Ouvrez ce PDF avec Acrobat Reader

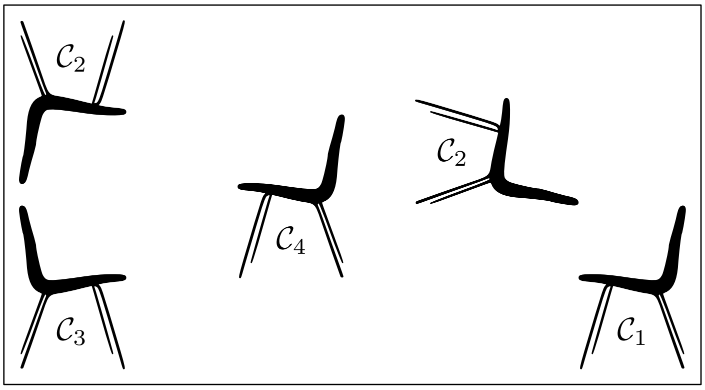
Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Troisième/Homothéties, agrandissement, réduction

1. Introduction aux homothéties :

Exercice 6856

On considère les 5 chaises suivantes :



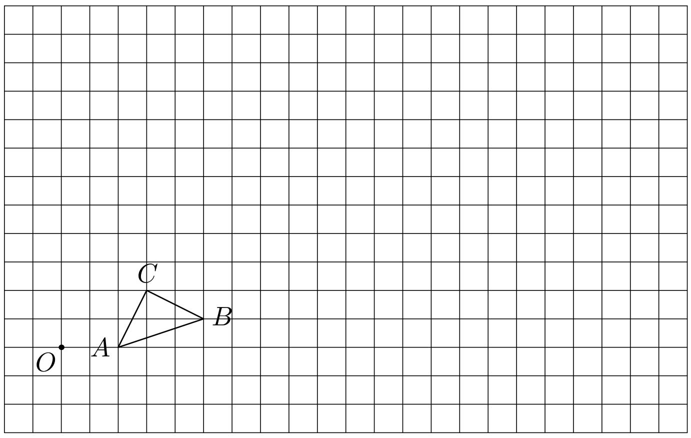
Les chaises $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_2$ sont obtenues à partir de la chaise $\mathcal{C}_1$ à partir d'une transformation.

Préciser la nature et les éléments caractéristiques de chacune de ces transformations.

2. Homothéties sur quadrillage :

Exercice 6858

Dans le quadrillage ci-dessous, sont représentés le triangle ABC et le point O.

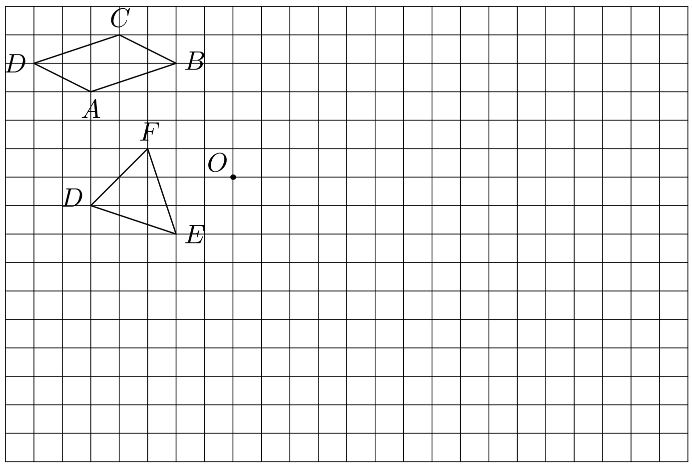


Construire l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 4.

3. Homothétie sur quadrillage - rapport négatif :

Exercice 6864

On considère le quadrilatère $ABCD$, le triangle DEF et le point O représentés ci-dessous :

