# Première Spécialité/Equation cartésienne

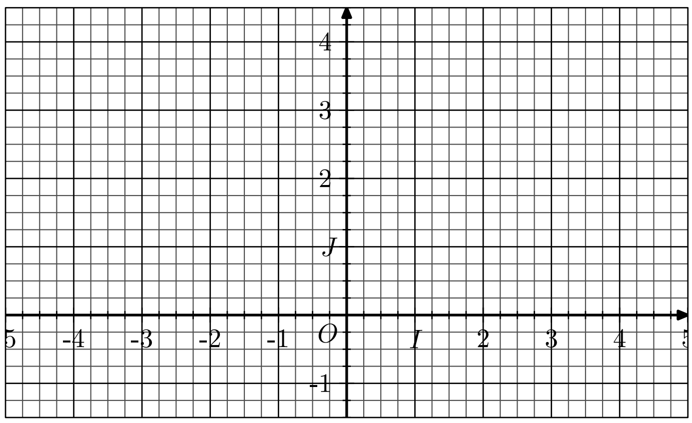
## 1. Vecteurs normaux et équations de droites :

*(+1 exercice pour les enseignants)*

**Exercice 2591**

On considère le plan munit d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.

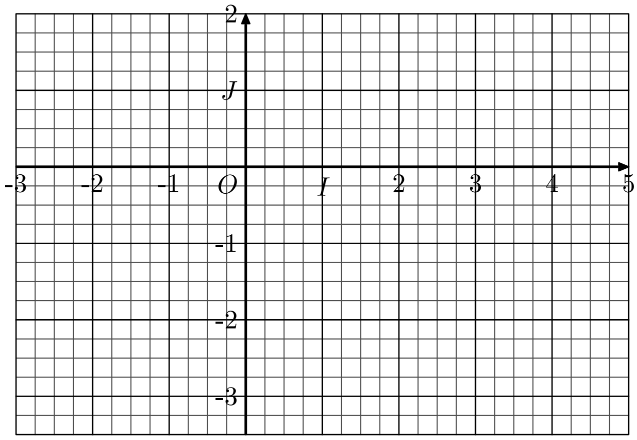
1. Dans chaque cas, déterminer une équation cartésienne passant par le point $A$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{u}$ pour vecteur normal :
   a. $\overrightarrow{u}=(2\,;3)$ et $A(1\,;0)$
   b. $\overrightarrow{u}=(-1\,;1)$ et $A(-2\,;1)$
2. Tracer la représentation de chacune de ces droites dans le repère ci-dessous ainsi qu'un représentant de chaque vecteur $\overrightarrow{u}$ au point $A$ correspondant :




**Exercice 8446**

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les points $A(-2\,;-3)$ et $B(4\,;1)$. On note $(d)$ la médiatrice du segment $[AB]$.

1. Déterminer les coordonnées du point $K$ milieu du segment $[AB]$.
2. Donner les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{v}$ normal à la droite $(d)$.
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite $(d)$.
4. Tracer dans le repère ci-dessous la droite $(d)$.




## 2. Parallélisme et orthogonalité de droites :

**Exercice 8449**

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

1. On considère les deux droites $(d_1)$ et $(d_2)$ admettant pour équation cartésienne :
   $(d_1)$ : $x+2\cdot y-1=0$ ; $(d_2)$ : $4\cdot x+8\cdot y+2=0$
   Justifier que les droites $(d_1)$ et $(d_2)$ sont parallèles.
2. On considère les deux droites $(\Delta_1)$ et $(\Delta_2)$ admettant pour équation cartésienne :
   $(\Delta_1)$ : $4\cdot x+3\cdot y-1=0$ ; $(\Delta_2)$ : $-6\cdot x+8\cdot y+5=0$
   Justifier que les droites $(\Delta_1)$ et $(\Delta_2)$ sont perpendiculaires.

## 3. Intersection de droites :

*(+1 exercice pour les enseignants)*

**Exercice 6484**

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\,I\,;\,J)$, on considère la droite $(d)$ *(resp.* $(d')$*)* passe par le point $A(-2\,;1)$ *(resp.* $B(3\,;2)$*)* et admet le vecteur $\overrightarrow{u}(3\,;-1)$ *(resp.* $\overrightarrow{v}(1\,;1)$*)* pour vecteur normal.

