

Quatrième/Autres

1. Les triplets pythagoriciens :

Exercice 1951



Le triplet $(a; b; c)$ de nombres entiers est dit pythagorien si: $a^2 + b^2 = c^2$

Voici, l'étude de plusieurs manières d'obtenir des triplets de Pythagore:

1. La formule de Pythagore:

a. Compléter le tableau ci-dessous:

n	$2n+1$	$2n^2+2n$	$2n^2+2n+1$
1			
2			
5			

b. Montrer, à l'aide de la calculatrice, que pour :

$$n = 1 ; n = 2 ; n = 5$$

Les triplets de nombres entiers :

$$(2n+1; n^2+2n; 2n^2+2n+1)$$

sont des triplets pythagoriciens.

2. La formule de Platon:

a. Compléter le tableau ci-dessous:

n	$2n$	n^2-1	n^2+1
1			
2			
6			

b. Montrer, à l'aide de la calculatrice, que pour :

$$n = 1 ; n = 2 ; n = 6$$

les triplets d'entiers $(2n; n^2-1; n^2+1)$ sont des triplets pythagoriciens.

3. La formule d'Euclide:

a. Compléter le tableau ci-dessous:

m	n	$2mn$	m^2-n^2	m^2+n^2
2	1			
3	2			
5	2			

b. Montrer, à l'aide de la calculatrice, que les trois triplets de nombres entiers $(2mn; m^2-n^2; m^2+n^2)$ sont des triplets pythagoriciens.

Exercice 1345



1. En utilisant la double distributivité, montrer l'égalité suivante:

$$(2n^2 + 2n)(2n^2 + 2n) = 4n^4 + 8n^3 + 4n^2$$

2. Donner la forme développée et réduite de l'expression suivante:

$$(2n + 1)^2$$

(utiliser la double distributivité avec $(2n+1)(2n+1)$)

3. Etablir l'égalité suivante:

$$(2n^2 + 2n + 1)^2 = 4n^4 + 8n^3 + 8n^2 + 4n + 1$$

4. Montrer que le triplet $(2n+1; 2n^2+2n; 2n^2+2n+1)$ est un triplet pythagorien pour tout n entier positif.

2. Les racines carrés :

Exercice 1956



Définition: (provisoire)

Soit a un nombre positif. On appelle racine carré du nombre a le nombre positif tel que son carré vale a .

Commençons par montrer qu'il n'existe qu'un seul nombre faisant commuter le diagramme ci-dessous :

1. Supposons l'existence de deux nombres a et b positif tel

que $a^2 = b^2$

a. Développer et réduire l'expression: $(a+b)(a-b)$.

b. Que peut-on dire des deux nombres x et y vérifiant: $x \times y = 0$

c. En déduire que: $a-b=0$.

Nous venons de montrer l'unicité de la racine carré. La définition précédente se transforme en :

Définition :

Soit a un nombre positif. On appelle racine carré du nombre a l'**unique** nombre positif tel que son carré vale a . On note ce nombre \sqrt{a}

Etude de quelques propriétés algébriques :

2. a. Calculer le carré du nombre $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$.
- b. Comparer $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$ et $\sqrt{15}$
- c. De la même méthode, montrer l'égalité suivante pour tout nombre a et b positif :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$
3. a. Simplifier le calcul suivant : $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$
- b. Compléter la phrase suivante :
 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ est un nombre dont le carré vaut
- c. De même, montrer que pour tous nombres positifs a

et b , avec $b \neq 0$, on a :

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

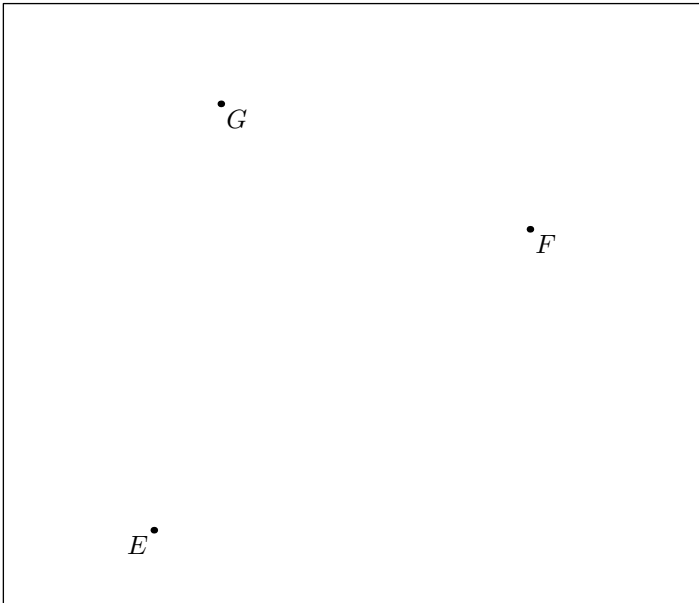
Quelques simplifications de fractions :

4. a. Quel nombre élevé au carré vaut 5^2 ?
- b. En déduire la valeur de $\sqrt{5^2}$.
- c. De la même manière, pour tout nombre réel positif a , déterminer la valeur de $\sqrt{a^2}$
5. a. Etablir l'égalité $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ en élevant chaque membre au carré.
(Etablir l'égalité par utilisation de l'égalité)
- b. Déterminer deux entiers a et b tel que :
 $50 = a^2 \times b$
- c. En utilisant les questions 2. et 4., établir d'une autre manière l'égalité :
 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

3. Le système GPS et la triangulation :**Exercice 1344** 

Les seuls instruments autorisés sont le compas et la règle non-graduée :

1. Dans la figure ci-dessous, placer le point R vérifiant les conditions suivantes :
 $ER = 5 \text{ cm}$; $FR = 4 \text{ cm}$; $GR = 7 \text{ cm}$



2. Est-ce que deux points suffisent pour repérer parfaitement la position d'un troisième point dans le plan? Justifier votre réponse.

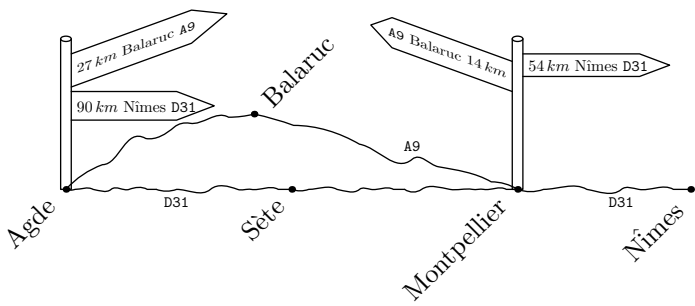
La **triangularisation par relevé des distances** (ou *triangulation*) permet de connaître la position exacte d'un point par connaissance de sa distance par rapport à d'autres points.

Dans le plan, à la surface de la terre, il faut au minimum trois points de repère pour repérer exactement un point.

255. Exercices non-classés :**Exercice 6336** 

Paul souhaite aller d'Agde à Montpellier. Deux choix s'offrent à lui : soit il prend l'autoroute A9, soit il emprunte

la route départementale D31. Voici, schématisées, les informations qu'il récupère sur une carte :



1. Il estime qu'il roule en moyenne à 110 km/h sur l'autoroute et à 75 km/h sur les routes départementales.

Quel trajet doit-il emprunter pour relier le plus rapidement la ville de Montpellier?

2. Sur le même trajet, Adeline part à $9h$ en empruntant la route départementale alors que Juliette part à $9h15$. Qu'elle est la conductrice qui arrivera à Montpellier le plus tôt.