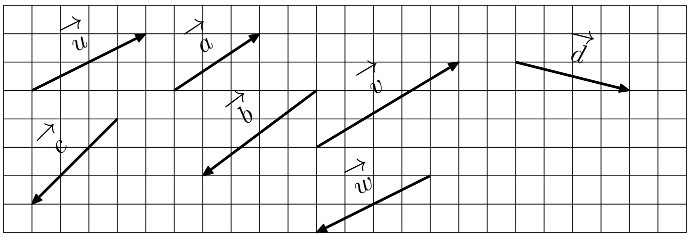
Seconde/Colinéarité et parallélisme

1. Vecteurs opposés et soustractions :

Exercice 8530

Définition :
Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur. On appelle vecteur opposé du vecteur $\overrightarrow{u}$, le vecteur noté $-\overrightarrow{u}$ défini par :
- la même direction que le vecteur $\overrightarrow{u}$
- le sens opposé au vecteur $\overrightarrow{u}$
- la même longueur que $\overrightarrow{u}$

Dans le plan, on considère les 7 vecteurs ci-dessous :



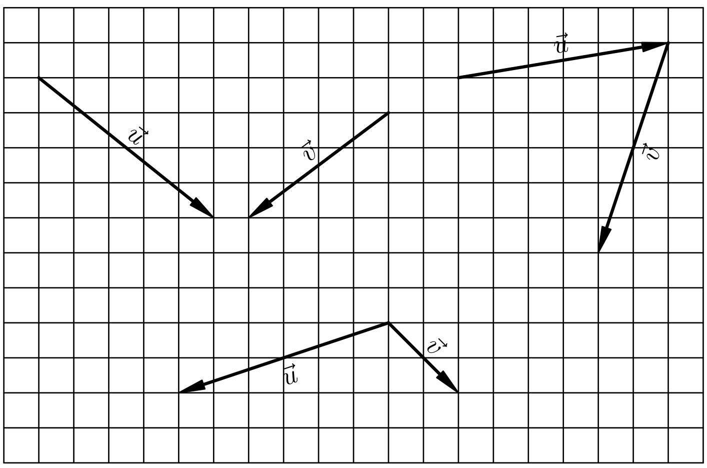
1. Nommer le ou les vecteurs opposés au vecteur $\overrightarrow{u}$.
2. Tracer un vecteur $\overrightarrow{e}$ opposé au vecteur $\overrightarrow{d}$.

Exercice 524

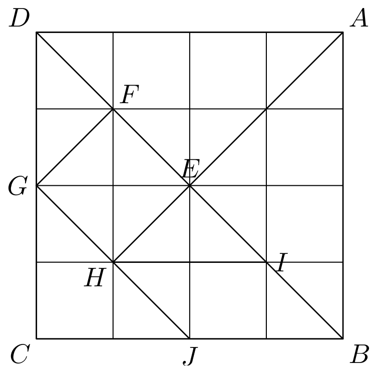
Définition :
Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs. On définit la soustraction du vecteur $\overrightarrow{u}$ par le vecteur $\overrightarrow{v}$ par la relation :
$$\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} = \overrightarrow{u} + \left(-\overrightarrow{v}\right)$$
Autrement dit, on n'effectue jamais la soustraction par un vecteur, on ajoute son opposé

Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan.

1. Que peut-on dire de la différence : $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{u}$?
2. Pour chacun des trois cas représentés ci-dessous, dessiner un représentant de la soustraction : $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$



Exercice 495

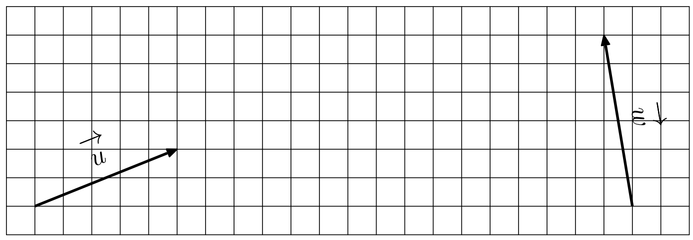


Déterminer un représentant de chacune des sommes ci-dessous :

1. $\overrightarrow{EI} - \overrightarrow{GF}$
2. $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{BI} - \overrightarrow{JF}$
3. $\overrightarrow{FG} - \overrightarrow{IF} - \overrightarrow{GE}$

Exercice 8531

Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$ représentés ci-dessous.



Dessiner le vecteur $\overrightarrow{v}$ réalisant la relation :
$$\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v} = \overrightarrow{w}$$

Exercice 6488

On munit le plan d'un repère $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j})$ et les trois points :

$A\left(1+\sqrt{2}\,;2-\sqrt{2}\right)$; $B\left(\sqrt{2}-1\,;\sqrt{2}+1\right)$; $C\left(\sqrt{2}+3\,;3-3\sqrt{2}\right)$

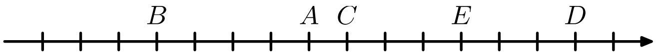
1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont opposés.
2. Que peut-on dire du point A relativement au segment $[BC]$.

2. Multiplications par un reel :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 515

Sur une droite graduée, sont placés les points A, B, C, D, E :



Pour chaque question, compléter les pointillés correctement :

a. $\overrightarrow{BC} = \ldots\ldots \times \overrightarrow{AC}$ b. $\overrightarrow{ED} = \ldots\ldots \times \overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AC} = \ldots\ldots \times \overrightarrow{CA}$ d. $\overrightarrow{ED} = \ldots\ldots \times \overrightarrow{CA}$

e. $\overrightarrow{EA} = \ldots\ldots \times \overrightarrow{AB}$ f. $\overrightarrow{BA} = \ldots\ldots \times \overrightarrow{BE}$

