Donner les abscisses des points C et B?

2. Justifier que l'ordonnée y_C du point C vérifie l'égalité suivante : $2^2+(1-y_C)^2=6{,}25$

3. On rappelle la propriété suivante :

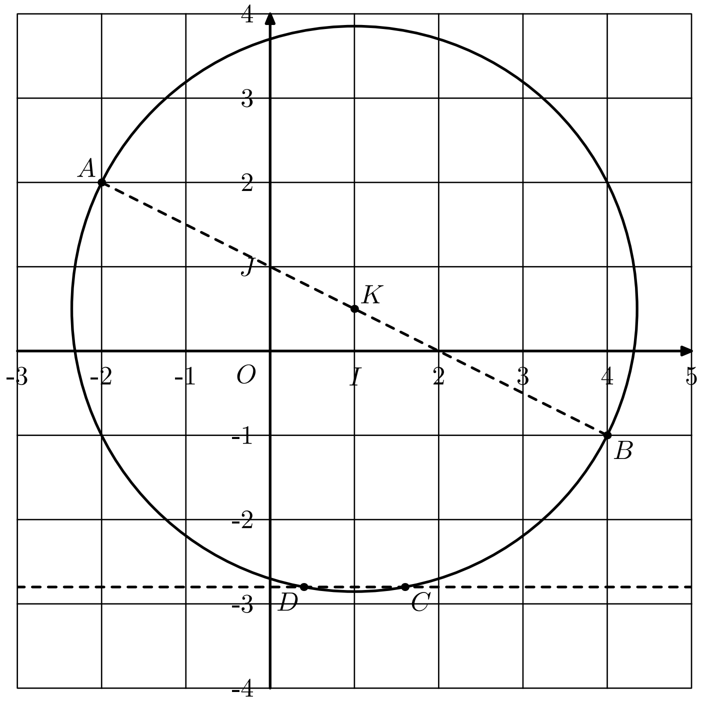
> Si les carrés de nombres sont égaux alors ces deux nombres sont soit égaux, soit opposés.
>
> Qui se traduit par :
> $$x^2=y^2 \quad \Longrightarrow \quad (x=y \quad \text{ou} \quad x=-y)$$

En déduire les coordonnées des points C et B.

Exercice 4603

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points :

$$A(-2\,;2) \quad ; \quad B(4\,;-1) \quad ; \quad K\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$$



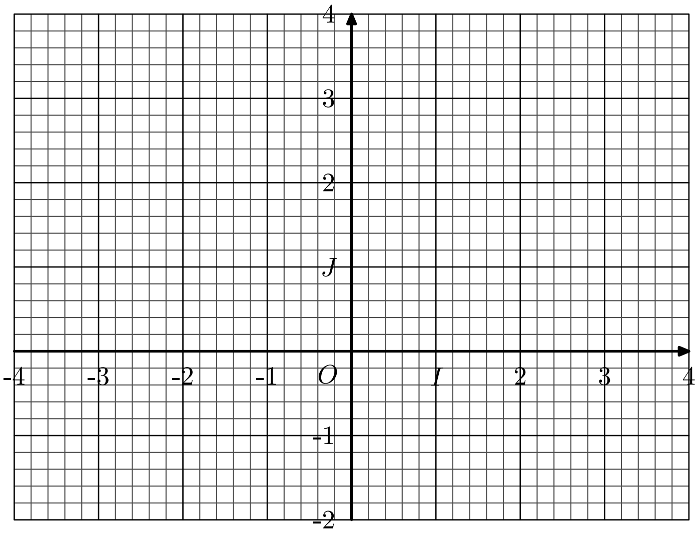
On considère le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$.

1. Justifier que le cercle $\mathscr{C}$ admet le point K pour centre et dont le rayon a pour mesure $\dfrac{\sqrt{45}}{2}$.
2. On considère le point C de coordonnées $\left(\dfrac{8}{5}\,;-\dfrac{14}{5}\right)$.
   a. Justifier que le point C est un point du cercle $\mathscr{C}$.
   b. Donner la nature du triangle ABC. Justifier votre réponse.
3. La droite d'équation $y=-\dfrac{14}{5}$ intercepte le cercle $\mathscr{C}$ aux points C et D.
   a. Justifier que le point D vérifie l'équation :
   $$\left(x_D-1\right)^2=\frac{9}{25}$$
   b. En déduire les coordonnées du point D.

Exercice 4617

Dans le plan muni du repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé, on considère les points A et B :

$$A(3\,;1) \quad ; \quad B\left(\frac{3}{5}\,;-\frac{4}{5}\right)$$



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 3.

On complètera le repère au fur et à mesure des questions.

1. Justifier que le point B appartient au cercle $\mathscr{C}$.
2. Déterminer les coordonnées des points du cercle $\mathscr{C}$ ayant $\dfrac{6}{5}$ pour abscisse.
3. Les coordonnées du centre de gravité G d'un triangle ABC sont données par la formule :
   $$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\,;\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$$
   Déterminer les coordonnées du point C afin que le triangle ABC admettent le point J pour centre de gravité.

Exercice 4594

On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé.
On considère les trois points :

$$A(-1\,;4) \quad ; \quad B(-3\,;-2) \quad ; \quad C\left(0\,;1-\sqrt{6}\right)$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. a. Sans justification, déterminer les coordonnées du point D diamétralement opposé au point C dans le cercle de diamètre $[AB]$.
   b. Montrer que le quadrilatère $ADBC$ est un rectangle.