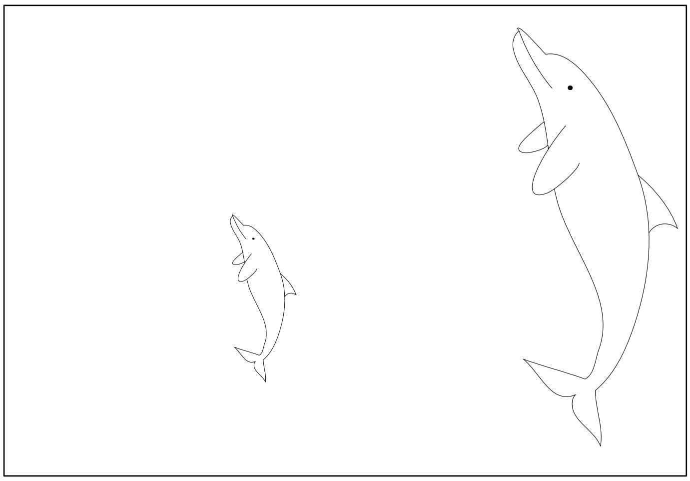


1. Construire le quadrilatère $A'B'C'D'$ image du quadrilatère $ABCD$ par l'homothétie de centre O et de rapport -2.
2. Construire le triangle $E'F'G'$ image du triangle EFG par l'homothétie de centre O et de rapport -3.

4. Homothéties sur papier blanc :

Exercice 6857

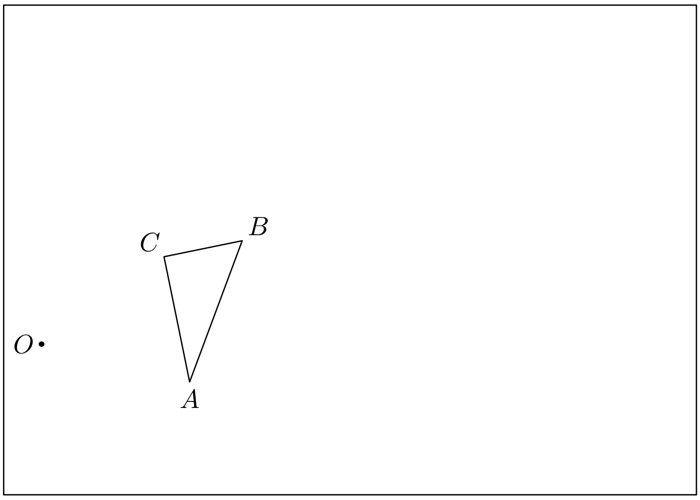
Le plus grand des dauphins a été obtenu par homothétie de l'autre dauphin :



Déterminer le centre et le rapport de l'homothétie.

Exercice 6861

On considère le triangle ABC et le point O représentés ci-dessous :

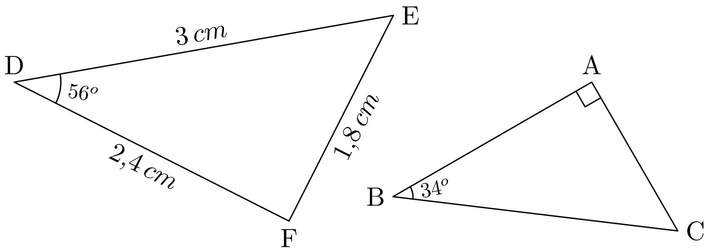


1. Tracer le triangle $A'B'C'$ image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 3
2. Recopier et compléter les phrases suivantes :
   a. Le segment $[A'B']$ est ...... plus grand que le segment $[AB]$.
   b. Les droites (AB) et $(A'B')$ sont ......
   c. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{B'A'C'}$ sont ......

5. Triangles semblables : identification :

Exercice 8013

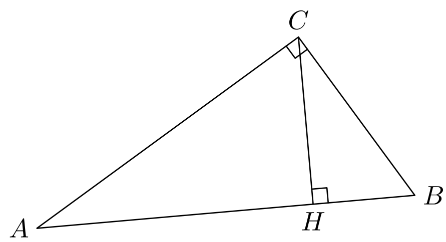
On considère les deux triangles ABC et DEF :



Montrer que les deux triangles ABC et DEF sont semblables.

Exercice 8016

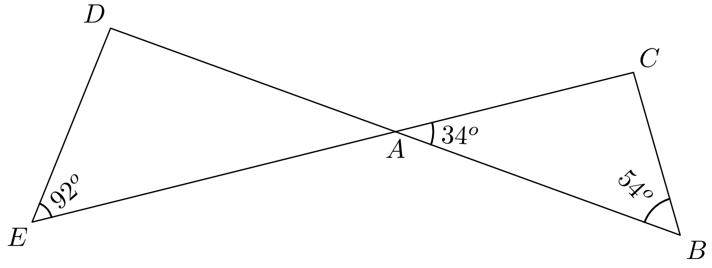
On considère un triangle ABC rectangle en C. On note H le pied de la hauteur issue du sommet C.