Exercice 484

Soient A et B deux points du plan, on note I le milieu du segment $[AB]$

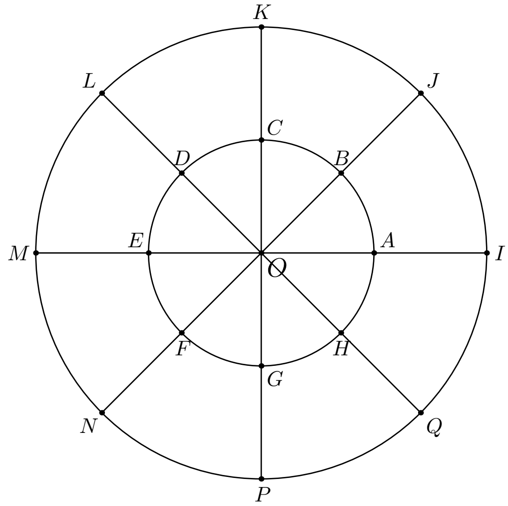
1. Compléter les pointillés pour vérifier la relation vectorielle suivante : $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{A\ldots\ldots}$
2. Recopier et compléter avec les mots "*double*" et "*moitié*" les phrases suivantes :

   a. $\overrightarrow{AI}$ est ... de $\overrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{AB}$ est ... de $\overrightarrow{AI}$
3. En rapport avec la question précédente, compléter les pointillés avec le nombre adéquat :

   a. $\overrightarrow{AI} = \ldots\ldots \overrightarrow{AB}$ b. $\overrightarrow{AB} = \ldots\ldots \overrightarrow{AI}$

Exercice 6544

On considère les deux cercle concentriques de centre O et dont le rayon de l'un est le double de l'autre :



1. Justifier l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{LJ} = 2 \cdot \overrightarrow{DB}$
2. Sans justification, compléter les égalités :

   a. $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{\ldots\ldots} = \dfrac{1}{2} \cdot \overrightarrow{\ldots\ldots} = \dfrac{1}{2} \cdot \overrightarrow{\ldots\ldots}$

   b. $\overrightarrow{FB} = 2 \cdot \overrightarrow{\ldots\ldots} = 2 \cdot \overrightarrow{\ldots\ldots} = \dfrac{1}{2} \cdot \overrightarrow{\ldots\ldots}$

Exercice 485

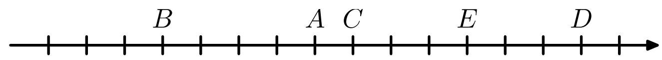
Soit ABC un triangle quelconque. Placer les points D et E vérifiant les relations vectorielles suivantes :

$\overrightarrow{AD} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AE} = 2 \cdot \overrightarrow{AC}$

Comparer $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{DE}$. Justifier.

Exercice 5287

Sur une droite graduée, on place les points A, B, C, D, E :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre k vérifiant l'égalité :

a. $\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ b. $\overrightarrow{ED} = k \cdot \overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{CA}$ d. $\overrightarrow{ED} = k \cdot \overrightarrow{CA}$

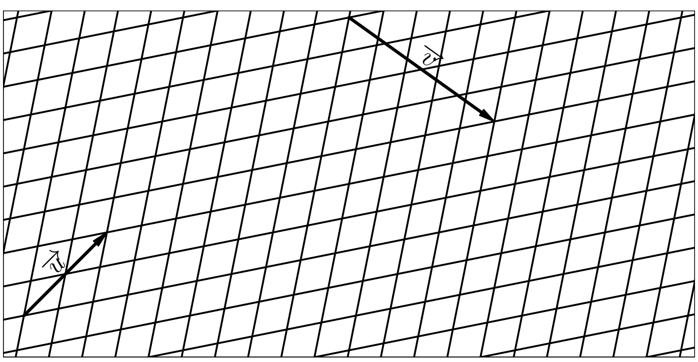
e. $\overrightarrow{EA} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ f. $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{BA}$

3. Sommes et multiplications :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 2077

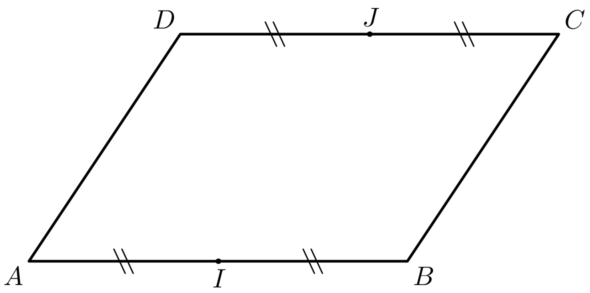
On considère, dans le plan, les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ci-dessous :



1. Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{w}$ de la somme $\vec{u} + \vec{v}$.
2. Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{y}$ de la différence $\vec{u} - \vec{v}$.
3. Tracer dans le quadrillage un représentant $\vec{z}$ de la combinaison linéaire suivante :
   $2\,\vec{u} + 3\,\vec{v}$.

Exercice 4813

On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous où les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.



Pour chaque question, donner sans justification un vecteur égal à l'expression proposée :

a. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{IB}$ b. $\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{CJ}$ c. $2\times\overrightarrow{DJ}+\overrightarrow{BD}$

4. Simplification :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 2047

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

a. $3\vec{u}-2\vec{v}+2\vec{u}-\vec{v}$ b. $2\cdot(\vec{u}+\vec{v})-\vec{u}$

d. $-(\vec{u}+\vec{v})+2\cdot(\vec{u}-\vec{v})$ e. $\dfrac{2}{3}\cdot\left(2\cdot\vec{u}-\dfrac{3}{2}\cdot\vec{v}\right)-\dfrac{1}{6}\vec{u}$

Exercice 2947

Soit A, B, C trois points du plans non-alignés :

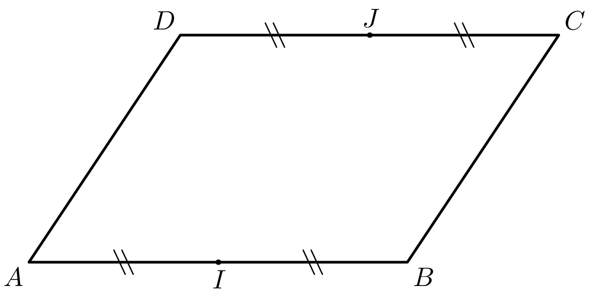
Simplifier, si possible, les expressions suivantes :

a. $2\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BA}$ b. $3\cdot\overrightarrow{AB}-3\cdot\overrightarrow{CB}$

c. $3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ d. $2\cdot\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}$

Exercice 8532

On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous où les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.



