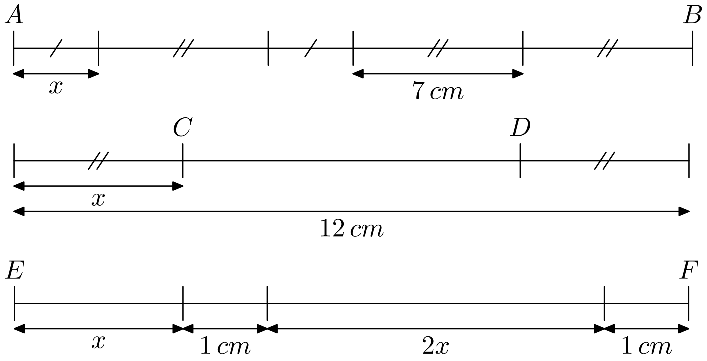
Troisième/Expressions littérales

1. Rappels :

Exercice 3587



1. Déterminer, pour chacun des segments ci-dessus, une expression de leurs longueurs en fonction de x.
2. Donner la longueur de chacun de ces segments lorsque $x=5$.

Exercice 3588

On considère le programme de calcul suivant :

> Programme de calcul :
> - Choisir un nombre de départ.
> - Ajouter 1.
> - Calculer le carré du résultat obtenu.
> - Lui soustraire le carré du nombre de départ.
> - Ecrire le résultat final.

1. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final.
2. Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on?
3. Le nombre de départ étant x, exprimer le résultat final en fonction de x.

Exercice 3603

Pour chacun des deux cas ci-dessous retrouver l'**expression littérale** qui a été rentrée dans la calculatrice afin d'obtenir le tableau suivant :

1.

Valeur de x	Résultat affiché
1	7
2	12
3	17
4	22

2.

Valeur de x	Résultat affiché
1	20
2	13
3	6
4	-1

Exercice 688

Déterminer l'expression réduite de chacune des expressions suivantes :

$$A=\frac{x+3}{4}-\frac{3x-2}{4} \quad ; \quad B=\frac{2x+5}{3}+\frac{x-2}{2}$$

Exercice 2228

Donner chacune des expressions ci-dessous sous leur forme la plus simple :

a. $\dfrac{3x-2}{5}-\dfrac{-7-2x}{5}$ b. $\dfrac{2x-1}{3}+\dfrac{x+1}{4}$

2. Rappels : simple distributivité :

Exercice 3604

Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a. $2(x-2)+3(x+2)$ b. $4(1-x)+(3x+1)$

c. $3(2x-5)-2(x-1)$ d. $3(3x-2)-(2-x)$

e. $-4(x-2)+3(2x+1)$ f. $3(2x-2)-3(2-3x)$

3. Rappels : double distributivité :

Exercice 3605

Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a. $(x+1)(2x+1)$ b. $(3x+1)(2x+2)$

c. $(2x+1)(5-2x)$ d. $(3x-2)(1-x)$

e. $-(x+1)(2x-3)$ f. $2(1-x)(2-x)$

Exercice 3606

Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a. $3(x-1)+(x+1)(2x+1)$

b. $(x+2)(x+1)+(x+3)(2x-1)$

c. $5(x-1)(x+4)-3(x+2)$

d. $-(2x-3)+x(x-1)$

e. $(2-x)(1+x)-3(5-2x)$

f. $3x(x-1)-(x-2)(2x-4)$

Exercice 3607

Recopier et compléter correctement les égalités suivantes :

a. $(3x+2)(\ldots x+1) = 15x^2+\ldots x+\ldots$

b. $(x+1)(x-\ldots) = \ldots x^2-x-\ldots$

d. $(2x+\ldots)(1+\ldots x) = -4x^2+4x+\ldots$

e. $(3x+1)(\ldots x+\ldots)^2 = 9x^2+\ldots x+1$

4. Factorisation :

Exercice 686

Nous allons factoriser les expressions suivantes :

a. $(2x-1)(3x+1)+(2x-1)(5-2x)$

b. $(x-3)(2x+2)+(x-3)x$

c. $2(x-1)-(x-1)(3x+3)$

d. $(4x+3)(2-3x)-(2-3x)(x-1)$

e. $(x+1)^2+(x+1)(2x-3)$

f. $(3x-4)(3-2x)-(3-2x)$

1. Chacune des expressions ci-dessus est une somme ou une différence où chacune de ses termes est un produit. Dans chaque expression, les deux produits possèdent un facteur commun qu'on notera k ; les deux autres facteurs seront notés a et b.