Montrer que les triangles ABC et BHC sont deux triangles semblables.

Exercice 8018

On considère les deux segments $[CE]$ et $[BD]$ qui s'interceptent en A.

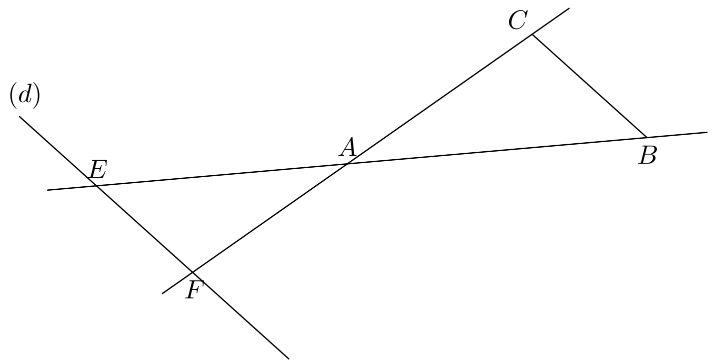


Justifier que les triangles ADE et ABC sont des triangles semblables.

6. Triangles semblables : parallèle :

Exercice 8014

Dans le plan, on considère trois points A, B et C distincts. Les droites (AB) et (AC) sont interceptées par une droite (d), parallèle à (BC), respectivement aux points E et F.

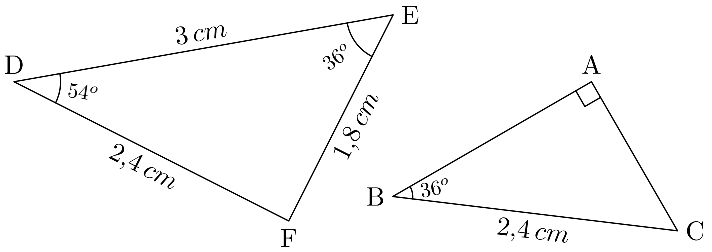


Justifier que les triangles ABC et AEF sont des triangles semblables.

7. Triangles semblables : déterminer une longueur :

Exercice 8015

On considère les deux triangles ABC et DEF :



1. Montrer que les deux triangles ABC et DEF sont semblables.
2. Déterminer la longueur du segment $[AB]$.

8. Introduction à l'agrandissement et réduction :

Exercice 980

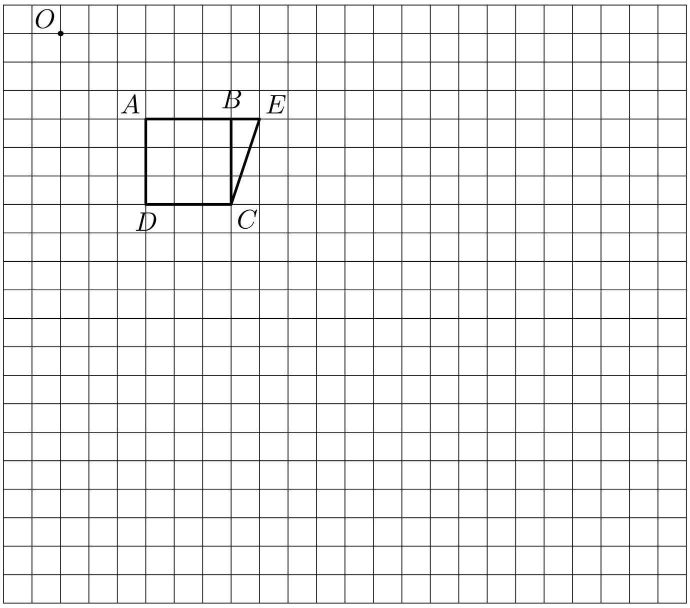
Recopier le tableau ci-dessous sur votre feuille et le compléter à l'aide des touches racines carré $\boxed{\sqrt{x}}$ et racines n^ième^ $\boxed{\sqrt[x]{y}}$

a	a²	a³
5		
	16	
		729

9. Agrandissement et réduction d'aires :

Exercice 6866

Ci-dessous, on considère le point O et le polygone $AECD$ formé du carré $ABCD$ et du triangle rectangle BEC en B.