A l'aide des points de la figure, exprimer un représentant de la somme : $2\cdot\overrightarrow{AJ}+2\cdot\overrightarrow{CB}$

Exercice 8533

Dans le plan, on considère A, B, C trois points du plans non-alignés.

Pour chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant l'égalité :

a. $2\cdot\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=k\cdot\overrightarrow{AC}$

b. $\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{BC}=k\cdot\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)$

c. $3\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

d. $3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}+2\cdot\overrightarrow{BA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

Exercice 5293

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Dans chaque cas, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ b. $5\cdot\overrightarrow{AD}=2\cdot\overrightarrow{AC}+3\cdot\overrightarrow{BD}$

c. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}+2\cdot\overrightarrow{CB}=\vec{0}$ d. $3\cdot\overrightarrow{AD}+4\cdot\overrightarrow{BC}=7\cdot\overrightarrow{AC}$

Exercice 8122

On considère les quatre points A, B, C et D vérifiant la relation vectorielle :

$$2\cdot\overrightarrow{DC}+5\cdot\overrightarrow{CB}+5\cdot\overrightarrow{AD}-3\cdot\overrightarrow{AB}=\vec{0}$$

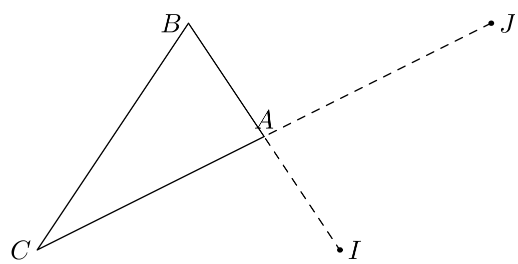
Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

5. Décomposition dans une base vectorielle :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 5153

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC. On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A :

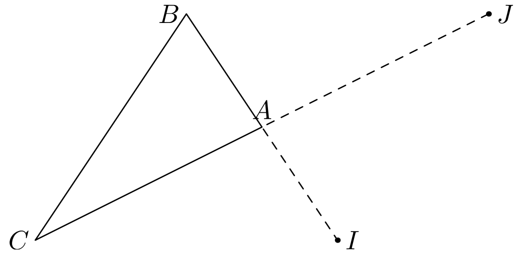


Exprimer en fonctions des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ les vecteurs suivants :

a. $\overrightarrow{IA}$ b. $\overrightarrow{AJ}$ c. $\overrightarrow{BC}$ d. $\overrightarrow{CB}$ e. $\overrightarrow{IJ}$

Exercice 5290

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC. On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A :



Exprimer en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ les vecteurs suivants :

a. $\overrightarrow{IA}$ b. $\overrightarrow{AJ}$ c. $\overrightarrow{BC}$

d. $\overrightarrow{CB}$ e. $\overrightarrow{IJ}$ f. $\overrightarrow{IC}$

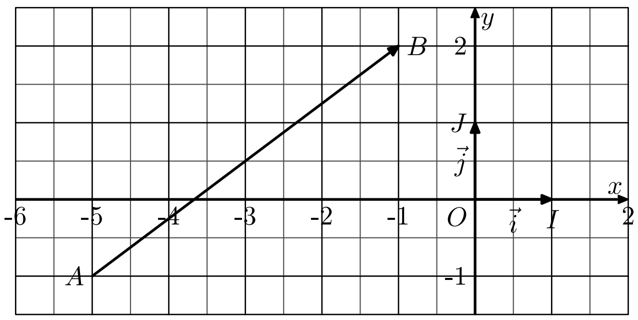
6. Base vectorielle et introduction aux opérations sur les coordonnées :

(+1 exercice pour les enseig

Exercice 8534

Définition : dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on appelle vecteur unitaire des abscisses *(resp. des ordonnées)*, noté $\vec{i}$ *(resp.* $\vec{j}$*)*, le vecteur $\overrightarrow{OI}$ *(resp.* $\overrightarrow{OJ}$*)*.

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux points A et B représentés ci-dessous :



1. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans la base vectorielle $(\vec{i}\,;\vec{j})$. C'est-à-dire, completer les pointillés de l'égalité : $\overrightarrow{AB} = \ldots\ldots \times \vec{i} + \ldots\ldots \times \vec{j}$
2. a. Donner les coordonnées des points A et B.

   b. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Quelle comparaison peut-on faire des coordonnées d'un vecteur et de sa décomposition dans la base vectorielle des vecteurs unitaires du repère?

7. Opérations sur les coordonnées :

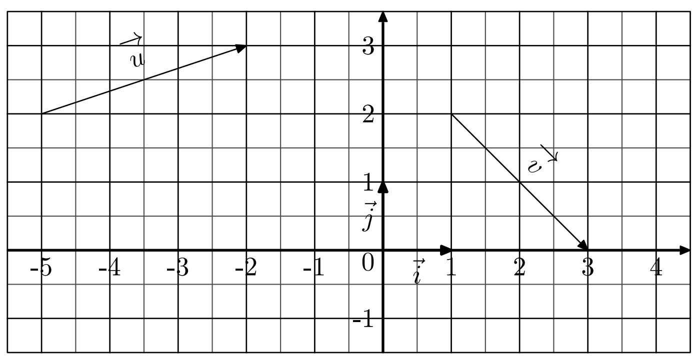
Exercice 8535

Proposition :

Soit $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$ deux vecteurs et k un nombre réel *($k\in\mathbb{R}$)*.

