Première STMG/Suite

1. Introduction :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7320

1. Voici des exemples de suites de nombres :

   a. $(\; 2 \; ; \; 5 \; ; \; 8 \; ; \; 11 \; ; \; 14 \; ; \; \dots \;)$

   b. $(\; 2 \; ; \; 6 \; ; \; 18 \; ; \; 54 \; ; \; 162 \; ; \; \dots \;)$

   c. $(\; 6 \; ; \; -6 \; ; \; 6 \; ; \; -6 \; ; \; 6 \; ; \; \dots \;)$

   d. $(\; 1 \; ; \; 3 \; ; \; 7 \; ; \; 15 \; ; \; 31 \; ; \; \dots \;)$

   Déterminer les trois termes suivants de chacune de ces suites.

2. On considère la suite de nombres :
   $$\left(\; 1 \; ; \; \frac{1}{2} \; ; \; \frac{1}{3} \; ; \; \frac{1}{4} \; ; \; \frac{1}{5} \; ; \; \dots \; \right)$$

   a. Déterminer les trois termes suivants de cette suite.

   b. On considère la fonction f définie par la relation : $f(x) = \dfrac{1}{x}$.
   Quelle relation existe entre la fonction f et la suite de nombres.

3. a. On considère la suite de nombres :
   $(\; 1 \; ; \sqrt{2} \; ; \sqrt{3} \; ; \; 2 \; ; \sqrt{5} \; ; \sqrt{6} \; \dots \;)$
   Avec quelle fonction g cette suite de nombre est-elle liée?

   b. On considère la suite de nombres :
   $$\left(\; \frac{1}{2} \; ; \; \frac{2}{3} \; ; \; \frac{3}{4} \; ; \; \frac{4}{5} \; ; \; \frac{5}{6} \; ; \; \frac{6}{7} \; ; \; \dots \; \right)$$
   Avec quelle fonction h cette suite de nombre est-elle liée?

Exercice 7325

On considère les suites numériques dont les termes sont définies pour tout entier n strictement positif $(n \in \mathbb{N}^*)$ par les relations ci-dessous :

a. $u_n = 2n$ b. $v_n = 3n - 4$

c. $w_n = n^2 + 3$ d. $x_n = 2^n$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

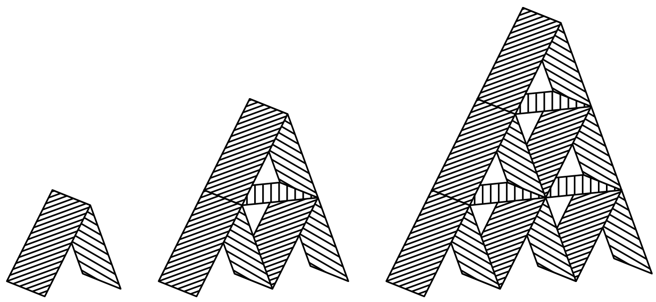
Exercice 7321

Pour chaque question, la suite est définie pour des valeurs de n strictement positives $(n \in \mathbb{N}^*)$. Déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ b. $u_n = \sqrt{n^2 + n + 1}$

Exercice 7323

On considère la construction d'un château de cartes :



1^{er} étape $2^{\text{ième}}$ étape $3^{\text{ième}}$ étape

Pour n un entier strictement positif $(n \in \mathbb{N}^*)$, on note u_n le nombre de cartes nécessaires pour construire le chateau de cartes à la $n^{\text{ième}}$ étape.

Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n)

2. Introduction définition par récurrences :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 7340

1. On considère la suite de nombres ci-dessous :

   $2 \; ; \; 3 \; ; \; 5 \; ; \; 8 \; ; \; 12 \; ; \; 17 \; ; \; 23 \; ; \; 30$

   a. Dans cette suite, quel est le terme qui succède à 12?

   b. Dans cette suite, quel est le terme qui précède 8?

2. On considère une suite de nombres qu'on note (u) et dont on indexe les termes à l'aide d'un entier naturel positif ou nul : ainsi, on "*numérote*" les valeurs de la suite en commençant par 0 :

   $u_0 \; ; \; u_1 \; ; \; u_2 \; ; \; u_3 \; ; \; \cdots \; ; \; u_{n-1} \; ; \; u_n \; ; \; u_{n+1}$

   a. Quel est le terme successeur de u_2?

   b. Quel est le terme prédécesseur de u_4?

   c. Quel est le terme successeur de u_n?

   d. Quel est le terme successeur de u_{n+2}?

   e. Quel est le terme prédécesseur de u_n?

   f. Quel est le terme prédécesseur de u_{n+2}?

3. Suites arithmétiques et géométriques : premiers termes :

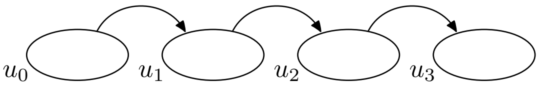
(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 7338

Dans cet exercice, les suites sont définies pour les entiers n positifs ou nul :

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.

   Compléter le diagramme ci-dessous pour obtenir les quatre premiers termes de la suite :



2. On considère la suite (v_n) arithmétique de premier terme 6 et de raison -2.

   Compléter les pointillés ci-dessous pour obtenir les quatre premiers termes de la suite :

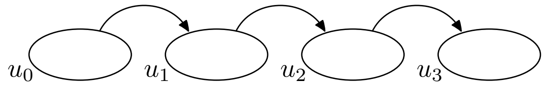
   - $v_0 = \ldots\ldots$
   - $v_1 = \ldots\ldots + (-2) = \ldots\ldots$
   - $v_2 = \ldots\ldots + (-2) = \ldots\ldots$
   - $v_3 = \ldots\ldots + (-2) = \ldots\ldots$

Exercice 7339

Dans cet exercice, les suites sont indexés à l'aide d'un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.