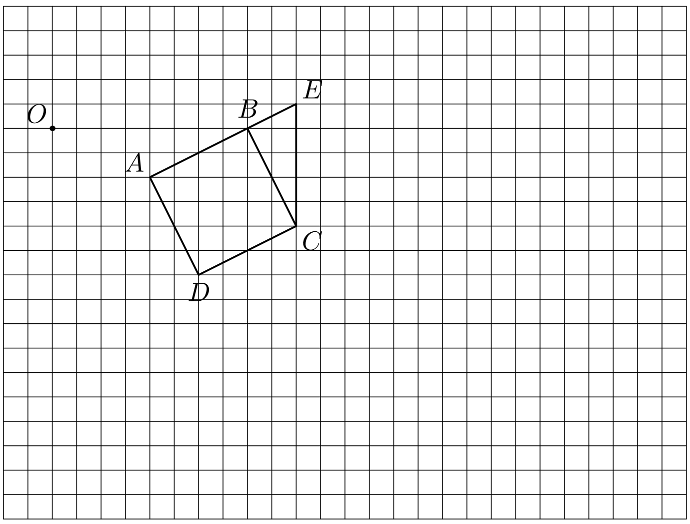
1. Tracer l'image $A'E'C'D'$ du polygone $AECD$ par l'homothétie de centre O et de rapport 3.

2. a. Déterminer l'aire des polygones $AECD$ et $A'E'C'D'$.

   b. Quel est le facteur d'agrandissement de l'aire?

Exercice 6865

Ci-dessous, on considère le point O et le polygone $AECD$ formé du carré $ABCD$ et du triangle rectangle BEC en B.



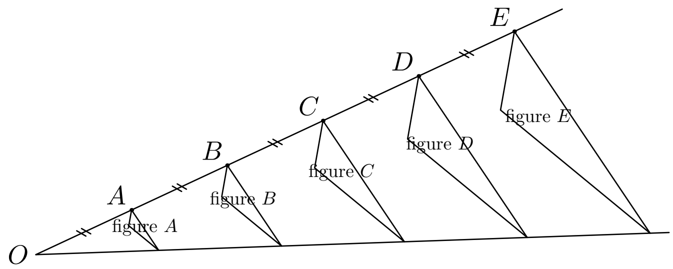
1. Tracer l'image $A'E'C'D'$ du polygone $AECD$ par l'homothétie de centre O et de rapport 2,5.

2. a. Déterminer l'aire des polygones $AECD$ et $A'E'C'D'$.

   b. Quel est le facteur d'agrandissement de l'aire?

Exercice 7926

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



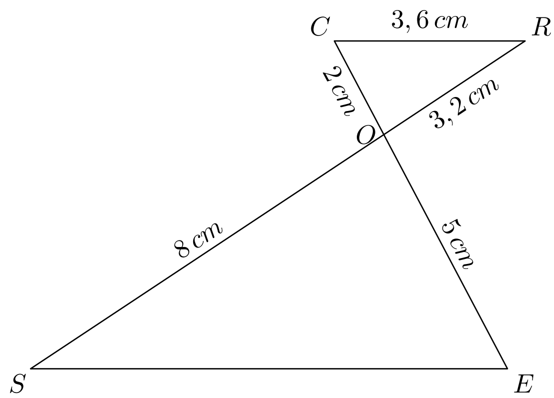
1. Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A? Aucune justification n'est attendue.

2. On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on?
Aucune justification n'est attendue.

3. Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A.