- Le vecteur $-\vec{u}$, opposé du vecteur $\vec{u}$, a pour coordonnées : $-\vec{u}=(-x\,;-y)$
- La somme $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées : $\vec{u}+\vec{v}\,(x+x'\,;y+y')$
- Le vecteur $k\times\vec{u}$ a pour coordonnées : $k\times\vec{u}\,(k\times x\,;k\times y)$

Dans le plan muni du repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ représentés ci-dessous :



1. a. Compléter correctement les pointillés ci-dessous :

   $\vec{u} = \ldots\,\vec{i} + \ldots\,\vec{j}$; $\vec{v} = \ldots\,\vec{i} + \ldots\,\vec{j}$

   b. Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$
2. On considère le vecteur $\vec{w}$ défini par :

   $\vec{w} = \vec{u}+2\cdot\vec{v}$

   a. Donner les coordonnées du vecteur $\vec{w}$.

   b. Tracer le vecteur $\vec{w}$.

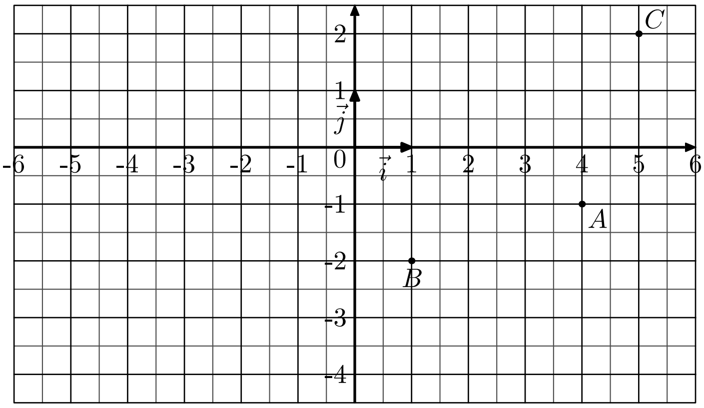
3. On considère le vecteur $\overrightarrow{z}$ défini par :
$\overrightarrow{z} = \overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$

(a.) Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{z}$.

(b.) Tracer le vecteur $\overrightarrow{z}$

Exercice 8536

On considère muni du repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ orthonormé et des trois poins A, B, C représentés ci-dessous :



1. (a.) Donner, sans justification, les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AC}$

(b.) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ défini par :
$\overrightarrow{u} = 3\cdot\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$

2. Déterminer l'unique nombre réel k $(k\in\mathbb{R})$ vérifiant :
$\overrightarrow{u} = k\times\overrightarrow{AB}$

Exercice 8537

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$, on considère les trois points A, B, C définis par :
$A(2\,;-3)$; $B(-4\,;2)$; $C(0\,;-1)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ défini par :
$\overrightarrow{u} = 2\times\overrightarrow{AB} + 2\times\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

2. Quelle expression simplifiée admet le vecteur $\overrightarrow{u}$?

8. Opérations et recherche des coordonnées d'un point :

Exercice 516

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ quelconque et les trois points suivants déterminés par leurs coordonnées : $A(2\,;1)$; $B(3\,;2)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $3\cdot\overrightarrow{AB}$.

2. Déterminer les coordonnées du point D tel que :
$\overrightarrow{AD} = 3\cdot\overrightarrow{AB}$.

Exercice 518

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé et les trois points A, B et C de coordonnées respectives $(-2\,;1)$, $(0\,;3)$ et $(3\,;0)$.

1. (a.) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

(b.) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

2. On considère le point D vérifiant la relation :
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

(a.) En notant $(x_D\,;y_D)$ les coordonnées du point D, justifier qu'on a les deux égalités :
$$\begin{cases} x_D + 2 = 7 \\ y_D - 1 = 1 \end{cases}$$

(b.) En déduire les coordonnées du point D.

Exercice 307

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :
$A(2\,;1)$; $B(-1\,;3)$; $C(0\,;-2)$

Déterminer les coordonnées du point M vérifiant la relation vectorielle suivante : $\overrightarrow{CM} = 2\cdot\overrightarrow{AB}$

Exercice 8539

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ quelconque et les trois points suivants déterminés par leurs coordonnées : $A(2\,;1)$; $B(3\,;2)$; $C(-1\,;-1)$

1. Déterminer les coordonnées du vecteur définie par l'expression : $2\cdot\overrightarrow{AB}-4\cdot\overrightarrow{AC}$

2. Déterminer les coordonnées du point E vérifiant la relation : $\overrightarrow{AE}=2\cdot\overrightarrow{AB}-4\cdot\overrightarrow{AC}$

Exercice 8538

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$A(2\,;1)$; $B(-1\,;3)$; $C(0\,;-2)$

Déterminer les coordonnées du point N vérifiant la relation vectorielle suivante : $4\cdot\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{BN} - 2\cdot\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{0}$

Exercice 8201

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$. On considère les trois points A, B, C vérifiant les relations suivantes :
$2\,\overrightarrow{OA}(4\,;6)$; $3\,\overrightarrow{AB}(9\,;3)$; $2\,\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{u}$
où le vecteur $\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées : $\overrightarrow{u}\,(3\,;3)$

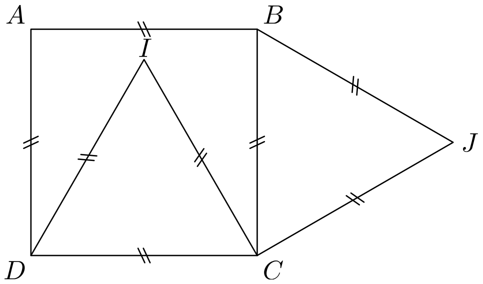
Déterminer les coordonnées des points A, B et C.

9. Modélisation : base :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 5394

On considère la figure ci-dessus composée d'un carrée $ABCD$ et de deux triangles équilatéral DIC et BJC :



Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Démontrer que les points A, I, J sont alignés.

(Dans un triangle équilatéral de côté a, on admet que toutes ses hauteurs ont pour longueur $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$).

10. Colinéarité de vecteurs :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 8543

Définition : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non-nul du plan. Deux vecteurs sont dits **colinéaire** s'il existe un nombre réel k tels que : $\vec{u} = k \cdot \vec{v}$

Le nombre réel k s'appelle le **coefficient de colinéarité** de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$

1. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs réalisant l'égalité :
   $2\vec{u} = 3\vec{v}$

   Justifier que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et que leur coefficient de colinéarité est $\dfrac{3}{2}$.

2. Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs réalisant l'égalité :
   $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$.

   Justifier que ces deux vecteurs sont colinéaires.

3. Pour chacune des questions ci-dessous, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Déterminer la valeur du coefficient de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$:

   a. $\dfrac{1}{2} \cdot \vec{u} = \dfrac{3}{4} \cdot \vec{v}$ b. $3 \cdot \vec{u} - 2 \cdot \vec{v} = \vec{0}$

   c. $3 \cdot (\vec{u} - 2 \cdot \vec{v}) = \vec{0}$ d. $-2 \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = 2 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v}$

Exercice 520

Pour chaque question, déterminer si les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
S'ils le sont, donner le coefficient associé de colinéarité de $\vec{u}$ par rapport à $\vec{v}$:

a. $\vec{u}\,(-1\,;2)$; $\vec{v}\,(4\,;-8)$ b. $\vec{u}\,(3\,;2)$; $\vec{v}\,(9\,;4)$

c. $\vec{u}\,(2\,;3)$; $\vec{v}\,(4{,}2\,;6{,}3)$ d. $\vec{u}\,(0{,}7\,;4{,}1)$; $\vec{v}\,(-2{,}8\,;16{,}4)$

Exercice 510

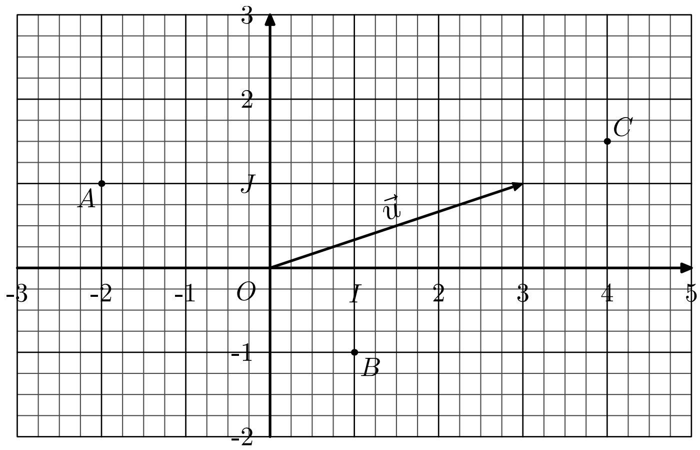
Soit A, B, C et D quatre points du plan vérifiant la relation :

$$\overrightarrow{AC} - 3 \cdot \overrightarrow{BD} + 2 \cdot \overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 6624

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et on considère les points A, B et C ci-dessous :



1. a. Donner les coordonnées des points A, B et C.

   b. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

   c. En déduire les coordonnées du vecteur $\vec{v}$ défini par :
   $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{BC}$

2. Justifier que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 8202

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;;I\,;J)$, on considère les cinq points :

$A(2\,;-2)$; $B(11\,;-14)$; $C(-3\,;1)$; $D(5\,;3)$; $E(12\,;-19)$

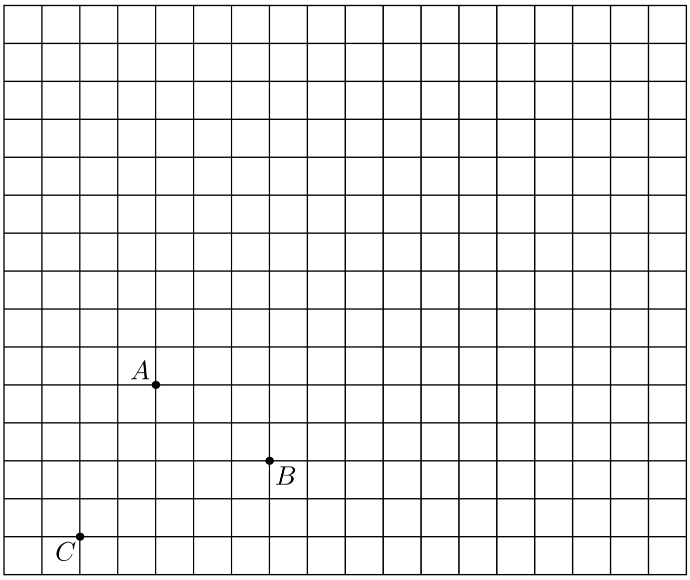
Parmi les quatre vecteurs ci-dessous, un seul est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$:

$\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{CE}$

Lequel? Justifier votre réponse.

Exercice 4812

On considère les trois points A, B et C présentés dans le quadrillage ci-dessous :



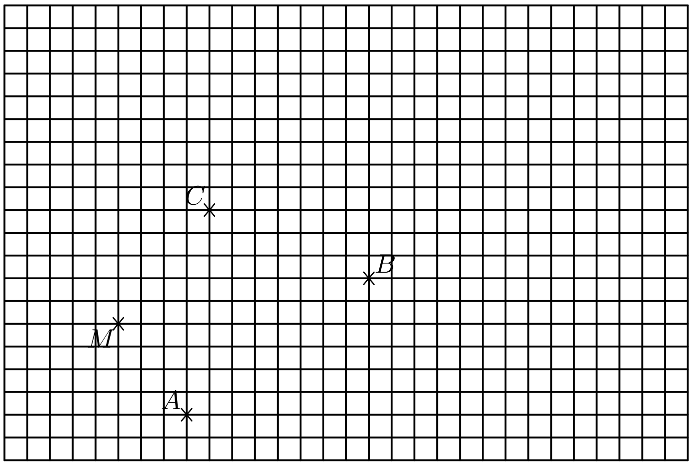
1. a. Placer le point M vérifiant la relation vectorielle : $\overrightarrow{AM} = 2 \cdot \overrightarrow{CA}$

   b. Placer le point N vérifiant la relation vectorielle : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{CB}$

2. Démontrer, à l'aide du calcul vectoriel, que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont deux vecteurs colinéaires.

