Première Spécialité/Probabilité et variables aléatoires

1. Rappels :

(+3 exercices pour les enseignants)

Exercice 3115

Un tournoi d'échec affronte deux équipes contenant chacune un homme et une femme. Une partie oppose une personne de chaque équipe.

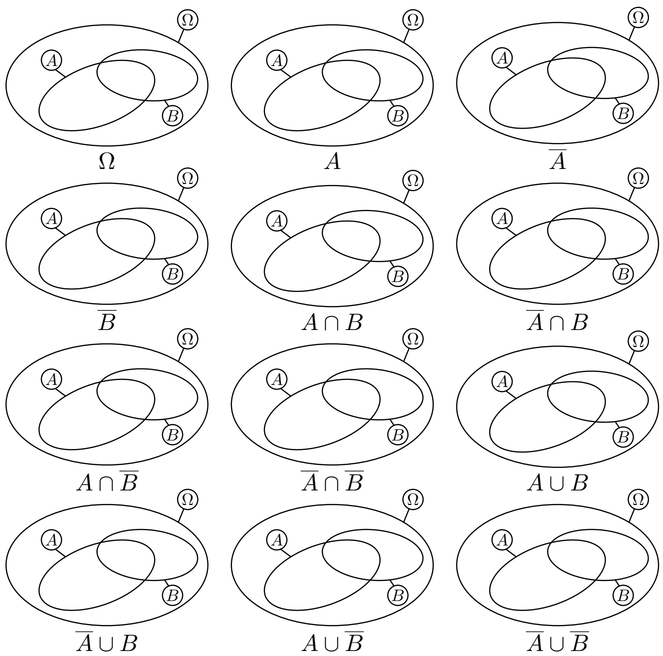
On choisi au hasard une personne de chaque équipe pour s'affronter au cours d'une partie. On considère les trois évènements qui "*omposent*" l'univers des possibilités :

- A : "*Deux hommes s'affrontent dans cette partie*"
- B : "*Deux femmes s'affrontent dans cette partie*"
- C : "*Un homme et une femme s'affrontent dans cette partie*"

1. Conjecturer la probabilité de chacun de ces évènements.
2. On utilise la notation suivante pour désigner la composition de chaque groupe :
$\mathcal{G}_1 = \{H_1\,;\,F_1\}$; $\mathcal{G}_2 = \{H_2\,;\,F_2\}$
   a. Décrire toutes les parties organisables lors de ce tournoi.
   b. Donner la probabilité des évènements A, B et C.

Exercice 5866

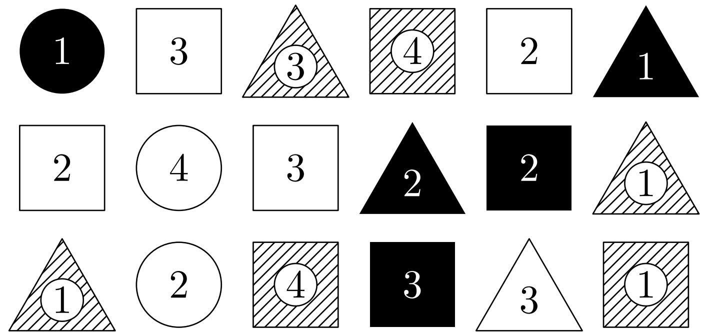
1. Ci-dessous sont représentés l'univers Ω d'une expérience aléatoire et deux évènements A et B de Ω. Pour chacune des représentations ci-dessous, hachurer l'ensemble demandé.



2. Donner, sans justification, une expression simplifée des ensembles :
   a. $\overline{A\cap B}$ b. $\overline{A\cup B}$

Exercice 6630

Une urne contient 18 pièces de bois de formes, de couleurs et portant des numéros différents.



On tire au hasard un élément de cette urne. On suppose que le tirage s'effectue de manière équiprobable.

