Première Spécialité/Génération d'une suite

ChingEval : 2 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Mode de génération explicite :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7184

Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ c. $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$ e. $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$

Exercice 9484

Pour chacune des questions, déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie par :

a. $u_n = \dfrac{3\cdot n^2+n+2}{n+2}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

b. $u_n = \dfrac{2n^2+n+5}{n+1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Exercice 8486

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :
$v_n = 2n^2 - 3n + 2$ pour tout entier naturel n.

On souhaite étudier la différence entre deux termes consécutifs de la suite (v_n) :

1. Donner l'expression du terme v_{n+1} en fonction de n.
2. Etudier la valeur de $v_{n+1}-v_n$ en fonction de n.

2. Mode de génération par récurrence :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 2377

On définit la suite par récurrence $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la relation :
$u_0=5$; $u_{n+1} = 2\cdot u_n - 1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 9510

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{R}}$ définie par :
$$v_{n+1} = \frac{1-v_n}{1+v_n} \quad ; \quad v_0 = 3$$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).
2. Que remarque-t-on?

Exercice 9509

Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_{n+1} = 2\cdot u_n - 2$; $u_0 = 3$

b. $u_{n+1} = 2\cdot u_n - 2$; $u_0 = 1$

c. $u_{n+1} = \dfrac{u_n-2}{u_n+1}$; $u_0 = 2$

3. Mode de génération par récurrence d'ordre 2 :

Exercice 3019

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence et vérifiant les conditions :

$u_7 = 5$; $u_{10} = 11$; $u_{n+2} = 2\cdot u_{n+1} - u_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. a. Justifier que la différence de deux termes consécutifs est constante.
   b. Quelle est la nature de la suite (u_n)?
2. a. Déterminer les éléments caractéristiques de (u_n).
   b. Exprimer le terme u_n en fonction du rang n.

Exercice 9513

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par les relations :
$u_0 = 2$; $u_1 = 3$; $u_{n+1} = u_n + 2\cdot u_{n-1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 5857

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 3 \quad ; \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 2\cdot u_{n+1} + u_n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

Donner les cinq premiers termes de la suite (u_n).

4. Autres modes de générations :

(+4 exercices pour les enseignants)

Exercice 8405

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par :

$$u_0=2 \quad ; \quad u_{n+1}=3{\cdot}u_n-2{\cdot}n+1$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 9512

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par les relations :

$$u_0=-1 \quad ; \quad u_{n+1}=u_n+n-2 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 9515

On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_0=-3 \quad ; \quad v_{n+1}=n-2{\cdot}v_n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 5104

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par les relations :

$$u_0=2 \quad ; \quad u_{n+1}=\frac{1}{2}{\cdot}u_n+3 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 8045

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par :

$$u_0=1 \quad ; \quad u_{n+1}=\frac{4{\cdot}u_n}{3{\cdot}n-2}$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n)

Exercice 5134

Pour chacune des questions, déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie par :

$$v_0=1 \quad ; \quad v_{n+1}=\frac{-4{\cdot}v_n}{3{\cdot}n-4} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Exercice 9511

On définit la suite par récurrence $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ par la relation :

$$v_1=-2 \quad ; \quad v_{n+1}=\frac{1-v_n}{n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).

5. Utilisation de suites auxiliaires :

Exercice 9541

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$u_0=2 \quad ; \quad v_0=3 \quad ; \quad \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{2{\cdot}u_n+v_n}{3} \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n+5{\cdot}v_n}{6} \end{cases}$$

1. Déterminer les trois premiers termes de chacune des suites (u_n) et (v_n).
2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par : $w_n=u_n-v_n$

   Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.

Exercice 3020

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par la relation :

$$u_n=7{\times}4^n-2{\times}3^n$$

1. Montrer que la suite (u_n) vérifie la relation suivante :

   $$u_{n+2}=7{\cdot}u_{n+1}-12{\cdot}u_n.$$

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

   $$v_n=u_{n+1}-3\cdot u_n$$

   Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. On donnera le premier terme et la raison.