Exercice 2917

Dans le plan, représenté ci-dessous muni d'un quadrillage, on considère les points A, B, C, M :



Donner un représentant du vecteur $\overrightarrow{u}$ défini par la relation :

$$\overrightarrow{u} = 2 \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}$$

1. Placer le point N tel que : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{u}$.

2. On définit le vecteur $\overrightarrow{v}$ défini par : $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$

   Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Exercice 5295

Pour chaque question, préciser si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires et, le cas échéant, donner le coefficient de colinéarité du vecteur $\overrightarrow{u}$ par rapport au vecteur $\overrightarrow{v}$:

a. $\overrightarrow{u}\,(-2\,;-10)$ et $\overrightarrow{v}\,(4\,;20)$ b. $\overrightarrow{u}\,(-6\,;9)$ et $\overrightarrow{v}\left(\frac{1}{4}\,;-\frac{1}{2}\right)$

c. $\overrightarrow{u}\,(0\,;5)$ et $\overrightarrow{v}\,(-5\,;0)$ d. $\overrightarrow{u}\left(-\frac{4}{3}\,;4\right)$ et $\overrightarrow{v}\,(3\,;-9)$

e. $\overrightarrow{u}\left(\frac{1}{3}\,;\frac{2}{5}\right)$ et $\overrightarrow{v}\,(5\,;6)$ f. $\overrightarrow{u}\,(6\,;-5)$ et $\overrightarrow{v}\left(\frac{14}{5}\,;-2\right)$

Exercice 2055

Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{5}{2} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$$

1. Montrer que ces trois points vérifient : $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{AC}$

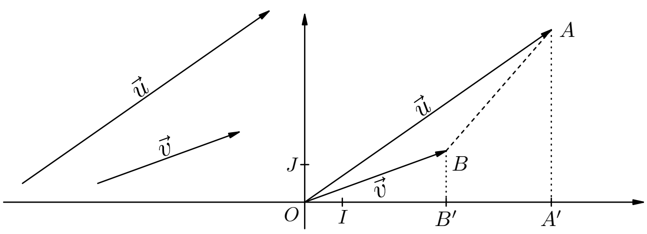
2. Que peut-on dire des points A, B, C ?

11. Introduction au critère de colinéarité :

Exercice 8364

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère deux vecteurs $\overrightarrow{u}\,(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}\,(x'\,;y')$ tels que :

$0 < x' < x \quad ; \quad 0 < y' < y$



On considère les deux points A et B tels que :

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{u} \quad ; \quad \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{v}$

1. a. Exprimer les aires des figures suivantes en fonction de x, x', y et y' :

   $OBB' \quad ; \quad OAA' \quad ; \quad AA'B'B$

   b. En déduire l'expression de l'aire du triangle OAB en fonction de x, x', y et y'.

2. a. Que peut-on dire des points O, A, B lorsque : $x \times y' - x' \times y = 0$?

   b. La réciproque est-elle vraie?

12. Critères de colinéarités :

Exercice 8541

Définition : soit $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$, on appelle déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $\det(\vec{u}\,;\,\vec{v})$, défini par :
$\det(\vec{u}\,;\,\vec{v}) = x\times y' - x'\times y$

Pour chacun des couples de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ défini ci-dessous, déterminer la valeur de $\det(\vec{u}\,;\,\vec{v})$:

a. $\vec{u}(2\,;-1)$; $\vec{v}(3\,;4)$ b. $\vec{u}(-5\,;1)$; $\vec{v}(2\,;-2)$

Exercice 5288

Proposition : Dans le plan muni d'un repère, on considère les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
Les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires entre eux si, et seulement si, leur déterminant est nul.

On considère le plan muni d'un repere $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ et les quatre points :

$$A(3\,;-5)\quad;\quad B(1\,;-1)\quad;\quad C(13\,;2)\quad;\quad D(18\,;-8)$$

Etablir que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice 7888

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.

On considère les points :

$$A\Big(\frac{1}{4}\,;\frac{1}{3}\Big)\quad;\quad B\Big(1\,;\frac{5}{6}\Big)\quad;\quad C\Big(-\frac{1}{2}\,;\frac{7}{6}\Big)$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas deux vecteurs colinéaires.

Exercice 504

On considère le plan munit d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et des deux vecteurs :

$$\vec{u}\big(1-2\sqrt{3}\,;\sqrt{3}+\sqrt{2}\big)\quad;\quad \vec{v}\big(6-\sqrt{3}\,;-3-\sqrt{6}\big)$$

Etablir que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 512

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les deux vecteurs :

$$\vec{u}\Big(\big(\sqrt{2}+\sqrt{3}\big)^2\,;1-\sqrt{10}\Big)$$

$$\vec{v}\big(5\sqrt{2}+4\sqrt{3}\,;\sqrt{2}-2\sqrt{5}\big)$$

Etablir que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 8542

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\,I\,;\,J)$, on considère les deux vecteurs colinéaires :

$$\vec{u}\big(x+y\sqrt{2}\,;4\big)\quad;\quad \vec{v}\big(2\sqrt{2}-1\,;-2\big)$$

où x et y sont deux entiers relatifs.

Déterminer les valeurs de x et y.