   Compléter le tableau ci-dessous :

	k	a	b
a.			
b.			
c.			
d.			
e.			
f.			

2. Utiliser une des deux expressions suivantes pour proposer la forme factorisée de chacune des expressions proposées :

$$k\cdot a+k\cdot b = k\times(a+b) \quad ; \quad k\cdot a-k\cdot b = k\times(a-b)$$

Exercice 685

Factoriser les expressions algébriques suivantes en utilisant la distributivité :

a. $3x+5x$

b. $(2x+1)\times2+(2x+1)\times3$

c. $(2x+1)\times2+(2x+1)\times x$

d. $(1-3x)(2+x)+(1-3x)(5-2x)$

e. $(2+3x)(x-1)-(x+1)(3x+2)$

f. $(x+1)^2+(x+1)(5x-4)$

Exercice 5205

Factoriser les expressions ci-dessous *(on sera emmené à faire apparaitre un facteur commun aux termes de la somme)* :

a. $3x+9$ b. $14x-12$ c. $-2x-2$

d. $5x^2+7x$ e. $14-21x$ f. $7x+7x^2$

5. Développement d'identités remarquables :

Exercice 701

Développer les expressions suivantes :

a. $(x+1)(x+1)$ b. $(2x+3)(2x+3)$

c. $(x+6)(x+6)$ d. $(5x+1)(5x+1)$

e. $(3x+3)(3x+3)$ e. $(a+b)^2$

Exercice 694

Développer les expressions suivantes :

a. $(x-2)(x-2)$ b. $(x-3)(x-3)$

c. $(3x-1)(3x-1)$ d. $(5x-1)(5x-1)$

e. $(3x-2)(3x-2)$ f. $(a-b)^2$

Exercice 2219

Développer les expressions suivantes :

a. $(x+2)(x-2)$ b. $(x+1)(x-1)$

c. $(2x-3)(2x+3)$ d. $(3-4x)(3+4x)$

e. $(2x+2)(2x-2)$ f. $(a+b)(a-b)$

Exercice 698

Développer et simplifier les expressions suivantes :

a. $(4x+3)^2$ b. $(4x-2)^2-2(x+2)$

c. $(3x-2)(3x+2)$

d. $(2x+1)(2x-1)+4\times\big[2+3(x+1)\big]$

Exercice 3698

Donner la forme développée et réduire des expressions suivantes :

a. $(3x+2)^2$ b. $(2-5x)^2$

c. $(3x+1)(3x-1)$ d. $(5x+1)(3-x)-3(1-x)$

Exercice 3696

1. Développer : $(x-1)^2$.
Justifier que $99^2=9\,801$ en utilisant le développement précédent.

2. Développer : $(x-1)(x+1)$.
Justifier que $99\times101=9\,999$ en utilisant le développement précédent.

Exercice 5240

On considère les programmes de calcul suivants :

Programme A
- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carré de la somme onbtenue
- Soustraire au résultat le carré du nombre départ

Programme B
- Choisir un nombre
- Ajouter 1 au double de ce nombre

1. On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes?

2. Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

Exercice 5658

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Elever cette somme au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ
- Soustraire au résultat 4.

1. a. Montrer que, si le nombre choisi est 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.
   b. Montrer que, si le nombre choisi est 5, le programme de calcul renvoie le nombre 20.