1. Déterminer les équations cartésiennes des droites $(d)$ et $(d')$.
2. a. Justifier que les droites $(d)$ et $(d')$ sont sécantes.
   b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites $(d)$ et $(d')$.

**Exercice 3036**

Dans le plan $(O\,;\,I\,;\,J)$, on considère les points $A$, $B$, $C$, $D$ de coordonnées :

$A(-1;-1)$ ; $B(2;-4)$ ; $C\left(\frac{22}{5};\frac{4}{5}\right)$ ; $D\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$

1. Soit $K$ le milieu du segment $[AB]$. On considère l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points $M(x;y)$ du plan qui vérifie la relation : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{KM}=0$

   a. Montrer que tout point $M(x;y)$ appartenant à l'ensemble $(\mathcal{E})$ a ses coordonnées qui vérifient l'équation : $x-y-3=0$

   b. Comment s'appelle l'ensemble $(\mathcal{E})$ relativement au segment $[AB]$.

2. a. Déterminer les coordonnées d'un vecteur orthogonal à la droite $(CD)$.

   b. En déduire l'équation de la droite $(CD)$.

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites $(d)$ et $(d')$.

## 4. Projeté orthogonal :

*(+2 exercices pour les enseignants)*

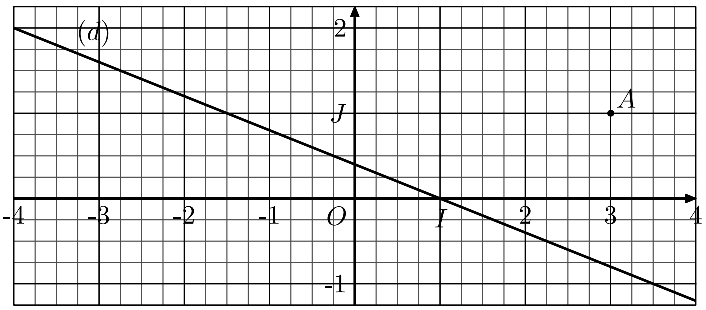
### Exercice 8447

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé, on considère les points $A(-1;1)$, $B(3{,}5;-2)$, $M(4;2)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite $(AB)$.
2. Montrer que le point $H(2;-1)$ est le projeté orthogonal du point $M$ sur la droite $(AB)$.

### Exercice 8553

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé, on considère le point $A(3;1)$ et la droite $(d)$ représentée ci-dessous d'équation cartésienne : $2\cdot x+5\cdot y-2=0$




On note $H$ le projeté orthogonal du point $A$ sur la droite $(d)$.

1. Construire le point $H$ dans le repère.
2. Déterminer les coordonnées du point $H$.

### Exercice 8448

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé, on considère les points $A\left(1;-\frac{1}{5}\right)$, $B(-2;1)$, $M\left(2;-\frac{7}{2}\right)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite $(AB)$.
2. a. Déterminer l'équation réduite de la droite $(d)$ passant par le point $M$ et perpendiculaire à la droite $(AB)$.

   b. Déterminer les coordonnées du point $E$ intersection des droites $(d)$ et $(AB)$.

### Exercice 8451

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on considère les trois points : $A\left(-\frac{2}{3};2\right)$ ; $B\left(\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right)$ ; $C\left(5;\frac{11}{3}\right)$

1. Déterminer les coordonnées du pied $H$ de la hauteur du triangle $ABC$ issue du sommet $C$.
2. Déterminer l'aire du triangle $ABC$.

## 5. Cercle : caractérisation par le centre et le rayon :

*(+2 exercices pour les enseignants)*

### Exercice 2592

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$ dont l'unité est le centimètre.

On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $I$ et de rayon $r$. Pour chaque question, déterminer l'équation du cercle :

a. $I(1;2)$ et $r=3\,cm$ b. $I(-3;1)$ et $r=5\,cm$

### Exercice 8554

On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé et le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(2;1)$ et de rayon 4.

Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

### Exercice 8457

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $K(3;-1)$ et de rayon 5.

1. Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.
2. Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent au cercle $\mathscr{C}$ :

   $M(-1;2)$ ; $N\left(\frac{8}{5};-\frac{29}{5}\right)$ ; $P\left(\frac{9}{5};\frac{2}{5}\right)$

## 6. Cercle : caractérisation par le diamètre :

*(+1 exercice pour les enseignants)*

## Exercice 8455

**Proposition :** Si un triangle $ABC$ est inscrit dans un cercle et qu'un de ses côtés forme un diamètre alors ce triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.

**Conséquence :** Pour un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ et pour tout point $M$ de ce cercle : $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$ dont l'unité est le centimètre.

On considère le cercle $\mathscr{C}'$ dont les points $A$ et $B$ sont diamétralement opposés. Déterminer l'équation du cercle dans chacun des cas suivants :

a. $A(-2;0)$ et $B(4;0)$ b. $A(2;-3)$ et $B(-1;2)$

## Exercice 8555

On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé et le cercle $\mathscr{C}$ dont les points $A(-2;1)$ et $B(3;0)$ sont diamètralement opposés.

Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

## Exercice 8454

On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé. On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $K(2;1)$ et de rayon 3.

1. Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.
2. a. Montrer que le point $A(2;4)$ appartient au cercle $\mathscr{C}$.
   b. Déterminer les coordonnées du point $B$ diamétralement opposé au point $A$ dans le cercle $\mathscr{C}$.
3. a. Soit $M(x;y)$ un point du plan vérifiant la relation : $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$
   Déterminer l'équation cartésienne des points $M$ vérifiant cette relation.
   b. Que peut-on en conclure sur la nature du triangle $ABM$ vérifiant : $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

# 7. Reconnaissance de l'équation d'un cercle :

*(+2 exercices pour les enseignants)*

## Exercice 8452

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on considère l'équation cartésienne :
$(E)$ : $x^2+y^2-4{\cdot}x-3{\cdot}y-31=0$

1. Montrer que les points $A(-3;5)$ et $B\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{13}{2}\right)$ appartiennent à l'ensemble des points dont les coordonnées sont solutions de $(E)$.
2. En déduire la nature de l'ensemble des points du plan vérifiant l'équation cartésienne $(E)$

## Exercice 3083

On considère les trois équations cartésiennes suivantes :

a. $x^2+y^2+6x-4y+9=0$

b. $x^2+y^2-2x+6y+10=0$

c. $x^2+y^2+4x-4y+9=0$

1. Ecrire chacune des équations ci-dessus sous la forme :
   $(x-a)^2+(y-b)^2=c$
   où $a$, $b$, $c$ sont des nombres réels à déterminer.
2. Pour chaque équation, en déduire la nature de l'ensemble des points défini par cette équation et en préciser les éléments caractéristiques

# 9. Etude de la parabole :

## Exercice 6485

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé, on considère l'ensemble des points $M(x;y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation cartésienne :
$(E)$ : $x^2-2{\cdot}x+y+3=0$

1. On considère les deux points $A(0;-3)$ et $B(2;-3)$.
   a. Montrer que les deux points $A$ et $B$ appartiennent à l'ensemble des points du plan vérifiant l'équation cartésienne $(E)$.
   b. Montrer que la droite d'équation $x=1$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
2. Soit $h$ un nombre strictement positif.
   a. Montrer qu'il existe un unique point, qu'on notera $M$ *(resp. $N$)*, de l'ensemble $(E)$ ayant pour abscisse $1+h$ *(resp. $1-h$)*. On donnera les coordonnées de ces deux points en fonction de $h$.
   b. Montrer que la droite d'équation $x=1$ est la médiatrice du segment $[MN]$ pour tout réel $h$ strictement positif.

## Exercice 8557

Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on considère la parabole $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne : $y=2{\cdot}x^2+x+3$

A tout point $M$ de la parabole, différent du sommet de la parabole, on associe le point $M'$ second point d'intersection de la parabole $\mathscr{P}$ avec la droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point $M$.
Détermine les coordonnées du point $M$ afin que $MM'=2$.

## 11. *Approfondissement : intersection cercle, parabole avec une droite :* *(+2 exercices pour les enseig*

**Exercice 2597**

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.

1. a. Soit $(d)$ la droite ayant pour vecteur directeur $(1\,;2)$ et passant par le point $A(0\,;-1)$.
Déterminer l'équation cartésienne de cette droite.

   b. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre $A(1\,;1)$ et de rayon 3.
Déterminer l'équation cartésienne de ce cercle.