13. Alignement et parallélisme :

(+4 exercices pour les enseignants)

Exercice 5289

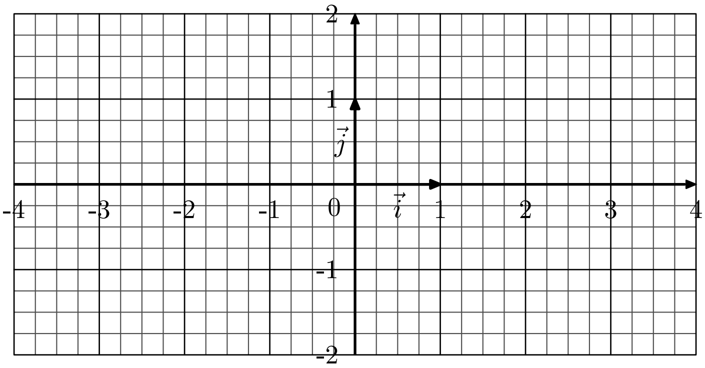
On munit le plan d'un repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$:

Montrer que les points suivants sont alignés :

$$A(-3\,;-1)\quad;\quad B(1\,;5)\quad;\quad C(-1\,;2)$$

Exercice 5313

On considère le plan muni du repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ représenté ci-dessous :



On considère les quatre vecteurs ci-dessous :

$$\vec{u}\Big(\frac{9}{4}\,;-\frac{3}{4}\Big)\quad;\quad \vec{v}\Big(\frac{7}{2}\,;-\frac{3}{2}\Big)\quad;\quad \vec{w}\Big(-\frac{15}{4}\,;\frac{5}{4}\Big)$$

1. Représenter les trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ avec pour origine le point O.

2. a. Conjecturer la colinéarité des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ entre eux.

   b. Etablir votre conjecture.

Exercice 8540

On munit le plan d'un repère $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ et les trois points :

$$A\big(2\sqrt{2}+1;3+2\sqrt{2}\big)\ ;\ B\big(\sqrt{2}-1;\sqrt{2}+1\big)\ ;\ C\big(\sqrt{2}+5;\sqrt{2}+7\big)$$

Montrer que les points A, B et C sont alignés.

14. Alignement, parallélisme et recherche des coordonnées :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 5291

On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$.
Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$$A(-5;1) \quad ; \quad B(2;4) \quad ; \quad C(-1;-2) \quad ; \quad D(3;y_D)$$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

Exercice 8200

On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$.
Soit A, B et C trois points du plan de coordonnées respectives : $(4;-1)$; $(1;3)$; $(1;-2)$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

Exercice 6625

On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$.
Soit A, B, C, D quatre points du plan de coordonnées respectives : $A\left(2;\frac{8}{3}\right)$; $B\left(\frac{2}{3};2\right)$; $C\left(\frac{4}{5};0\right)$; $D\left(x_D;-\frac{1}{2}\right)$
où x_D est un nombre réel.

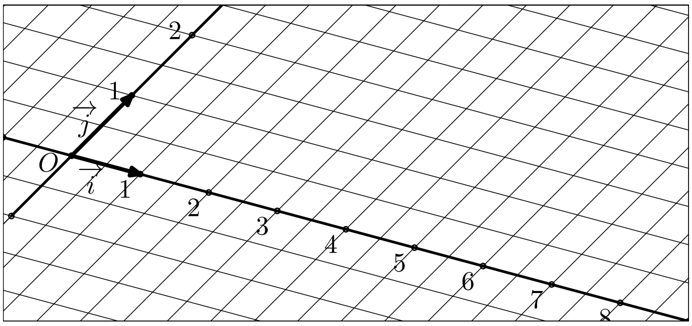
Sachant que les droites (AB) et (CD) soient parallèles, déterminer les coordonnées du point D.

15. Approfondissement : repères quelconques :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 4968

On munit le plan d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



1. a. Dans le repère ci-dessous, placer les deux points :
   $A(-1;2)$; $B(4;1)$

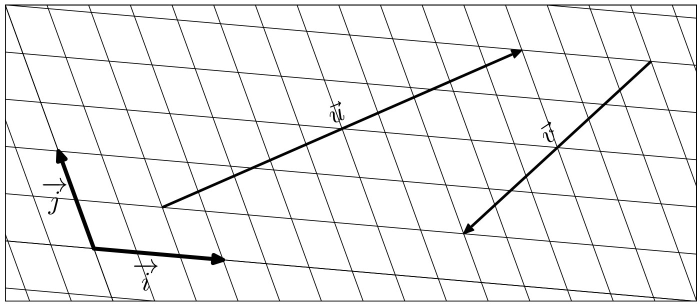
   b. Justifier graphiquement que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(5;-1)$.

2. On considère les deux vecteurs suivants :
   $\vec{u}(3;2)$; $\vec{v}(-2;-2)$

   Donner un représentant de votre choix de chacun de ces deux vecteurs dans le repère ci-dessus.

Exercice 5744

Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ non-colinéaire représentés ci-dessous :



La représentation des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont également représentés ci-dessus.

1. Dans la base vectorielle de $(\vec{i};\vec{j})$, donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
2. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur somme : $\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$.
3. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{t}$ réalisant l'égalité suivante :
   $\vec{v} = \vec{u} + \vec{t}$

16. Approfondissement : décomposition de vecteurs dans une base quelconque :

(+3 exercices pou

Exercice 5294

Considérons un triangle ABC et M un point appartenant au côté $[AB]$ vérifiant la relation : $AM=\frac{2}{3}\cdot AB$

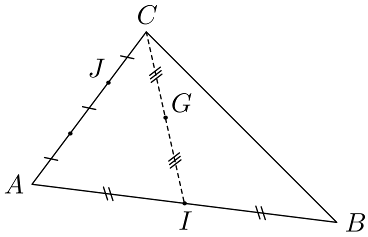
P est le point d'intersection de la droite (BC) et de la parallèle à (AC) passant par le point M. N est le point d'intersection des droites (AC) et de la parallèle à (AB) passant par le point P

1. Réaliser une représentation de cette configuration.
2. Montrer que : $AN=\frac{1}{3}\cdot AC$; $CP=\frac{2}{3}\cdot CB$.
3. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
   a. $\overrightarrow{AP}$ b. $\overrightarrow{MC}$
4. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$:
   a. $\overrightarrow{AP}$ b. $\overrightarrow{NM}$

Exercice 5393

On considère le triangle ci-contre où I et G sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CI]$, le point J est défini par la relation :

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA}$$



On considère la base vectorielle $\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}\right)$.

1. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ dans la base vectorielle $\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}\right)$.
2. Etablir que la décomposition vectorielle du vecteur $\overrightarrow{AG}$:
$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AC}$$
3. En déduire l'alignement des points B, G, J.