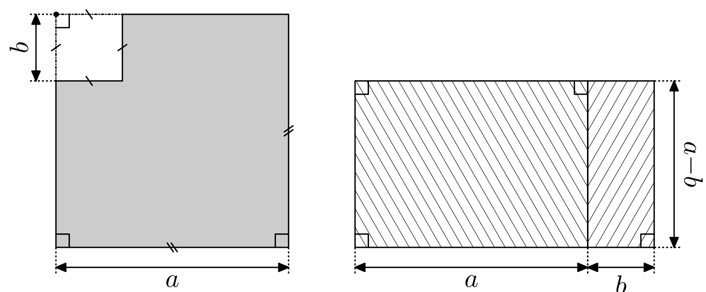
2. Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2?

3. a. En notant x le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul?
   b. Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à $4\times x$.

6. Factorisation et identité remarquable :

Exercice 7998

On considère les deux figures ci-dessous. L'une est grisée et l'autre est composée de deux figures hachurées :



Montrer que ces deux figures ont même aires

Exercice 7997

Factoriser les expressions suivantes :

a. $(x+4)^2-2^2$ b. $(x+1)^2-3^2$

c. $(x-2)^2-2^2$ d. $4^2-(x+1)^2$

7. Développer, factoriser et évaluer :

Exercice 693

1. Développer et simplifier les expressions suivantes :

   a. $(3x+2)^2$ b. $(5-x)(5+x)+(x-1)^2$

2. Factoriser les expressions suivantes :

   a. $9x^2-25$ b. $(x+1)(5-2x)-(x+1)^2$

3. Evaluer l'expression pour $x=1$ et $x=\frac{2}{3}$.

Exercice 682

1. Réduire l'expressions A : $A=2\times\frac{3x+1}{4}-\frac{1-x}{2}$
2. Factoriser les expressions suivantes, aucune explications n'est demandée :

$B=(x+2)^2-(1-2x)^2$; $C=4-16x^2+(4x+2)(5x-4)$

Exercice 3695

On considère l'expression : $A=\frac{1}{4}\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]$

1. Calculer A pour $a=1$ et $b=5$.
2. Calculer A pour $a=-2$ et $b=-3$.
3. Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b. A-t-il raison? Justifier.

Exercice 3697

On considère l'expression :
$D=(2x+3)^2+(x-5)(2x+3)$

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.

Exercice 699

1. Développer l'expression : $A=(2x-1)^2$.
2. Donner la forme factorisée de : $B=4x^2-4x+1$
3. Donner la valeur de B pour $x=0$ et pour $x=\frac{1}{2}$

Exercice 3759

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples *(QCM)*. Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Chaque réponse donne un point, une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

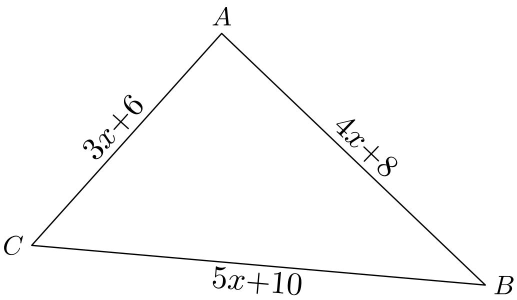
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

		Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1.	$6-4(x-2)$ est égale à	$2x-4$	$14-4x$	$-2-4x$
2.	Quelle est l'expression factorisée de : $4x^2-12x+9$	$(2x+3)(2x-3)$	$(2x+3)^2$	$(2x-3)^2$
3.	Pour $x=-2$, l'expression $5x^2+2x-3$ est égale à	13	-27	17

8. Problèmes :

Exercice 680

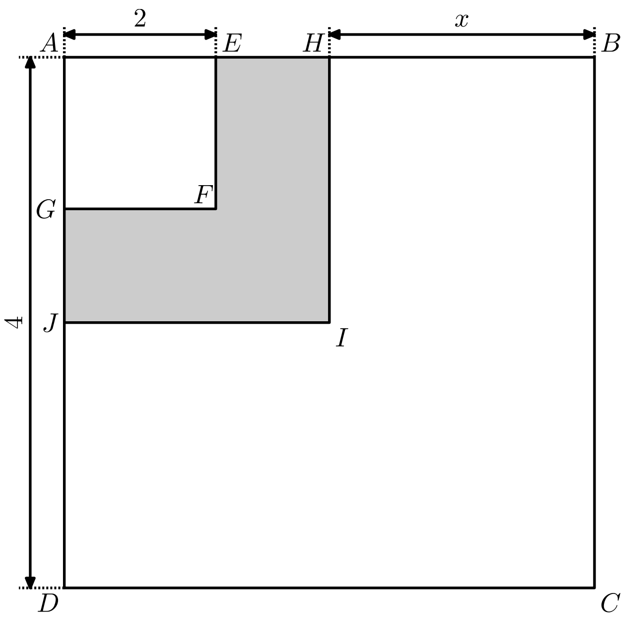
Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A quelle que soit la valeur de "x" :