On considère les évènements suivants :

- A : "*la pièce est un triangle*"
- B : "*la pièce est de couleur blanche*"
- C : "*la pièce porte le numéro* 2"
- D : "*la pièce n'est pas un cercle*"
- E : "*la pièce porte un numéro pair*"

Sans justification, donner la probabilité des évènements suivants :

a. $\overline{A}$ b. $A\cap C$ c. $(C\cap B)\cup A$
d. $\overline{A\cap C}$ e. $\overline{A}\cap\overline{D}$ f. $(A\cap E)\cup(C\cap D)$
g. $C\cap\overline{E}$ h. $C\cup D$ i. $\overline{A}\cup\overline{C}$

Exercice 5179

On considère un jeu de carte 32 cartes et les trois évènements suivants :

♡	♢	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

- A : "*La carte tirée est un coeur*"
- B : "*La carte tirée est une figure*"
- C : "*La carte tirée est un nombre dont la valeur est comprise strictement entre 7 et 10*"

1. On tire une carte au hasard dans le jeu de cartes. Déterminer la probabilité des évènements suivants :
   a. A b. B c. C
   d. $A\cap B$ e. $A\cup B$ f. $A\cup C$
2. La carte "*Roi de coeur*" a été retirée du jeu, puis on tire au hasard une carte. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

a. A b. B c. C

Exercice 7578

On considère une expérience aléatoire comprenant n évènements élémentaires. La loi d'équiprobabilité s'applique à cette expérience aléatoire.
Deux évènements A et B sont composés respectivement de 432 et 72 évènements élémentaires et vérifient les propriétés suivantes :

$\mathcal{P}(A\cap B)=0{,}25 \quad ; \quad \mathcal{P}(A\cup B)=0{,}5$

Quel est le nombre d'évènements élémentaires composant l'univers Ω :

a. 496 b. 540 c. 643 d. 672

Exercice 2929

Après étude d'un dés truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6, on obtient la loi de probabilité suivante :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,2	0,15	0,12	0,17	0,08	0,28

Déterminer les probabilités de chacun des éléments suivants :

1. A : "*Le résultat est supérieur ou égal à 4*".
2. B : "*Le résultat est un nombre impair*".
3. C : "*Le résultat est un nombre pair*".

2. Loi de probabilité d'une variable aléatoire :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7336

On considère une urne contenant 11 boules. Certaines sont rondes, d'autres carrés. Certaines sont blanches, d'autres sont rayés. Elles sont représentés ci-dessous :

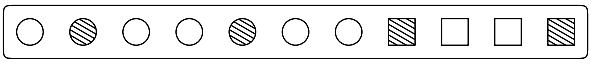
On suppose qu'en appuyant sur un bouton, les boules sortent au hasard de l'urne. On vient de constituer une expérience aléatoire suivant la loi d'équiprobabilité.

On associe un gain à chacune des boules de la manière suivante :

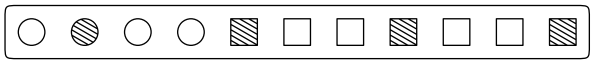
- Une boule rapporte 1 € alors qu'un carré rapporte 2 €.
- De plus, si l'élément est rayé, le gain est augmenté de 1 €.

Cette association d'une valeur à chaque évènement élémentaire constitue une variable aléatoire. Notons la $\mathcal{X}$.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$ lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



2. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$ lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



Exercice 5170

Une urne contient quatre boules bleues numérotées de 1 à 4, trois boules rouges numérotées de 1 à 3 et deux boules vertes numérotées de 1 à 2.

1. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à chacune des boules le numéro inscrit sur celui-ci.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
2. Au tirage d'une boule dans cette urne, on associe les règles de jeu suivantes :
   - Si la boule tirée est bleu et porte un entier pair, le joueur gagne 2 €.
   - Si la boule tirée n'est pas bleu et porte un entier pair, le joueur gagne 3 €.
   - Sinon le joueur ne gagne rien.

   On note $\mathcal{Y}$ la variable aléatoire qui associe au tirage d'une boule le gain obtenu.

   Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{Y}$.

3. Variables aléatoires et fonction de répartition ⚠ :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 4801

On définit l'ensemble $\{\mathcal{X}\leqslant 2\}$ comme l'ensemble des évènements élémentaires prenant une valeur inférieure ou égale à 2 : $\{\mathcal{X}\leqslant 2\}=\{\omega\in\Omega \mid \mathcal{X}(\omega)\leqslant 2\}$

Dans le cas Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire prenant ses valeurs dans $\mathbb{N}$, on a : $\{\mathcal{X}\leqslant 2\}=\{\mathcal{X}=0\}\cup\{\mathcal{X}=1\}\cup\{\mathcal{X}=2\}$

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire prennant les valeurs entières de 1 à 6 et dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

x_i	1	2	3	4	5	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_i)$	0,05	0,12	0,15	0,23	0,17	