2. Dans cette question, on s'intéresse au point d'intersection de $(d)$ et de $\mathscr{C}$.

   a. Justifier que si $M(x\,;y)$ est un point d'intersection de la droite et du cercle alors ses coordonnées vérifient le système d'équation :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2{\cdot}x - 2{\cdot}y - 7 = 0 \\ \qquad\qquad -2{\cdot}x + \quad y + 1 = 0 \end{cases}$$

   b. Par substitution, résoudre ce système d'équation.

**Exercice 2660**

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et l'ensemble des points $\mathcal{E}$ défini par l'équation cartésienne :

$(E)$ : $x^2 + y^2 - 4{\cdot}x + 6{\cdot}y + 3 = 0$

1. a. Ecrire l'équation $(E)$ sous la forme :
$\big(x-a\big)^2 + \big(y-b\big)^2 = c$

   b. Justifier que l'ensemble $\mathcal{E}$ est un cercle $\mathscr{C}$ dont on précisera les caractéristiques.

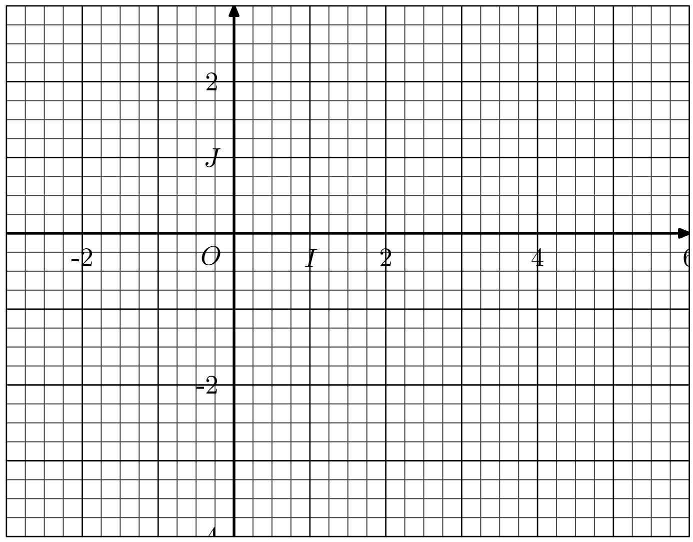
2. a. Montrer que le point $A(3\,;0)$ est un point du cercle $\mathscr{C}$.

   b. Déterminer une équation cartésienne de la tangente $(d)$ au cercle $\mathscr{C}$ passant par le point $A$.

3. Après avoir montré que le point $B(-1\,;-2)$ est un point du cercle, donner une équation cartésienne de la droite $(d')$ tangente au cercle $\mathscr{C}$ au point $B$.

4. Déterminer les coordonnées du point $M$ intersection des droites $(d)$ et $(d')$.

5. Tracer dans le repère ci-dessous le cercle $\mathscr{C}$ *(ou une partie)* et ses deux tangentes.




## 255. *Exercices non-classés :*

**Exercice 3040**

On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ ; les points $A$ et $B$ ont pour coordonnées respectives $(2\,;-3)$ et $(-1\,;1)$ ; on note $I$ le milieu du segment $[AB]$ ; $M$ représente un point quelconque du plan et ses coordonnées sont notées $(x\,;y)$ :

1. On s'intéresse au lieu géométrique $\mathcal{E}$ défini par la relation : $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} = 2$

   a. Déterminer une relation entre $x$ et $y$ caractérisant l'ensemble $\mathcal{E}$.

   b. Vérifier que le point de coordonnée $\big(2\,;\sqrt{6}-1\big)$ appartient à l'ensemble $\mathcal{E}$.

   c. Quel est la nature géométrique de $\mathcal{E}$ ? Donner ses éléments caractéristiques.

2. On s'intéresse au lieu géométrique $\mathcal{F}$ défini par la relation : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{IM} = -7{,}5$

   a. Déterminer une relation sur les coordonnées des points $M$ appartenant à l'ensemble $\mathcal{F}$.

   b. Quel est la nature géométrique de $\mathcal{F}$ ? Donner les éléments caractétristiques de $\mathcal{F}$.