6. Suites définies conjointement :

Exercice 9514

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par les relations :

$$u_0=-2 \;;\; v_0=1 \;;\; \begin{cases} u_{n+1}=u_n+v_n-3 \\ v_{n+1}=2{\cdot}u_n-v_n+1 \end{cases} \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Déterminer les quatre premiers termes de ces deux suites.

7. Tout mode de génération :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6645

On considère trois suites (u_n), (v_n) et (t_n) dont les premiers termes ont été donnés dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D
1	n	u_n	v_n	t_n
2	0	3	5	6
3	1	7	8	4
4	2	15	10	-8
5	3	31	11	-16
6	4	63	11	0
7	5	255	10	32

1. Vérifier que les formules ci-dessous sont vérifiées par les valeurs du tableau :
   - $B5{=}2{*}B4{+}1$
   - $C3{=}C2{-}A2{+}3$
   - $D6{=}D5{-}2{*}D4$
2. Utiliser ces formules pour en déduire la formule de récurrence définissant chacun des termes de ces suites.

Exercice 6522

On considère les suites de nombres ci-dessous :

a. 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22 ...

b. 1 ; -2 ; 4 ; -8 ; 16 ; -32 ; 64 ...

c. 2 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ...

d. 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ...

e. 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ...

f. 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ...

Associer à chacune de cette suite une relation ci-dessous qui permet d'obtenir un terme en fonction de ses prédédecesseurs :

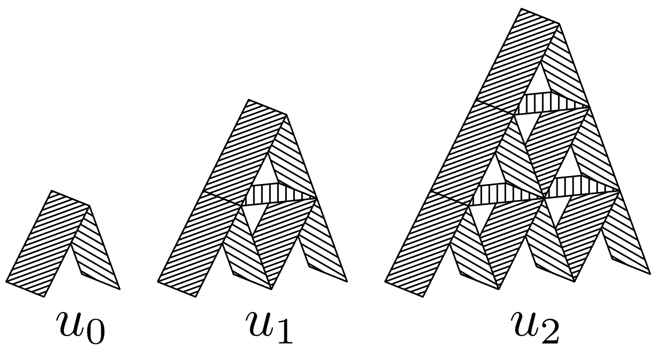
1. $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$
2. $\dfrac{2}{u_n} = u_{n+1}$
3. $u_n + n = u_{n+1}$
4. $-2{\times}u_n = u_{n+1}$
5. $u_n + 3 = u_{n+1}$
6. $u_n = n^2$

8. Approfondissement : un peu plus loin :

(+4 exercices pour les enseignants)

Exercice 2986

On considère la construction d'un château de cartes :

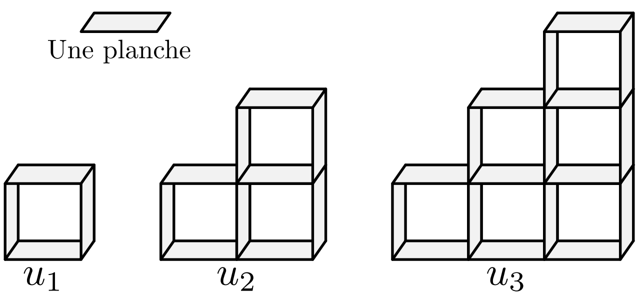


On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désignant le nombre de cartes utilisées dans la construction du château à l'étape n.

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Pour tout entier naturel n, déterminer une expression du terme u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n et du rang n.
3. À quelle étape de construction peut-on arriver avec deux jeux de 72 cartes?

Exercice 5858

On construit successivement un objet comme le représente le schéma ci-dessous :

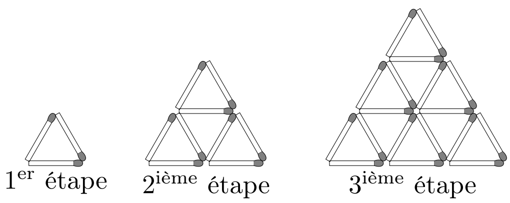


Pour tout entier naturel n non-nul, on note u_n le nombre de planches nécessaires pour construire la figure à l'étape n.