1. Compléter le tableau de la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.
2. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 3)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}>3)$

Exercice 4800

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

x_i	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_i)$	0,15	0,24	0,35	0,26

1. Justifier que le tableau ci-dessous représente bien une loi de probabilité.

2. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 2)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}<2)$
   c. $\mathcal{P}(\{\mathcal{X}=1\}\cup\{\mathcal{X}=3\})$

Exercice 8461

Dans une jeu basée sur une expérience aléatoire, la variable aléatoire $\mathcal{X}$ mesure le gain réalisé par le participant. Le tableau suivant présente la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$:

x	0	1	2	3	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x)$	0,34	0,3	0,19	0,15	0,02

Déterminer les probabilités suivantes :

a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}<3)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 3)$ c. $\mathcal{P}(2\leqslant\mathcal{X}<5)$

Exercice 8463

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces et on associe à chaque face un gain de la manière suivante :

- la face "6" rapporte 5 €.
- les faces "1" et "3" rapportent 2 €.
- les autres faces portant un numéro pair rapportent 1 €.
- la face "5" ne rapporte rien.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque lancer du dé, associe le gain réalisé.

1. Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$.

   ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{3}{6}$ ☐ $\frac{4}{6}$

2. Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(\mathcal{X}>1)$.

   ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{3}{6}$ ☐ $\frac{4}{6}$

Exercice 8211

On considère l'expérience aléatoire consistant à un jeté un dé truqué à 6 faces. On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui, à chaque lancer, renvoye le numéro de la face obtenue.

Ci-dessous est donnée la loi de distribution cumulative de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	4	5	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant k)$	0,102	0,275	0,34	0,51	0,6	0,84	1

1. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}>3)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 4)$

2. a. Justifier que : $\mathcal{P}(\mathcal{X}=2)=0,065$
   b. Déterminer les probabilités suivantes :
   $\mathcal{P}(\mathcal{X}=3)$; $\mathcal{P}(\mathcal{X}=6)$

3. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(2\leqslant\mathcal{X}\leqslant 5)$ b. $\mathcal{P}(3<\mathcal{X}\leqslant 5)$

4. Espérances :

(+3 exercices pour les enseignants)

Exercice 5198

Définition :
Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire prenant $n+1$ valeurs notées x_0, x_1, …, x_n. On appelle **espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$**, le nombre noté $E(\mathcal{X})$ défini par :

$$E(\mathcal{X})=x_0\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_0)+x_1\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_1)+\cdots+x_n\times\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_n)$$

Cette somme se note aussi : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} x_k\cdot\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_k)$

Dans une jeu basée sur une expérience aléatoire, la variable aléatoire $\mathcal{X}$ mesure le gain réalisé par le participant. Le tableau suivant présente la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,34	0,3	0,19	0,15	0,02

Déterminer l'espérance de cette variable aléatoire.

Remarque : l'espérance aléatoire correspond à la valeur moyenne prise par la variable aléatoire $\mathcal{X}$ lorsqu'on répète un grand nombre de fois l'expérience aléatoire.

Exercice 4805

On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	5	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,4	0,38	0,15	0,05	0,02

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 5351

Un jeu consiste à tirer une boule au hasard d'une urne. Le gain du jeu est associé à la couleur de la boule tirée :

- Une boule rouge rapporte 10 €.
- Une boule bleu rapporte 1 €.
- Une boule verte ne rapporte aucun gain.

1. L'urne A comporte 1 boule rouge, 10 boules bleues et 5 boules vertes.

   On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associée au gain d'une boule tirée dans l'urne A.

   a. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

2. L'urne B comporte 3 boules rouges, 3 boules bleues et 20 boules vertes.

On note $\mathcal{Y}$ la variable aléatoire associée au gain d'une boule tirée dans l'urne B.

a. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{Y}$.

b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{Y}$. *(on arrondira la valeur au centième près).*

3. Paul souhaite participer au jeu. Quelle est l'urne la plus avantageuse pour lui?

Exercice 5911

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces et on associe à chaque face un gain de la manière suivante :

- la face "6" rapporte 5 €.
- la face "1" rapporte 2 €.
- les autres faces portant un numéro pair rapportent 1 €.
- les autres faces ne rapportent rien.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque lancer du dé, associe le gain réalisé.

