Compiler exercice

Compiler correction

Plus d'option

Quatrième/Autres

1. Les triplets pythagoriciens :

Exercice 1951

Le triplet $(a\,;\,b\,;\,c)$ de nombres entiers est dit pythagoricien si : $a^2+b^2=c^2$

Voici, l'étude de plusieurs manières d'obtenir des triplets de Pythagore :

1. **La formule de Pythagore :**
   a. Compléter le tableau ci-dessous :

n	$2n{+}1$	$2n^2{+}2n$	$2n^2{+}2n{+}1$
1			
2			
5			

   b. Montrer, à l'aide de la calculatrice, que pour :
   $n=1$; $n=2$; $n=5$
   Les triplets de nombres entiers :
   $\big(2n{+}1\,;n^2{+}2n\,;2n^2{+}2n{+}1\big)$
   sont des triplets pythagoriciens.

2. **La formule de Platon :**
   a. Compléter le tableau ci-dessous :

n	$2n$	$n^2{-}1$	$n^2{+}1$
1			
2			
6			

   b. Montrer, à l'aide de la calculatrice, que pour :
   $n=1$; $n=2$; $n=6$
   les triplets d'entiers $\big(2n\,;n^2{-}1\,;n^2{+}1\big)$ sont des triplets pythagoriciens.

3. **La formule d'Eculide :**
   a. Compléter le tableau ci-dessous :

m	n	$2mn$	$m^2{-}n^2$	$m^2{+}n^2$
2	1			
3	2			
5	2			

   b. Montrer, à l'aide de la calculatrice, que les trois triplets de nombres entiers $\big(2mn\,;m^2{-}n^2\,;m^2{+}n^2\big)$ sont des triplets pythagoriciens.

Exercice 1345

1. En utilisant la double distributivité, montrer l'égalité suivante :
   $(2n^2+2n)(2n^2+2n)=4n^4+8n^3+4n^2$
2. Donner la forme développée et réduite de l'expression suivante :
   $(2n+1)^2$
   (utiliser la double distributivité avec $(2n{+}1)(2n{+}1)$*)*
3. Etablir l'égalité suivante :
   $(2n^2+2n+1)^2=4n^4+8n^3+8n^2+4n+1$
4. Montrer que le triplet $\big(2n{+}1\ ;\ 2n^2{+}2n\ ;\ 2n^2{+}2n{+}1\big)$ est un triplet pythagoricien pour tout n entier positif.

2. Les racines carrés :

Exercice 1956

Définition : *(provisoire)*
Soit a un nombre positif. On appelle racine carré du nombre a le nombre positif tel que son carré vale a.

Commençons par montrer qu'il n'existe qu'un seul nombre faisant commuter le diagramme ci-dessous :

1. Supposons l'existence de deux nombres a et b positif tel que $a^2{=}b^2$
   a. Développer et réduire l'expression : $(a{+}b)(a{-}b)$.
   b. Que peut-on dire des deux nombres x et(y vérifiant : $x{\times}y=0$
   c. En déduire que : $a{-}b{=}0$.

Nous venons de montrer l'unicité de la racine carré. La définition précédente se transforme en :

Définition :
*Soit a un nombre positif. On appelle racine carré du nombre a l'***unique** *nombre positif tel que son carré vale a. On note ce nombre $\sqrt{a}$*

Etude de quelques propriétés algébriques :

2. a. Calculer le carré du nombre $\sqrt{5}\times\sqrt{3}$.

   b. Comparer $\sqrt{5}\times\sqrt{3}$ et $\sqrt{15}$

   c. De la même méthode, montrer l'égalité suivante pour tout nombre a et b positif :
   $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

3. a. Simplifier le calcul suivant : $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

   b. Compléter la phrase suivante :
   $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ est un nombre dont le carré vaut ......

   c. De même, montrer que pour tous nombres positifs a et b, avec $b\neq0$, on a :
   $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Quelques simplifications de fractions :

4. a. Quel nombre élevé au carré vaut 5^2 ?

   b. En déduire la valeur de $\sqrt{5^2}$.