Donner une relation de récurrence caractérisant la suite (u_n).

Exercice 8047

On considère la construction ci-dessous effectuée d'étapes en étapes la construction de triangles équilatérals à l'aide d'allumettes :



Pour tout entier naturel n non-nul, on note u_n le nombre d'allumettes nécessaires à la construction de la figure à l'étape n. Ainsi, on a : $u_1{=}3$

1. Parmi les relations ci-dessous, laquelle vérifie les termes de la suite (u_n) :
   a. $u_{n+1} = 3{\cdot}u_n + 3$
   b. $u_{n+1} = u_n + 3{\cdot}n + 3$
   c. $u_{n+1} = u_n + 6{\cdot}n$
   d. $u_{n+1} = u_n - 3{\cdot}n + 9$
2. Parmi les relations ci-dessous, laquelle vérifie les termes de la suite (u_n) :
   a. $u_n = \dfrac{3}{2}{\cdot}n^2 + \dfrac{3}{2}{\cdot}n$
   b. $u_n = n^2 + 2{\cdot}n$
   c. $u_n = \dfrac{3}{2}{\cdot}n^2 - \dfrac{1}{2}{\cdot}n + 1$
   d. $u_n = n^2 + \dfrac{3}{2}{\cdot}n + \dfrac{1}{2}$
3. Donner la valeur du terme u_6.

9. Activité TICE :

(+4 exercices pour les enseignants)

Remarque : Ces exercices permettent de travailler sur la reconnaissance des termes d'une suite avec Algobox et OpenCalc

Exercice 7556

On considère la suite (u_n) définie par :

$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n + 3^n \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. a. Vérifier la valeur des deux termes suivants :
$u_1 = 3 \quad ; \quad u_2 = 9$

   b. Déterminer la valeur du terme de rang 3 de la suite (u_n).

2. a. Compléter l'algorithme ci-dessous afin que la variable u prenne successivement les 20 premiers termes de la suite (u_n)

```
u ← 1
Pour i allant de 0 à ...
    u ← ...
Fin Pour
```

   b. Saisir cet algorithme dans AlgoBox afin qu'il affiche les 20 premiers termes de la suite (u_n). Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite (u_n)?

Exercice 7557

On considère la suite (u_n) définie par :

$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 9 \times 2^n - u_n$

1. a. Vérifier la valeur des deux termes suivants :
$u_1 = 6 \quad ; \quad u_2 = 12$

   b. Déterminer la valeur du terme de rang 3 de la suite (u_n).

2. a. A l'aide d'une feuille de calcul, générer les 20 premiers termes de cette suite.

   b. Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite (u_n)

Exercice 7558

On considère la suite (u_n) définie par :

$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \dfrac{(n+2) \cdot u_n + 1}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1. a. Vérifier la valeur des deux termes suivants :
$u_1 = 3 \quad ; \quad u_2 = 5$

   b. Déterminer la valeur du terme de rang 3 de la suite (u_n).

2. a. A l'aide d'une feuille de calcul, générer les 20 premiers termes de cette suite.

   b. Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite (u_n)

Exercice 8357

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
  a ← a+3
Fin
```

1. Afin de connaître la valeur de la variable a à la fin de l'exécution de cet algorithme, saisissez cet algorithme dans le langage Python :

```
a=2;
for i in range(0,6):
  a=a+3;
print(a)
```

2. Parmi les suites ci-dessous laquelle a été implémentée dans l'algorithme précédent :

a. $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ b. $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2 \times u_n \end{cases}$

c. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ d. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3 \times u_n \end{cases}$

Exercice 8358

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 4 et de raison 2.

1. Parmi les algorithmes ci-dessous, lequel permet d'afficher le terme de rang 8 de la suite (u_n) :

