Seconde/Etude de fonctions

1. Encadrement par une fonction affine :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 9403

Soit x un nombre réel ayant pour encadrement $2 \leqslant x \leqslant 4$.
Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

a. $2x+1$ b. $-x+3$ c. $2x$ d. $3x-5$

Exercice 4975

Soit x un nombre réel ayant pour encadrement $-1 < x \leqslant 3$.
Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

a. $3x+1$ b. $-2x-5$

2. Encadrement par une fonction du second degré :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 8283

Soit x un nombre réel ayant pour encadrement $2 \leqslant x \leqslant 4$.
Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

a. x^2 b. $2-x^2$ c. $(x-4)^2$ d. $(x+1)^2+1$

Exercice 8282

Soit x un nombre réel ayant pour encadrement $1 < x \leqslant 4$.
Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

a. $(x-5)^2-2$ b. $(x+1)^2+1$y

Exercice 9371

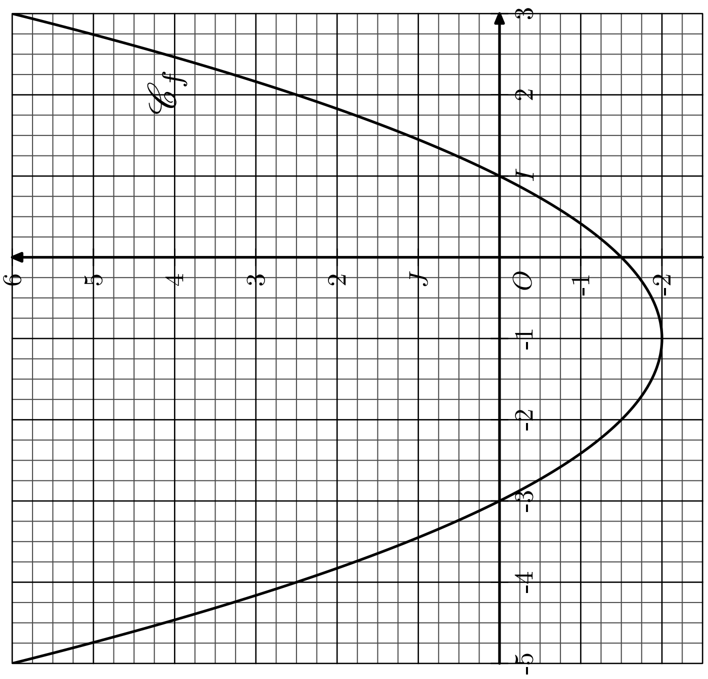
Soit x un nombre réel vérifiant l'encadrement $2 \leqslant x < 5$.
Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

a. $(1-x)^2$ b. $(x-4)^2$

3. Fonction carré : étude de fonctions du second degré :

Exercice 2846

On considère la fonction f définie sur $[-5\,;3]$ dont la représentation est donnée ci-dessous :



Les questions suivantes doivent être traitées graphiquement et sans justification.

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
2. Dresser le tableau de signes de la fonction f.
3. Résoudre l'inéquation : $f(x) > \frac{5}{2}$
4. Déterminer les images des intervalles suivants :

a. $[1\,;3[$ b. $[-4\,;-2[$ c. $\left[-\frac{15}{4}\,;1\right[$

CC BY-NC

4. Encadrement par une fonction rationnelle :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7375

Soit x un nombre réel vérifiant l'encadrement $2\leqslant x<5$.
Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

a. $\dfrac{3}{2\cdot x-3}$

Exercice 9369

Soit x un nombre réel ayant pour encadrement $1<x\leqslant 4$.
Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

a. $\dfrac{1}{x}$ b. $\dfrac{1}{x}+2$ c. $1-\dfrac{1}{x+2}$

Exercice 9370

Soit x un nombre réel ayant pour encadrement $-1<x\leqslant 3$.
Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

a. $\dfrac{1}{x+2}$ b. $\dfrac{1}{x^2+1}$ c. $\dfrac{2}{(x-1)^2+1}$

Exercice 9408

A partir de l'encadrement $2\leqslant x\leqslant 4$, en déduire les encadrements des expressions algébriques suivantes :

a. $\dfrac{1}{x+2}$ b. $\left(\dfrac{1}{x}\right)^2$ c. $\dfrac{x^2}{2x+1}$

5. Fonction inverse : étude de fonction homographique :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7862

On considère la fonction f définie par : $f : x \longmapsto \dfrac{3x+1}{x-3}$

1. Montrer que, pour tout $x\in\mathbb{R}\backslash\{3\}$, on a :
$$\frac{3x+1}{x-3}=3+\frac{10}{x-3}$$

2. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $\left]-\infty\,;3\right[$.