   c. De la même manière, pour tout nombre réel positif a, déterminer la valeur de $\sqrt{a^2}$

5. a. Etablir l'égalité $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ en élévant chaque membre au carré.
   (Etablir l'égalité par utilisation de l'égalité)

   b. Déterminer deux entiers a et b tel que :
   $50=a^2\times b$

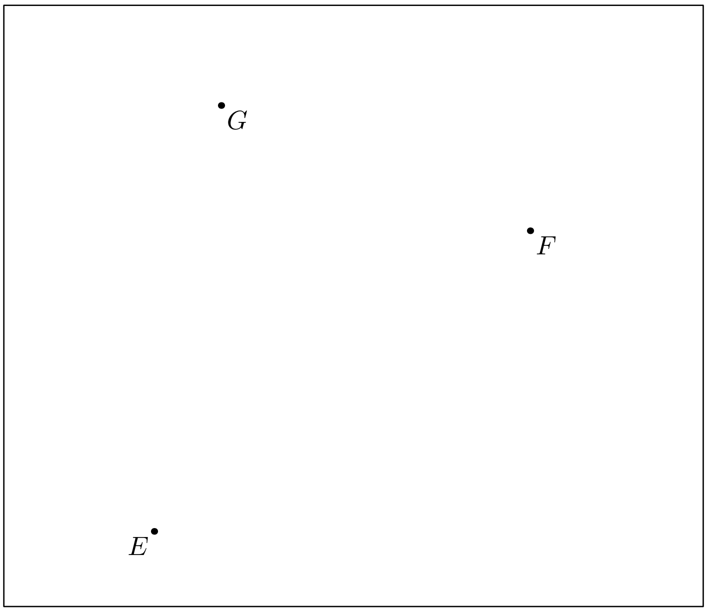
   c. En utilisant les questions 2. et 4., établir d'une autre manière l'égalité :
   $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

3. Le système GPS et la triangulation :

Exercice 1344

Les seuls instruments autorisés sont le compas et la règle non-graduée :

1. Dans la figure ci-dessous, placer le point R vérifiant les conditions suivantes :
   $ER=5\,cm$; $FR=4\,cm$; $GR=7\,cm$



2. Est-ce que deux points suffisent pour repérer parfaitement la position d'un troisième point dans le plan ? Justifier votre réponse.

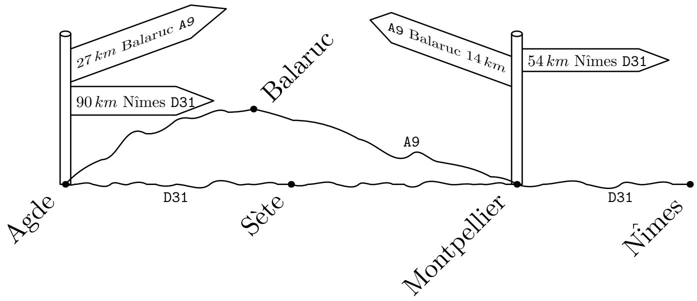
La **triangularisation par relevé des distances** *(ou trilatération)* permet de connaître la position exacte d'un point par connaissance de sa distance par rapport à d'autres points.

Dans le plan, à la surface de la terre, il faut au minimum trois points de repère pour repèrer exactement un point.

255. Exercices non-classés :

Exercice 6336

Paul souhaite aller d'Agde à Montpellier. Deux choix s'offrent à lui : soit il prend l'autoroute `A9`, soit il emprunte la route départementale `D31`. Voici, schématisées, les informations qu'il récupère sur une carte :



1. Il estime qu'il roule en moyenne à $110\,{}^{km}\!/_{h}$ sur l'autoroute et à $75\,{}^{km}\!/_{h}$ sur les routes départementales.

   Quel trajet doit-il emprunter pour relier le plus rapidement la ville de Montpellier?

2. Sur le même trajet, Adeline part à $9h$ en empruntant la route départementale alors que juliette par à $9h15$. Qu'elle est la conductrice qui arrivera à Montpellier le plus tôt.