   Compléter le diagramme ci-dessous pour obtenir les quatre premiers termes de la suite :



2. On considère la suite (v_n) géométrique définie par :

   $$v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$$

   Compléter les pointillés ci-dessous pour obtenir les quatres premiers termes de la suite :

   - $v_0 = \ldots\ldots$
   - $v_1 = \ldots\ldots \times \frac{1}{2} = \ldots\ldots$
   - $v_2 = \ldots\ldots \times \frac{1}{2} = \ldots\ldots$
   - $v_3 = \ldots\ldots \times \frac{1}{2} = \ldots\ldots$

Exercice 7341

Dans cette exercice, les termes des suites ont pour rang un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.
2. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\frac{3}{2}$.

Exercice 7342

Dans cette exercice, les termes des suites ont pour rang un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\frac{3}{2}$.

4. Suites non-arithmétiques et non-géométriques : :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7337

Dans cet exercice, les suites sont indexés à l'aide d'un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :

   $$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$$

   Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :

   $$v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{2}$$

   Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

5. Suites arithmétiques et géométriques : formule explicite :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7346

Les suites (u_n) et (v_n) ont pour rang de leurs termes les entiers n positifs ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

1. On considère la suite (u_n) définie par la relation de récurrence : $u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 2$

   a. Donner la nature de la suite (u_n) et ses éléments caractéristiques.

   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n.

   c. Déterminer la valeur de u_{20}.

2. On considère la suite (v_n) définie par la relation de récurrence : $v_0 = 64 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$

a. Donner la nature de la suite (v_n) et ses éléments caractéristiques.

b. Donner la formule explicite donnant la valeur de v_n en fonction de n.

c. Déterminer la valeur de v_6.

6. Suites arithmétiques et géométriques : éléments caractéristiques : *(+1 exercice pour les enseignan*

Exercice 7349

1. On considère la suite (u_n) arithmétique définie pour tout entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $u_4 = 3 \quad ; \quad u_7 = 15$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie pour tout entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $v_2 = 2 \quad ; \quad v_5 = 54$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite géométrique.

Voici quelques valeurs numériques à connaitre :

$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$	$3^5 = 243$
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$	$5^5 = 3125$
$6^2 = 36$	$6^3 = 216$	$6^4 = 1296$	$6^5 = 7776$

Exercice 7357

1. On considère la suite (u_n) arithmétique définie pour tout entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $u_3 = 4{,}5 \quad ; \quad u_6 = 9$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie pour tout entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $v_2 = 8 \quad ; \quad v_5 = 1$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite arithmétique.

Voici quelques valeurs numériques à connaître :

$0{,}1^2 = 0{,}1$	$0{,}1^3 = 0{,}01$	$0{,}1^4 = 0{,}001$
$0{,}2^2 = 0{,}04$	$0{,}2^3 = 0{,}008$	$0{,}2^4 = 0{,}0016$
$0{,}25^2 = 0{,}0625$	$0{,}25^3 = 0{,}15625$	$0{,}25^4 = 0{,}00390625$
$0{,}4^2 = 0{,}16$	$0{,}4^3 = 0{,}064$	$0{,}4^4 = 0{,}0256$
$0{,}5^2 = 0{,}25$	$0{,}5^3 = 0{,}125$	$0{,}5^4 = 0{,}0625$
$0{,}6^2 = 0{,}36$	$0{,}6^3 = 0{,}216$	$0{,}6^4 = 0{,}1296$
$0{,}75^2 = 0{,}5625$	$0{,}75^3 = 0{,}421875$	$0{,}75^4 = 0{,}31640625$
$0{,}8^2 = 0{,}64$	$0{,}8^3 = 0{,}512$	$0{,}8^4 = 0{,}4096$

7. Suites et évolutions : *(+1 exercice pour les enseignants)*

Exercice 7347

La société Mandine embauche Arthur au 1er Janvier 2009 avec un salaire de 1525 € et lui propose deux types d'avancement :

- Chaque 1er Janvier, son salaire se verra augmenter de 32 €.
- Chaque 1er Janvier, son salaire augmente de 2 %.

1. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième près :

Année	2009	2010	2011	2012
Avancement A				
Avancement B				

Année	2013	2014	2015	2016
Avancement A				
Avancement B				

2. A partir de quelle année, Arthur aura un salaire plus important en choisissant l'avancement B ?

Exercice 7348

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.
Au 1er Janvier 2002, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants. Chaque année, la population de P augmente de 10 %, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1. a. Au 1er janvier 2002, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I ?

   b. Calculer la population de P, celle de V, puis celle de I au 1er Janvier 2003.
   Quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I ?

   c. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à l'unité près :

	A	B	C	D
1	Année	Population de P au 1er janvier	Population de V au 1er janvier	Population de I au 1er janvier
2	2002	200 000	300 000	
3				
4				
5				
6				
7				

2. n désigne un nombre entier naturel $(n \in \mathbb{R})$.

On note p_n la population de P au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $p_0 = 200\,000$.

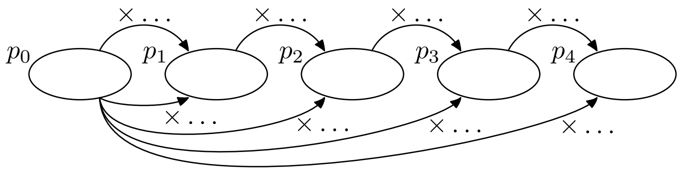
On note v_n la population de V au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $v_0 = 300\,000$.

a. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.

b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :

a.



b.