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

☐ $\dfrac{9}{6}$ ☐ $\dfrac{10}{6}$ ☐ $\dfrac{11}{6}$ ☐ $\dfrac{12}{6}$

Exercice 4806

On considère un jeu de 32 cartes. Un jeu consiste à tirer une carte au hasard parmi ces cartes. On considère les trois évènements ci-dessous :

- A : la carte tirée est un coeur ;
- B : la carte tirée est une figure ;
- C : la carte tirée est 7, 8 ou 9.

♡	♢	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

On associe un gain à la carte tirée de la manière suivante :

- les cartes de $A\cap C$ rapporte 1 point ;
- les cartes de $\overline{A}\cap B$ rapporte 2 points ;
- les cartes de $A\cap B$ rapporte 4 points.
- les autres cartes ne rapportent pas de points.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à une carte le nombre de points gagnés.

Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

5. Espérances et variances :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 7801

On considère une expérience aléatoire à laquelle est associée une variable aléatoire $\mathcal{X}$ dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

k	-2	1	3	5	8
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3

1. Montrer que : $E(\mathcal{X})=3$.

2. a. Compléter le tableau ci-dessous :

k	-2	1	3	5	8
$k-E(\mathcal{X})$					
$\left[k-E(\mathcal{X})\right]^2$					
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$					

b. En déduire la valeur de la variance.

Exercice 3117

En fin d'année l'association des élèves d'un lycée organise une tombola : 100 tickets sont mis en vente à 10 euros l'unité.

Voici les différents tickets gagnants :

- 2 tickets gagnent 50 € ;
- 10 tickets gagnent 20 € ;
- 20 tickets gagnent 10 €.

1. Quelle est la somme des gains de cette tombola?

On considère l'expérience aléatoire consistant à choisir un ticket au hasard et la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui à chaque ticket associe sa valeur.

2. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

a. Déterminer l'espérance $E(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

b. Déterminer la variance $V(\mathcal{X})$ et l'écart type $\sigma(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire $\mathcal{X}$. *(on arrondira les valeurs au dixième près).*

6. Approfondissement : répétitions indépendantes d'expériences aléatoires :

Exercice 4796

Un jeu consiste à lancer quatre fois successivement un pièce de monnaie équilibré. A chaque lancer, on note la face obtenue.

1. Construire un arbre de choix représentant cette expérience aléatoire.

On admet que les issues de cette expérience sont équiprobables. A chacune des issues, on associe un gain en suivant :

- le gain est de 0 € si le côté face n'apparait pas ;
- le gain est de 1 € si le côté face apparait 1 fois ;

- le gain est de 2 € si le côté face apparait 2 fois ;
- le gain est de 4 € si le côté face apparait 3 fois ;
- le gain est de 10 € si le côté face apparait 4 fois ;

2. Etablir que : $\mathcal{P}(\mathcal{X}=4)=\dfrac{1}{4}$

3. Compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	4	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$					

4. Compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de distribution cumulative de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	4	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant k)$					1

Exercice 4810

Cinq garçons et trois filles participent écrivent leur nom sur un bout de papier et l'insère dans une urne.

On extrait, successivement et avec remise, deux bouts de papier de l'urne. On considère que les deux tirages sont indépendants.

1. A chaque tirage, on regarde si le papier tiré désigne un garçon ou une fille. Construire l'arbre de probabilité lié à cette expérience.

2. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associant à une issue de ce tirage le nombre de filles sélectionnées.

   a. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

   b. Calculer son espérance mathématique de $E(\mathcal{X})$.

7. Approfondissement : successions indépendantes d'expériences aléatoires :

Exercice 5197

Un magasin de sport propose à la location des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée.

Son matériel loué est constitué de 60 % de skis de piste, le reste étant également réparti entre les snowboards et les skis de randonnées.

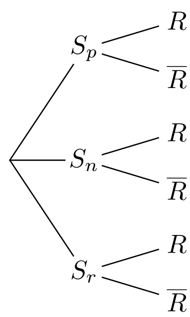
Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé. Indépendamment du type de matériel loué, 30 % du matériel nécessite une réparation.

Chaque paire de ski et chaque snowboard sont répertoriés sur une fiche qui précise son suivi. On tire au hasard une fiche. On considère les évènements suivants :

- S_p : "*La fiche est celle d'une paire de skis de piste*" ;
- S_n : "*La fiche est celle d'un snowboard*" ;
- S_r : "*La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée*" ;
- R : "*Le matériel nécessite une réparation*" ; $\overline{R}$ est son évènement contraire.