Exercice 5343

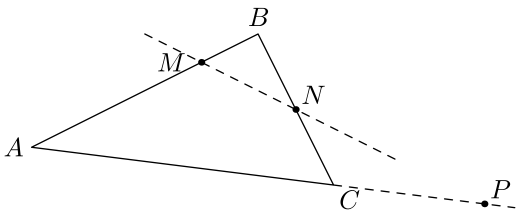
Dans le plan, on considère un triangle ABC non-aplati. On considère les trois points M, N et P définis par :

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BA} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{AP} = 2\cdot\overrightarrow{AC}$$

Montrer que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 5342

Dans le plan, on considère le triangle ABC :



On considère les points M et N définis par :

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{BA} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC}$$

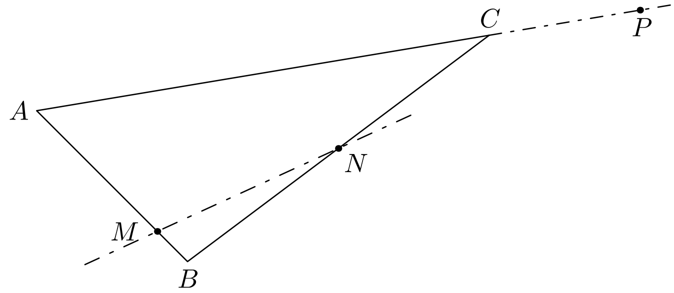
On définit le point P par la relation vectorielle :

$$\overrightarrow{AP} = \alpha\cdot\overrightarrow{AC} \quad \text{où } \alpha\in\mathbb{R}$$

1. Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. On munit le plan du repère $\left(B\,;\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right)$:
   a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ et du vecteur $\overrightarrow{MP}$ en fonction du réel α.
   b. Déterminer la valeur de α afin que les points M, N et P soient alignés.

Exercice 6664

Dans le plan, on considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



Les points M, N et P sont définis par les relations :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\cdot\overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{AP} = \frac{4}{3}\cdot\overrightarrow{AC}$$

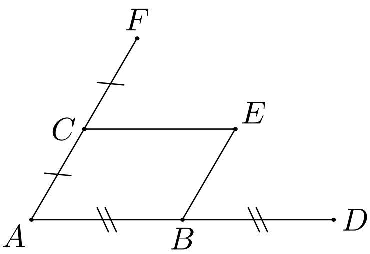
L'étude s'effectuera dans le repère $\left(B\,;\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right)$.

1. Donner les coordonnées des points M et N.
2. a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b. En déduire les coordonnées du point P.
3. Justifier que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 500

Dans le plan, on considère les points A, B, C, D et E tels que :

- C est le milieu de $[AF]$; B est le milieu de $[AD]$.
- Le quadrilatère $ABEC$ est un parallélogramme.



On mumit le plan du repère $\left(A\,;B\,;C\right)$ quelconque.

1. Dans le repère $\left(A\,;B\,;C\right)$, donner, sans justification, les coordonnées des six points de ce plan.
2. Justifier que les points E, F et D sont alignés.

18. Approfondissement : simplifications :

Exercice 2903

Soit A, B, C trois points du plan.

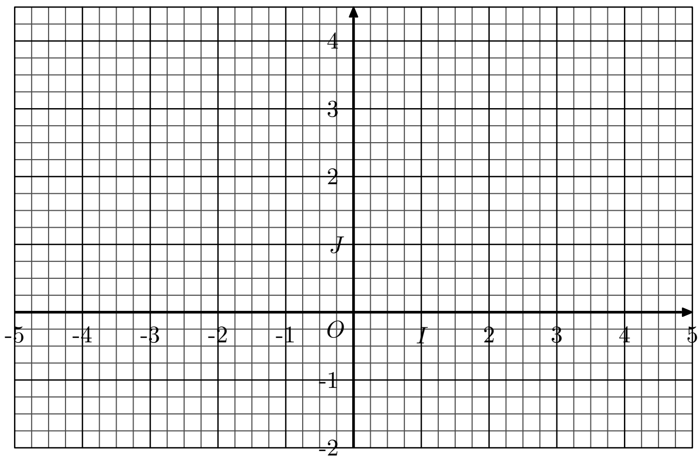
1. Montrer que le vecteur $\vec{u}$ défini ci-dessous est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AC}$ par :
$$\vec{u} = 3\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{BC} - \frac{5}{3}\cdot\overrightarrow{CA} + \frac{7}{3}\cdot\overrightarrow{BA}$$
2. Exprimer le vecteur $\vec{v}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
$$\vec{v} = \frac{5}{6}\cdot\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA}$$
3. Montrer que les deux vecteurs $\vec{r}$ et $\vec{s}$ sont égaux :
$$\vec{r} = 5\cdot\overrightarrow{AC} - 2\cdot\overrightarrow{BC} \quad ; \quad \vec{s} = 2\cdot\overrightarrow{AB} + 3\cdot\overrightarrow{AC}$$

255. Exercices non-classés :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 6690

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(-2{,}5\,;0{,}5)$, $B(-1{,}5\,;2{,}5)$ et $C(0{,}5\,;-1)$.



1. Placer les points A, B et C dans le repère ci-dessous.

2. Déterminer, par le calcul, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. Placer le point D tel que : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$
(On fera apparaître les traits de construction)

4. a. Donner les coordonnées du vecteur obtenu par la somme : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

   b. En déduire, par le calcul, les coordonnées du point D.

Pour la suite, on admet que $D(1{,}5\,;1)$.

5. a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$.

   b. En déduire que le quadrilatère $ABDC$ est un parallélograme.

6. $ABDC$ est-il un rectangle? Justifier.

7. On donne $E\left(-\frac{3}{4}\,;4\right)$. Les points A, B et E sont-ils alignés?

Exercice 5822

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les trois points suivants :
$A(-1\,;1)$; $B(-3\,;-1)$; $C(2\,;3)$

1. Les points A, B et C sont-ils alignés? Justifier votre réponse.

2. Déterminer les coordonnées de l'unique point D ayant pour abscisse -2 tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