Exercice 4209

Soit la figure ci-dessous *(les unités ne sont pas respectées)*



1. Montrer que les droites (CR) et (SE) sont parallèles.

2. Calculer la longueur SE.

3. On sait que le triangle CRO est une réduction du triangle OSE. Donner le coefficient de réduction.

4. Sachant que l'aire du triangle OSE vaut $6\sqrt{11}\,cm^2$, montrer que celle CRO vaut $0{,}96\sqrt{11}\,cm^2$

10. Agrandissement et réduction de volumes :

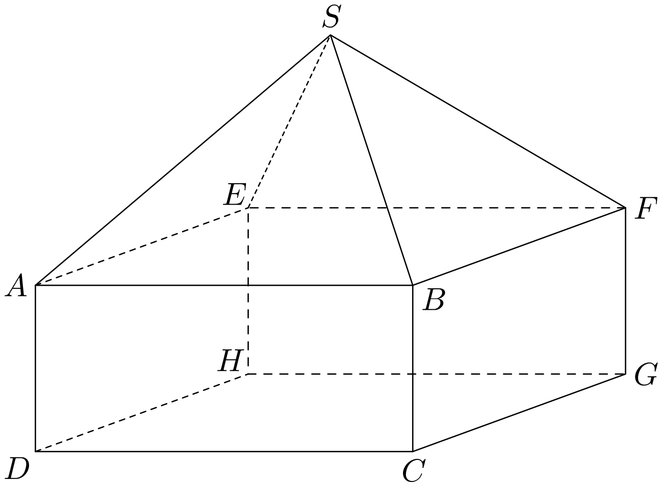
Exercice 982

La maquette de maison représentée ci-contre est composée :

- d'un pavé droit de dimensions :
  $AB = 30cm$; $AE = 20cm$; $AD = 5cm$
- surmonté d'une pyramide de hauteur $6\,cm$.

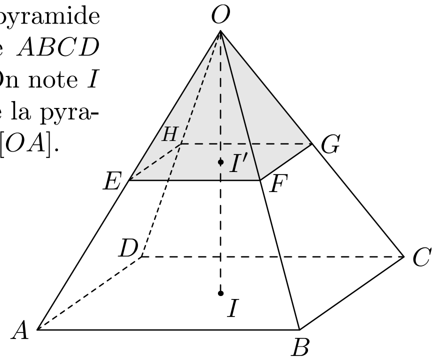
1. Calculer le volume $\mathcal{V}_1$ de cette maquette.

2. Sachant que cette maquette est une réduction de coefficient $^1/_{50}$ de la maison réelle, déduire de la premìere question le volume $\mathcal{V}_2$ en m^3 de la maison.



Exercice 5461

On considère une pyramide $ABCDO$ à base carrée $ABCD$ représentée ci-contre. On note I le pied de la hauteur de la pyramide et E le milieu de $[OA]$.



On a les dimensions : $AB=3\,cm$; $IO=4\,cm$

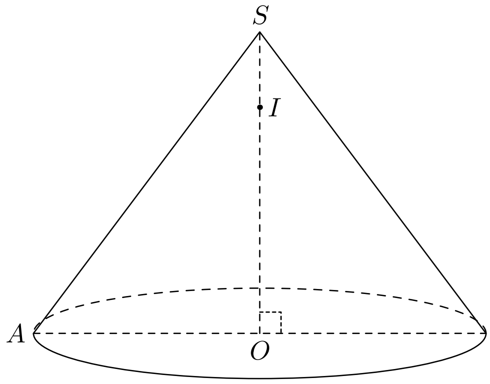
Le plan parallèle à la base passant par le point E intercepte. la pyramide en formant le quadrilatère $EFGH$.

1. a. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$.
   b. Justifier que le point F est le milieu du segment $[OB]$.
   c. Que peut-on dire de la pyramide $EFGHO$ vis-à-vis de la pyramide $ABCDO$.
2. a. Déterminer la mesure du segment $[EF]$.
   b. Donner l'aire $\mathcal{A}$ de la base $ABCD$ et l'aire $\mathcal{A}'$ de la vase $EFGH$.
   c. Donner la valeur du rapport $\dfrac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}$ des aires.
3. La formule d'une pyramide est donnée par la formule :
   $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{A}_B \times h$
   On admet que : $OI'=2\,cm$
   a. Donner le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide $ABCDO$ et le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide $EFGHO$.
   b. Donner la valeur du rapport $\dfrac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}}$ des volumes.

Exercice 983

On considère le cône ci-contre de sommet S et dont la base est le disque de rayon $[OA]$.

Ce cône a pour hauteur $SO=8cm$ et pour génératrice $SA=10\,cm$. I est un point du segment $[SO]$ tel que $SI=2\,cm$.