Tous les résultats des quatre premières questions seront arrondies à 10^{-3}.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre :



2. a. Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de skis de piste ne nécessitant pas une réparation.

   b. Calculer $\mathcal{P}(S_p\cup\overline{R})$: la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de skis de piste ou un matériel ne nécessitant pas une réparation.

3. Le coût de la location de skis de piste ou d'un snowboard est de 20 €, celui d'une paire de skis de randonnée est de 15 €.
   En cas de réparation, un sur-coût de 15 € est facturé.

   On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui associe à une fiche le montant de la facturation associée.

   a. Dresser un tableau représentant la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

   b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

255. Exercices non-classés :

(+5 exercices pour les enseignants)

Exercice 3806

Lors d'une épidémie chez des bovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d'animaux dont 1 % est porteur de la maladie.

On obtient les résultats suivants :

- si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;
- si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour la population entière et d'utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

On note les évènements :

- M : "*l'animal est porteur de la maladie*" ;
- T : "*le test est positif*".

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.

2. Un animal est choisi au hasard.

   a. Quelle est la probabilité qu'il soit porteur de la maladie et que son test soit positif?

   b. Montrer que la probabilité pour que son test soit positif est 0,058.

3. Un animal est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit porteur de la maladie? On arrondira la probabilité au millième près.

4. Le coût des soins à prodiguer à un animal ayant réagi positivement au test est de 100 euros et le coût de l'abattage d'un animal non dépisté par le test et ayant développé la maladie est de 1 000 euros. On suppose que le test est gratuit.

   D'après les données précédentes, la loi de probabilité du coût à engager par animal subbissant le test est donnée par le tableau suivant :

Coût	0	100	1 000
Probabilité	0,940 5	0,058 0	0,001 5

   a. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire associant à un animal le coût à engager.

   b. Un éleveur possède un troupeau de 200 bêtes. Si tout le troupeau est soumis au test, quelle somme doit-il prévoir d'engager?

Exercice 3730

Une urne A contient quatre boules rouges et six boules noires. Une urne B contient une boule rouge et neuf boules noires. Les boules sont indiscernables au toucher.

Partie A

Un joueur dispose d'un dé à six faces, parfaitement équilibré, numéroté de 1 à 6. Il le lance une fois :

- S'il obtient 1, il tire au hasard une boule de l'urne A ;
- Sinon il tire au hasard une boule de l'urne B.

1. Soit R l'évènement "*le joueur obtient une boule rouge*". Montrer que $\mathcal{P}(R)=0{,}15$

2. Si le joueur obtient une boule rouge, la probabilité qu'elle provienne de A est-elle supérieure ou égale à la probabilité qu'elle provienne de B?

Partie B

Le joueur répète deux fois l'épreuve décrite dans la partie A, dans des conditions identiques et indépendantes *(c'est-à-dire qu'à l'issue de la première épreuve les urnes retrouvent leur composition initiale)*.

Soit x un entier naturel non nul.

Lors de chacune des deux épreuves, le joueur gagne x euros s'il obtient une boule rouge et perd deux euros s'il obtient une boule noire.

On désigne par G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur en euros au terme des deux épreuves. La variable aléatoire G prend donc les valeurs $2x$, $x-2$ et -4.

1. Déterminer la loi de probabilité de G.

2. Exprimer l'espérance $E(G)$ de la variable aléatoire G en fonction de x.

3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $E(G)\geqslant 0$

Exercice 5156

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessus :

x_i	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_i)$	0,15	0,24	0,35	0,26

1. Justifier que le tableau ci-dessous représente bien une loi de probabilité.

2. Déterminer les probabilités suivantes :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 2)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}<2)$ c. $\mathcal{P}(\{\mathcal{X}=1\}\cup\{\mathcal{X}=3\})$

3. Déterminer l'espérance et l'écart-type, arrondi au millième, de la variable $\mathcal{X}$.

Exercice 3735

Pour entretenir en bon état de fonctionnement le chauffage, une société immobilière fait contrôler les chaudières de son parc de logements pendant l'été. On sait que 20 % des chaudières sont sous garantie.

On considère les évenements suivants :

- A : "*La chaudière est garantie*" ;
- B : "*La chaudière est défectueuse*".