255. Exercices non-classés :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 942

Pour chaque ligne du tableau suivant, trois réponses sont proposées, désignées par les numéros **1.**, **2.**, **3.**. Une seule est exacte.
Ecrire dans la colonne de droite le numéro correspondant à la bonne réponse.
Toutes les questions sont indépendantes.

	cRéponse **1.**	Réponse **2.**	Réponse **3.**
A. Si $A(5;1)$ et $B(2;3)$, alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :	$(3;-4)$	$(7;2)$	$(-3;2)$
B. Si $A(5;-1)$ et $B(2;3)$ dans un repère orthonormé, alors AB est égal à :	5	1	7
C. Si D est l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$, alors :	$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{MN}$	$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{NM}$
D. Si $RSTU$ ...			

Exercice 951

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$.
L'unité de longueur est le cetimètre.

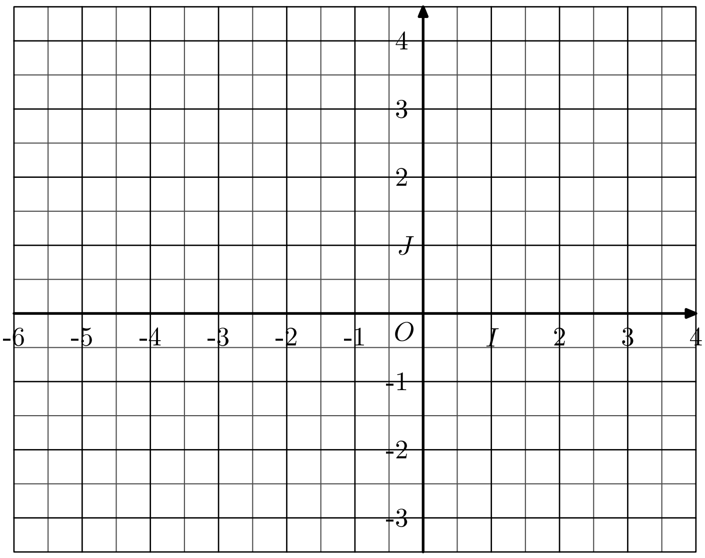
1. a. Placer le point $A(5\,;3)$.
   b. Par lecture graphique, donner les coordonnées de $\overrightarrow{IA}$
   c. En déduire la distance IA.
2. On considère le point $B\big(-1\,;\sqrt{21}\big)$.
   a. Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.
   b. Tracer ce cercle et placer le point B.
3. a. Placer le point C, symétrique de A par rapport à I.
   b. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 915

1. Dans un repère orthonormé $\big(O\,;I\,;J\big)$ dont l'unité est le centimètre, placer les trois points suivants:
   $A(6\,;0)$; $L(0\,;8)$; $K(4\,;10)$
2. Calculer la longueur AL.
3. On donne: $AK=\sqrt{104}$ et $LK=\sqrt{20}$.
   Démontrer que le triangle AKL n'est pas rectangle en L.
4. a. Construire le point L', symétrique de L par rapport à la hauteur issue de A du triangle AKL.
   b. En déduire la longueur AL'.
   c. Déterminer approximativement *(par lecture graphique)* les coordonnés de L'.
5. On admet que, si x est l'abscisse d'un point M de la droite (LK) alors l'ordonnée de M est $\dfrac{1}{2}x{+}8$:
   a. Etablir l'égalité ci-dessous:
   $$AM^2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 100$$
   b. En déduire les valeurs de x pour lesquelles, on a: $AM = 10$.
   c. Quelles sont alors les coordonnées exactes de L'.

Exercice 2107

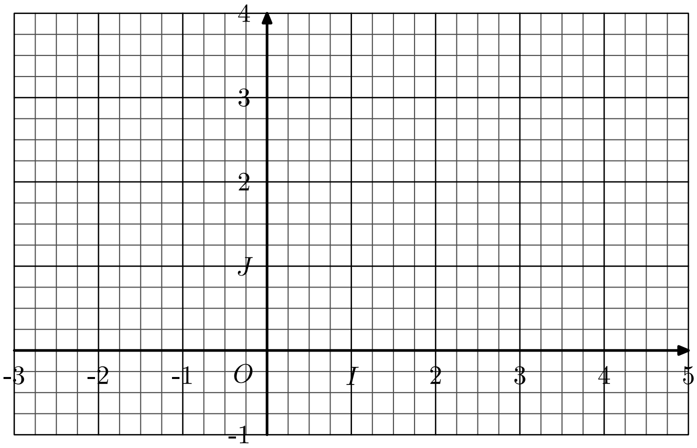
On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$:



1. Placer les trois points A, B, C dans le repère ci-dessous:
   $A(3\,;-3)$; $B(-4\,;3)$; $C(-5\,;-1)$
2. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.
3. a. Déterminer les longueurs AB et MC
   b. Etablir que le triangle ABC est rectangle en C.
4. On note N le point d'intersection de l'axe des ordonnées avec la droite parallèle à (CM) passant par le point B.
   a. Placer le point N dans le repère.
   b. Déterminer les coordonnées du point N.

Exercice 927

On munit le plan d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé représenté ci-dessous:



1. a. Placer les deux points suivants:
   $A(-2\,;1)$; $B(1\,;2)$
   b. Déterminer graphiquement les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. a. Placer les points R et C images respectives des points O et B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   b. Donner les coordonnées des points R et C.
3. Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$. Justifier que $BCRO$ est un parallélogramme.
4. Recopier et compléter sans justification les égalités:

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \ldots \quad ; \quad \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CR} = \ldots$

5. Soit K le centre du parallélogramme $BCRO$. Calculer les coordonnées de K.