1. Montrer que : $OA=6\,cm$.
2. Montrer que la valeur exacte du volume $\mathcal{V}$ du cône est égale à $96\pi\,cm^3$. Donner la valeur arrondie au mm^3 près.
3. Déterminer, au degrés près, la mesure de l'angle $\widehat{ASO}$.
4. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et passant par le point I. La section obtenue est un disque de centre I, réduction du disque de base.
   a. Déterminer le rapport k de cette réduction.
   b. Soit $\mathcal{V}'$ le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre I. Exprimer $\mathcal{V}'$ en fonction de $\mathcal{V}$, puis donner la valeur arrondie de $\mathcal{V}'$ au mm^3 près.

Exercice 4204

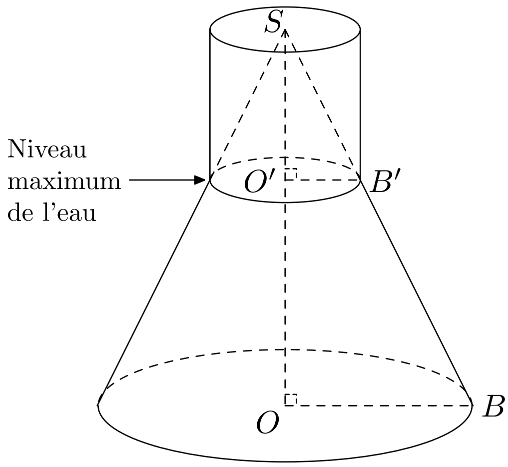
En travaux pratiques de chimie, les élèves utilisent des récipients, appelés erlenmeyers, comme celui schématisé ci-dessous :

Le récipient est rempli d'eau jusqu'au niveau maximum indiqué sur le schéma par une flèche.

On note :

- C_1 le grand cône de sommet S et de base le disque de centre O et de rayon OB ;
- C_2 le petit cône de sommet S et de base le disque de centre O' et de rayon $O'B'$.

On donne : $SO=12\,cm$; $OB=4\,cm$



1. Le volume $\mathcal{V}$ d'un cône de révolution de rayon R et de hauteur h est donné par la formule : $\mathcal{V}=\dfrac{1}{3}\times\pi\times R^2\times h$
   Calculer la valeur exacte du volume du cône C_1.
2. Le cône C_2 est une réduction du cône C_1. On donne $SO'=3\,cm$.
   a. Quel est le coefficient de cette réduction?

b. Prouver que la valeur exacte du volume du cône C_2 est égale à $\pi\,cm^3$.

3. a. En déduire que la valeur exacte du volume d'eau contenue dans le récipient, en cm^3, est 63π.

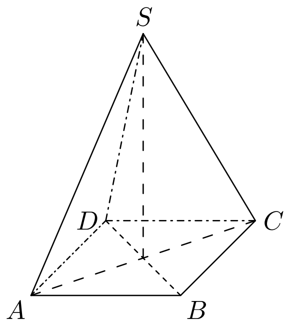
b. Donner la valeur approchée de ce volume d'eau arrondie au cm^3 près.

4. Ce volume d'eau est-il supérieur à 0,2 litres? Expliquer pourquoi.

Exercice 6299

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a :

- pour base un carré $ABCD$ de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment $[SO]$ de longueur 22 mètres.



Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\dfrac{1}{500}$ de la vraie pyramide.

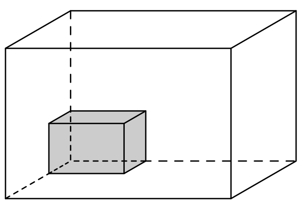
Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle $4\,cm^3$ d'huile par heure.
Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir? Arrondir à l'unité d'heures.

Rappel : *Volume d'une pyramide = un tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur.*

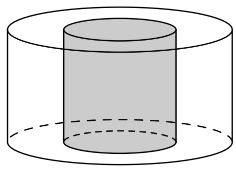
Faire apparaitre sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Exercice 4210

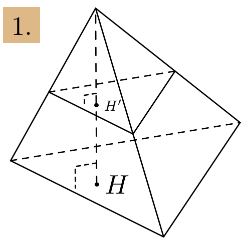
Répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

1. 
Le volume du parallélépipède a été multiplié par 27. De combien ont été agrandies ses dimensions? Et son aire latérale?