```
a ← 4
Pour i allant de 0 à 8
  a ← a×2
Fin Pour
Afficher a
```

```
a ← 4
Pour i allant de 1 à 8
  a ← a×2
Fin Pour
Afficher a
```

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 8
  a ← a×4
Fin Pour
Afficher a
```

```
a ← 2
Pour i allant de 1 à 8
  a ← a×4
Fin Pour
Afficher a
```

2. Modifiez l'algorithme pour obtenir la valeur du terme u_{12}

Exercice 5092

On considère l'algorithme suivant :

```
a ← −1
Pour i allant de 0 à 4
    a ←  a×2−i+1
Fin Pour
```

1. Donner les différentes valeurs prises par la variable a lors d'une exécution pas à pas de cet algorithme.

2. Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les cinq premiers termes sont les différentes valeurs prises par la variable a lors de l'exécution de cet algorithme.

Exercice 5090

On considère l'algorithme suivant :

```
Pour i allant de 0 à 5
    a ← i× (i−1)
Fin Pour
```

1. Lors de l'exécution pas à pas de cet algorithme, donner les valeurs prises par la variable a.

2. Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les six premiers termes sont les valeurs affichées par l'algorithme.

10. Autour des suites arithmétiques et géométriques :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 9540

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par :
$u_0=4$; $u_{n+1}=3{\cdot}u_n-4{\cdot}n-4$

Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par :
$v_0=2$; $v_1=3$; $v_{n+2}=v_{n+1}+2{\cdot}v_n-3$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

Exercice 9543

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$u_0=3 \quad ; \quad v_0=-1 \quad ; \quad \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{6{\cdot}u_n+3{\cdot}v_n}{6} \\ v_{n+1} = \dfrac{8{\cdot}u_n-2{\cdot}v_n}{4} \end{cases}$$

1. Déterminer les trois premiers termes de chacune des suites (u_n) et (v_n).

2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par : $w_n=u_n-v_n$

Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.

12. Exercices non-classés :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 8046

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par la relation :
$u_0=1$; $u_{n+1}=3{\cdot}u_n-6{\cdot}n+1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Déterminer les valeurs des quatres premiers termes.

2. Quelle conjecture peut-on émettre sur la nature de la suite et de ses élèments caractéristiques.

Exercice 5119

1. On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0=1$; $u_{n+1}=2{\cdot}u_n+3^n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

   a. Déterminer les cinq premiers termes de (u_n).

   b. Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de (u_n)

2. Montrer que la suite géométrique (v_n) de premier terme 1 et de raison 3 vérifie la relation :
$v_{n+1}=2{\cdot}v_n+3^n$.

Exercice 5173

On considère les deux suites (a_n) et (b_n) définies conjointement par les relations :

$$\begin{cases} a_0 = 0{,}40 \\ b_0 = 0{,}41 \end{cases} \; ; \; \begin{cases} a_{n+1} = 0{,}6a_n+0{,}3b_n \\ b_{n+1} = 0{,}3a_n+0{,}6b_n \end{cases} \text{ pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Donner la valeur exacte des trois premiers termes de chacune des suites (a_n) et (b_n).

2. On définit les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :
$u_n=a_n+b_n$; $v_n=b_n-a_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9. On précisera également le premier terme.

   b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera les élèments caractéristiques.

Exercice 10225

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout $n\in\mathbb{N}$:
$u_0=0$; $u_{n+1}=u_n+2{\cdot}n+2$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie, pour $n\in\mathbb{N}$, par :
$v_n=n{\cdot}(n+1)$

   a. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n).

   b. Développer et réduire l'expression $v_{n+1}-v_n$.

   c. En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

Exercice 10324

On considère la suite (u_n) définie, pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a :
$u_0=-2$; $u_{n+1}=u_n+3{\cdot}n^2+3{\cdot}n-2$

1. Développer, réduire puis factoriser l'expression :
$(n+2)(n-1)^2+3{\cdot}n+3{\cdot}n-2$

2. En déduire que la suite (u_n) admet pour forme explicite :
$u_n=(n+2)(n-1)^2$