Exercice 4984

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ par :
$$g(x)=\frac{x+1}{2-x}$$

1. Déterminer les réels a et b réalisant l'identité :
$$g(x)=a+\frac{b}{2-x}$$

2. Dresser le tableau de variations de la fonction g

Exercice 9406

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$ par la relation :
$$f(x)=\frac{8x-11}{2x-3}$$

1. Déterminer les réels a et b réalisant l'identité :
$$f(x)=a+\frac{b}{2x-3}$$

2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 6573

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression :
$$f(x)=\frac{2\cdot x^2+4\cdot x+1}{x^2+2\cdot x+2}$$

1. Déterminer les deux réels a et b vérifiant l'identité :
$$f(x)=a+\frac{b}{(x+1)^2+1}$$

2. a. Déterminer le sens de variations de la fonction f sur l'intervalle $\left[-1\,;+\infty\right[$.

   b. Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $\left]-\infty\,;-1\right]$.

Exercice 4877

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$$f(x)=\frac{-4\cdot x^2-2}{x^2+1}$$

1. Démontrer l'égalité suivante : $f(x)=\dfrac{2}{x^2+1}-4$

2. a. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]-\infty\,;0\right[$.

   b. Etablir le sens de variation sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$ de la fonction f.

   c. Dresser le tableau de variations de la fonction f *(on indiquera les valeurs des extrémums locaux).*

3. Déduire de la question précédente, la valeur maximale de la fonction f.

4. a. Déterminer algébriquement, les antécédents du nombre -3 par la fonction f.

   b. Résoudre l'équation suivante : $f(x)=-x-2$

6. Racine carrée : utilisation :

(+2 exercices pour les enseignants)

 CC BY-NC

Exercice 4973

Soit f la fonction dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :
$f(x) = -2\sqrt{x+1}+3$

1. Justifier que l'ensemble de définition de la fonction f est :
$\mathcal{D}_f = \big[-1\,;+\infty\big[$

2. Etablir que la fonction f est décroissante sur son ensemble définition.

Exercice 4974

On considère la fonction f définie par la relation :
$f(x) = \dfrac{-2}{\sqrt{x}+3}$

1. Justifier que l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}_+$.

2. Etablir que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+$.

7. Fonction cube : utilisation :

Exercice 8281

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^3+6{\cdot}x^2+12{\cdot}x+12$

1. Etablir que pour tout nombre réel x, on a :
$f(x) = \big(x+2\big)^3+4$

2. Etablir que la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.

8. Etude algébrique des variations :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 8312

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par la relation :
$f(x) = \dfrac{1}{x-1}$

1. Montrer que la fonction f est décroissante sur $\big]1\,;+\infty\big[$

2. a. Soit a et b deux nombres réels distincts de 1. Montrer que :
$f(a)-f(b) = \dfrac{b-a}{\big(a-1\big)\big(b-1\big)}$

   b. En déduire que la fonction f est décroissante sur $\big]-\infty\,;1\big[$

Exercice 8164

On considère la fonction f définie par l'expression :
$f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2. a. Pour tous nombres réels a et b, établir l'identité suivante :
$f(b)-f(a) = \dfrac{\big(a-b\big)\big(a+b\big)}{\big(a^2+1\big)\big(b^2+1\big)}$

   b. En déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $\mathbb{R}_-$.

9. Un peu plus loin - ensemble de définition :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 2141

On considère les deux fonctions suivantes :

$f: x \longmapsto \sqrt{2x-1}{\cdot}\sqrt{4x+3}$; $g: x \longmapsto \sqrt{\big(2x-1\big)\big(4x+3\big)}$

1. a. A l'aide d'une calculatrice graphique, tracer la courbe représentative de la fonction f, puis celle de la fonction g.

   b. Graphiquement, donner l'intervalle sur lequel ces deux fonctions coïncident.

2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

3. a. Déterminer le tableau de signes de l'expression algébrique $(2x-1)(4x+3)$.

   b. En déduire le domaine de définition de la fonction g.

Exercice 536

1. Développer l'expression : $(x+1)(3-2x)(x-1)$.

2. On considère les deux fonctions f et g dont leurs images du nombre x sont définies de la manière suivante :
$f(x) = \dfrac{-2x^3+3x^2+2x-3}{x^2-1}$; $g(x) = 3-2x$

   a. Déterminer l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

   b. Etablir que les deux fonctions f et g sont égales sur un ensemble qu'on précisera.

10. Encadrements et sens de variation :

(+1 exercice pour les enseignants)

 BY-NC

Exercice 1904

Soit x un nombre réel :

1. Supposons que $1 < x \leqslant 3$. Donner un encadrement de chacun des nombres suivants :

   a. x^2 b. $1-\dfrac{1}{x}$ c. $3-2x$

2. Supposons que $-4 < x < 1$ et considérons y un nombre réel vérifiant l'encadrement $2 < y < 4$.

   a. Donner un encadrement des expressions suivantes :
   $x+y$; $(x+4)\cdot y$

   b. Justifier, par un contre-exemple, que l'encadrement ci-dessous est faux :
   $-8 < x{\cdot}y < 4$

 BY-NC