Voici la probabilité de certains éléments :

E	A	$\overline{A}\cap B$	$\overline{A}\cap\overline{B}$
$\mathcal{P}(E)$	0,2	0,08	0,72

Le contrôle est gratuit si la chaudière est sous garantie. Il coûte 80 euros si la chaudière n'est plus sous garantie et n'est pas défectueuse. Il coûte 280 euros si la chaudière n'est plus sous garantie et est défectueuse. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui représente le coût du contrôle d'une chaudière.

Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$ et son espérance mathématique.

Exercice 3746

Une urne contient 50 boules blanches, 25 boules noires et 25 boules rouges. L'expérience élémentaire consiste à tirer une boule. Les boules ont toutes la même probabilité d'être tirées. On effectue 3 tirages indépendants et avec remise.

1. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   A : "*les trois boules tirées sont blanches*".

2. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   B : "*aucune des boules tirées est blanches*".

3. a. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   C_1 : "*La première boule tirée est blanche ; les deux autres ne sont pas blanches*".

   b. En déduire la probabilité de l'évènement :
   C : "*une seule des boules tirées est blanches*".

4. En déduire la probabilité de l'évènement :
   D : "*deux boules tirées sont blanches et une boule n'est n'est pas blanche*".

5. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de boules blanches tirées :

   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

   b. Déterminer l'espérance de la variable $\mathcal{X}$.

Exercice 5157

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.

Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.

Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture.

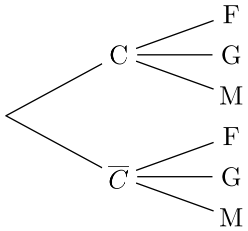
Quelque soit le type de barquette achetée, le client choisi à 50 % des cas la myrtille pour fruit, 30 % des framboises dans les autres cas, c'est la groseille qui est choisie.

On notera :

- C l'évènement "*le client achète une barquette de fruits à confiture*" ;
- F l'évènement "*le client demande des framboises*" ;
- G l'évènement "*le client demande des groseilles*" ;
- M l'évènement "*le client demande des myrtilles*" ;

On suppose que le fruit choisit ne dépend pas du type de barquette acheté et que chaque client n'achète qu'une barquette.

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2. Déterminer la probabilité de $\overline{C} \cap F$.

3. Le producteur fixe les prix de ses barquettes de la manière suivante :
   - Le prix de base d'une barquette de fruits à confiture est vendue 5 euros et celui d'une barquette de fruits à déguster est 3 euros ;
   - Si la barquette choisit contient des framboises, il ajoute 1 euro au prix de la barquette ;
   - Si la barquette choisit contient des myrtilles, il ajoute 2 euros au prix de la barquette ;
   - Si la barquette choisit contient des groseilles, le prix de base reste inchangé.

   On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associant à chaque client le prix de la barquette acheté.

   a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire $\mathcal{X}$?

   b. Dresser le tableau représentant la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

   c. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 5154

Un jeu consiste à lancer quatre fois successivement une pièce de monnaie équilibrée. A chaque lancer, on note la face obtenue.

1. a. Construire un arbre de probabilité représentant cette expérience aléatoire.

   b. En admettant que les sorties de cette expérience sont équiprobables, donner la probabilité d'un événement élémentaire.

On associe à chaque sortie de cette expérience aléatoire un gain :

- le gain est de 0 € si le côté face n'apparait pas ;
- le gain est de 1 € si le côté face apparait 1 fois ;
- le gain est de 2 € si le côté face apparait 2 fois ;
- le gain est de 4 € si le côté face apparait 3 fois ;
- le gain est de 10 € si le côté face apparait 4 fois ;

2. Pour chaque valeur prise par la variable aléatoire $\mathcal{X}$, associer sa probabilité.

3. A chaque sortie de cette expérience, on note $\mathcal{X}$ le gain obtenu.
   - L'événement "*le gain obtenu est égal à 4 €*" se note $\{\mathcal{X}=4\}$.
   - L'événement "*le gain est supérieur ou égal à 4 €*" se note $\{\mathcal{X}\geqslant 4\}$.

   Déterminer les probabilités des événements ci-dessous

   a. $\{\mathcal{X}=10\}$ b. $\{\mathcal{X}=4\}$ c. $\{\mathcal{X}\geqslant 4\}$

4. Compléter le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	4	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$					