Exercice 826

1. Dans la figure ci-dessous $AEFG$, $AHIJ$ et $ABCD$ sont des carrés.
   Calculer AH en fonction de x ; en déduire l'aire de $AHIJ$ puis préciser, dans la liste ci-dessous, la *(ou les)* expresssions*(s)* algébriques qui correspondent à l'aire hachurée :

   $M=(4-x)^2-2^2$; $N=(4-x-2)^2$; $P=4^2-x^2-2^2$



2. Développer et réduire l'expression : $Q=(4-x)^2-4$.

3. Factoriser Q.

4. Calculer Q pour $x=2$. Que traduit ce résultat pour la figure?

Exercice 6303

Léa pense qu'en multipliant deux entiers impairs consécutifs *(c'est-à-dire qui se suivent)* et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4

1. **Etude d'un exemple :** 5 et 7 sont deux entiers impairs consécutifs.
   a. Calculer : $5\times 7+1$.
   b. Léa a-t-elle raison pour cet exemple?

2. Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Entier impair	Entier impair suivant	Produit de ces entiers impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x+1$	$2x+3$	$(2x+1)(2x+3)$	$(2x+1)(2x+3)+1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

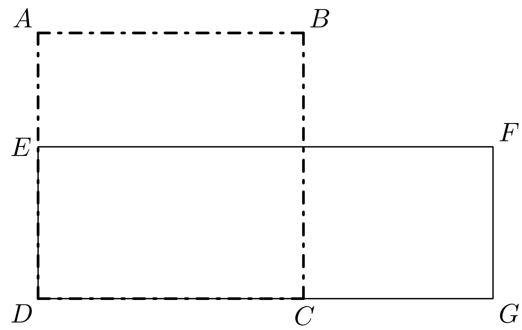
   a. D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier entier impair 17?
   b. Montrer que cet entier est un multiple de 4.
   c. Parmi les quatre formules de calcul tableur suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule `D3`. Lesquelles? Aucune justification n'est attendue.
      - Formule 1 : `=(2*A3+1)*(2*A3+3)`
      - Formule 2 : `=(2*B3+1)*(2*C3+3)`
      - Formule 3 : `=B3*C3`
      - Formule 4 : `=(2*D3+1)*(2*D3+3)`

3. **Etude algébrique :**
   a. Développer et réduire l'expression :
      $(2x+1)(2x+3)+1$
   b. Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Exercice 5917

Le dessin-ci-dessous représente un figure composée :
- d'un carré $ABCD$ et d'un rectangle $DEFG$.
- E est un point du segment $[AD]$.
- C est un point du segment $[DG]$.

Dans cette figure, la longueur AB peut varier mais on a toujours :
$AE=15\,cm$; $CG=25\,cm$



1. Dans cette question, on suppose que : $AB=40\,cm$
   a. Calculer l'aire du carré $ABCD$.
   b. Calculer l'aire du rectangle $DEFG$.

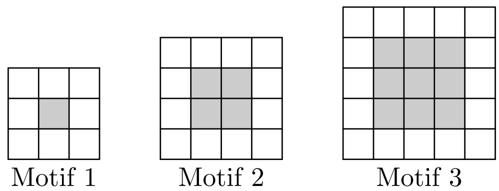
2. Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré $ABCD$ soit égale à l'aire du rectangle $DEFG$?

   Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

   Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 7634

Gaspard réalise des motifs avec des carreaux de mosaïque blancs et gris de la façon suivante :



Gaspard forme un carré avec des carreaux gris puis le borde avec des carreaux blancs.