2. 
Dans cette poele, on peut préparer une paella pour trois personnes. En prenant une poele de dimensions quatre fois plus grandes, combien de personnes peut-on inviter?

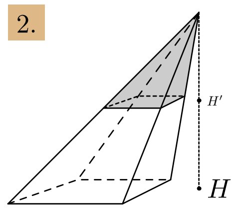
3. 
Le rayon du grand cylindre a été réduit par deux. De combien son volume a été réduit? De combien a été réduite son aire latérale?

Exercice 984

1. 

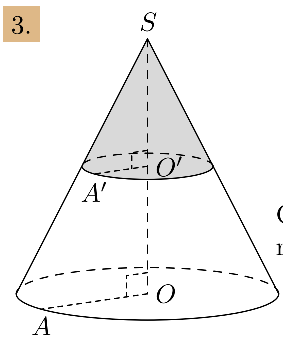
- La hauteur de la grande pyramide mesure $32\,cm$.
- La hauteur de la petite pyramide mesure $8\,cm$.
- Le volume de la petite pyramide est de $13\,cm^3$.

Calculer le volume de la grande pyramide.

2. 

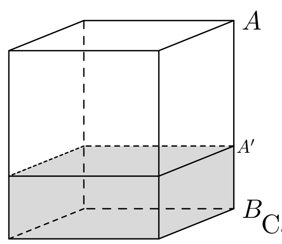
- Le volume de la grande pyramide est de $576\,km^3$.
- Le volume de la petite pyramide est de $9\,km^3$.

Montrer que l'égalité : $\dfrac{SH'}{SH} = \dfrac{1}{4}$

3. 

- L'aire de la petite base est de $27\,m^2$.
- L'aire de la grande base $108\,m^2$.
- La hauteur du grand cône de révolution est de $1\,m$.

Calculer la hauteur du petit cône de révolution.

4. 

- Le volume du petite parallépipède est de $14\,dm^3$.
- Le rapport $\dfrac{BA'}{BA}$ des hauteurs des deux parallépipède est de $^1\!/_3$.

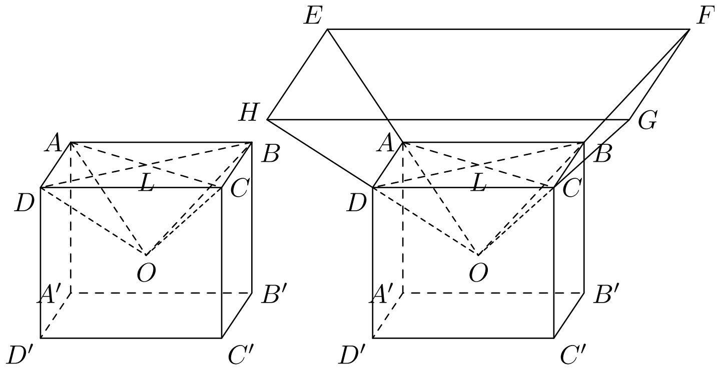
Calculer le volume du grand parallépipède.

11. Problèmes de brevet :

Exercice 988

L'unité de longueur est le centimètre, l'unité d'aire est le centimètre carré, l'unité de volume est le centimètre cube.
On considère le pavé droit $ABCDA'B'C'D'$.
On note L le point d'intersection des segments $[AC]$ et $[BD]$.
On a creusé ce pavé en enlevant la pyramide $OABCD$ de hauteur $[OL]$. On a : $DD'=5$; $DC=6$; $DA=7$

Partie A



Dans cette partie, on a : $OL = 4$.

1. Construire en vraie grandeur, la face $ABCD$ et placer le point L.

2. a. Calculer BD *(on donnera une valeur arrondie au dixième.)*

   b. En déduire DL *(on donnera une valeur arrondie au dixième)*

3. a. Calculer le volume du pavé droit $ABCDA'B'C'D'$.

   b. Calculer le volume de la pyramide $OABCD$.

   c. En déduire le volume du pavé creusé.

Partie B

Dans cette partie, on pose $OL = x$ où x est un nombre compris entre 0 et 5. Le pavé creusé que l'on botient est le socle en bois d'un trophée. Sur ce socle, on pose une pyramide en verre $OEFGH$ qui est un agrandissement de la pyramide $OABCD$, de rapport 2.

1. a. Calculer le volume de la pyramide $OABCD$ en fonction de x.

   b. Montrer que le volume du socle en bois est : $210 - 14x$.

2. Montrer que le volume de la pyramide en verre $OEFGH$ est $112x$

3. Calculer la valeur de x pour laquelle le volume de verre est égal à 2 fois le volume de bois.

Partie C

On considère les fonctions f et g définies par :

$f : x \mapsto 210 - 14x$ et $g : x \mapsto 112x$

Lorsque x est compris entre 0 et 5, la fonction f représente les variations du volume de bois et la fonction g représente les variations du volume de verre.

1. Représenter graphiquement les fonctions f et g pour x compris entre 0 et 5.

   Pour le repère, on prendra :
   - l'origine en bas à gauche de la feuille ;
   - sur l'axe des abscisses 2cm pour 1 unité ;
   - sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 25 unités.
   - l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires

2. a. On veut que le volume de bois et le volume de verre soient égaux.

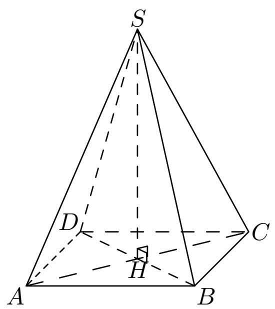
   En utilisant le graphique, donner une valeur approchée de x pour qu'il en soit ainsi. *(faire apparaître le tracé ayant permis de répondre).*

   b. Retrouver ce résultat par un calcul.

Exercice 5920

Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré $ABCD$ telle que son volume V est égal à 108 cm^3.
Sa hauteur mesure 9 cm.
Le volume d'une pyramide est donnée par la relation :

$$\text{Volume d'une pyramide} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

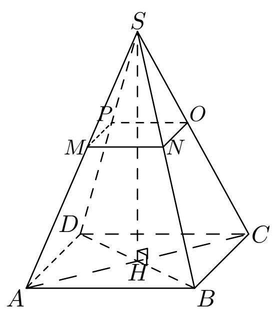


1. Vérifier que l'aire de $ABCD$ est bien 36 cm^3. En déduire la valeur de AB.

   Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal $12+6\sqrt{2}\,cm$.

2. $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$.

   On obtient alors la pyramide $SMNOP$ telle que l'aire du carré $MNOP$ soit égale à 4 cm^2



   a. Calculer le volume de la pyramide $SMNOP$.

   b. *Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Elise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.
   Etes-vous d'accord avec elle?

255. Partage :

Exercice 9037

1. On considère un triangle dont l'aire est de 36 cm^2. Quelle est l'aire de ce triangle après une réduction de rapport 0,4 ?

2. On considère un disque dont l'aire est de 36 cm^2. Quelle est sa nouvelle aire après une agrandissement de rapport 7 ?

3. On considère un cylindre dont le volume est de 1453 cm^3. Quelle est son nouveau volume après une réduction de rapport $\frac{3}{7}$?

4. Lors d'une réduction, la hauteur d'un triangle est passée de 15 cm à 7cm. Quel est le rapport de réduction ?

5. Lors d'un agrandissement l'aire d'un triangle est passée de 7 cm^2 à 28 cm^2. Quel est le rapport d'agrandissement ?

6. Lors d'une réduction l'aire d'un disque est passée de 35

cm^2 à 7 cm^2. Quel est le rapport de réduction ?

Exercice 9039

1. **On considère une réduction de rapport 0,23.**
   a. Que devient une longueur de 7 cm après cette réduction ?
   b. Que devient une aire de 21 cm^2 après cette réduction ?
   c. Que devient un volume de 14 cm^3 après cette réduction ?

2. **On considère un agrandissement de rapport 2,2.**
   a. Après cet agrandissement, une longueur est de 8 cm. Quelle était cette longueur avant cet agrandissement ?
   b. Après cet agrandissement, l'aire d'un rectangle est de 36 cm^2. Quelle était son aire avant cet agrandissement ?
   c. Après cet agrandissement, le volume d'un cylindre est de 215 cm^3. Quel était son volume avant cet agrandissement ?