1. Combien de carreaux blancs Gaspard va-t-il utiliser pour border la carré gris du motif 4 *(un carré ayant 4 carreaux gris de côté)*?

2. a. Justifier que Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux gris.
   b. Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré gris obtenu?

3. On appelle "*motif n*" le motif pour lequel on borde un carré de n carreaux gris de côté.
Trois élèves ont proposé chacun une expression pour calculer le nombre de carreaux blancs nécessaires pour réaliser le "*motif n*" :

- Expression n°1 : $2\times n+2\times(n+2)$
- Expression n°2 : $4\times(n+2)$
- Expression n°3 : $4\times(n+2)-4$

Une seule de ces trois expressions ne convient pas. Laquelle?

255. Partage :

Exercice 9005

Développer et réduire les expressions suivantes :

- $A=(3x-2)(2x+8)-(3-5x)(-2x+8)$
- $B=(x+1)(x+2)-5(x+2)$
- $C=(2x+1)(2x+1)+(2x+1)(x+3)$
- $D=-2x(3x+1)-(6x-1)(x-3)$
- $E=3x+5x(4-2x)-2(x2-3x+5)$
- $F=8+2x-2x(3x-4)+5x(3-x)$
- $G=4x^2-(x+3)(x-2)+2(x-2)$

Exercice 9006

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Soustraire 2
- Multiplier le résultat par la somme du nombre choisi et de 3
- Ajouter 6
- Soustraire le carré du nombre choisi

1. Quel est le résultat de ce programme de calcul lorsque le nombre choisi au départ est 6 ?
2. Quel est le résultat de ce programme de calcul lorsque le nombre choisi au départ est $-1{,}28$?
3. Quel est le résultat de ce programme de calcul lorsque le nombre choisi au départ est $\dfrac{2}{11}$?
4. Trouve une méthode simple pour répondre aux questions précédentes sans être obligé de faire tous les calculs. Justifie.

Exercice 9012

Démontre que la différence des carrés de deux entiers consécutifs *(le plus grand carré moins le plus petit carré)* est toujours égale au double du plus petit entier augmenté de 1.

Exercice 9014

Les deux affirmations sont-elles vraies *(justifie tes réponses)* :

1. Pour n'importe quel nombre entier n,
$(n+1)^2-(n-1)^2$ est un multiple de 4.
2. Si n est un nombre entier alors $(n-1)(n+1)+1$ est toujours égal au carré d'un nombre entier.

Exercice 9016

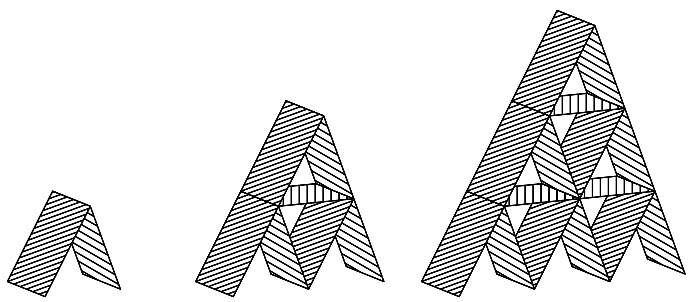
On considère l'expression $A=x(x-14)-(x-7)^2$

1. Calcule A pour $x=0$, pour $x=7$, pour $x=1$, pour $x=-2$.
2. Quelle conjecture peut-on faire ?
3. Démontrer cette conjecture.
4. Calcule A pour $x=3{,}1234$, puis pour $x=\dfrac{3}{11}$

255. Exercices non-classés :

Exercice 6354

Alexandre sur la construction de château de cartes. Il réussi à construire un château de 3 étages.



1 étage   2 étage   3 étage

Soit n un entier strictement positif. Pour connaître le nombre de cartes nécessaires pour construire le château à n étages, on propose les trois expressions suivantes :

a. $\frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$

b. $\frac{3}{2}\left(n + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{24}$

c. $2n^2 - n + 1$

Une de ses expression n'est pas correcte. Laquelle?

