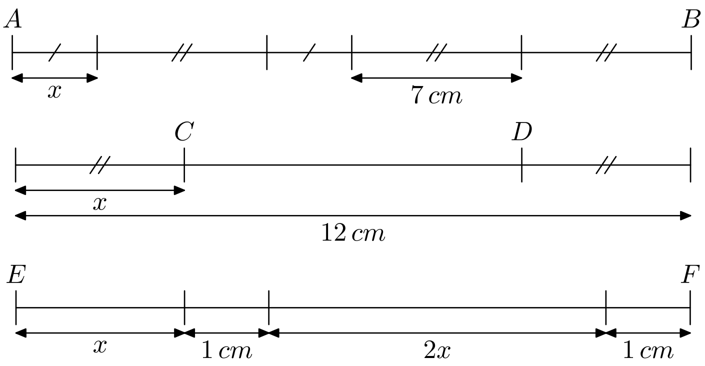
Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Troisième/Expressions littérales

1. Rappels :

Exercice 3587



1. Déterminer, pour chacun des segments ci-dessus, une expression de leurs longueurs en fonction de x.
2. Donner la longueur de chacun de ces segments lorsque $x=5$.

Exercice 3588

On considère le programme de calcul suivant :

> Programme de calcul :
> - Choisir un nombre de départ.
> - Ajouter 1.
> - Calculer le carré du résultat obtenu.
> - Lui soustraire le carré du nombre de départ.
> - Ecrire le résultat final.

1. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 au résultat final.
2. Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ?
3. Le nombre de départ étant x, exprimer le résultat final en fonction de x.

Exercice 3603

Pour chacun des deux cas ci-dessous retrouver l'**expression littérale** qui a été rentrée dans la calculatrice afin d'obtenir le tableau suivant :

1.

Valeur de x	Résultat affiché
1	7
2	12
3	17
4	22

2.

Valeur de x	Résultat affiché
1	20
2	13
3	6
4	-1

2. Simple distributivité :

Exercice 3604

Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a. $2(x-2)+3(x+2)$

b. $4(1-x)+(3x+1)$

c. $3(2x-5)-2(x-1)$

d. $3(3x-2)-(2-x)$

e. $-4(x-2)+3(2x+1)$

f. $3(2x-2)-3(2-3x)$

3. Double distributivité :

Exercice 3605

Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a. $(x+1)(2x+1)$

b. $(3x+1)(2x+2)$

c. $(2x+1)(5-2x)$

d. $(3x-2)(1-x)$

e. $-(x+1)(2x-3)$

f. $2(1-x)(2-x)$

Exercice 3606

Développer puis réduire chacune des expressions suivantes :

a. $3(x-1)+(x+1)(2x+1)$

b. $(x+2)(x+1)+(x+3)(2x-1)$

c. $5(x-1)(x+4)-3(x+2)$

d. $-(2x-3)+x(x-1)$

e. $(2-x)(1+x)-3(5-2x)$

f. $3x(x-1)-(x-2)(2x-4)$

Exercice 3607

Recopier et compléter correctement les égalités suivantes :

a. $(3x+2)(\ldots x+1)=15x^2+\ldots x+\ldots$

b. $(x+1)(x-\ldots)=\ldots x^2-x-\ldots$

d. $(2x+\ldots)(1+\ldots x)=-4x^2+4x+\ldots$

e. $(3x+1)(\ldots x+\ldots)^2=9x^2+\ldots x+1$

Exercice 688

Réduisez les expressions suivantes :

$$A=\frac{x+3}{4}-\frac{3x-2}{4} \quad ; \quad B=\frac{2x+5}{3}+\frac{x-2}{2}$$

Exercice 2228

Donner chacune des expressions ci-dessous sous leur forme la plus simple :

a. $\dfrac{3x-2}{5}-\dfrac{-7-2x}{5}$ b. $\dfrac{2x-1}{3}+\dfrac{x+1}{4}$

4. Connaissance des identités remarquables ⚠ :

Exercice 5681

Ci-dessous est rappelé le développement des identités remarquables :

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad ; \quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Utiliser ces identités remarquables pour déterminer par un calcul mental la valeur des calculs ci-dessous :

a. 21^2 b. 29^2 c. 21×19 d. 34×26

5. Factorisation :

Exercice 686

Nous allons factoriser les expressions suivantes :

a. $(2x-1)(3x+1)+(2x-1)(5-2x)$

b. $(x-3)(2x+2)+(x-3)x$

c. $2(x-1)-(x-1)(3x+3)$

d. $(4x+3)(2-3x)-(2-3x)(x-1)$

e. $(x+1)^2+(x+1)(2x-3)$

f. $(3x-4)(3-2x)-(3-2x)$

1. Chacune des expressions ci-dessus est une somme ou une différence où chacune de ses termes est un produit. Dans chaque expression, les deux produits possèdent un facteur commun qu'on notera k ; les deux autres facteurs seront notés a et b.

   Compléter le tableau ci-dessous :

	k	a	b
a.			
b.			
c.			
d.			
e.			
f.			

2. Utiliser une des deux expressions suivantes pour proposer la forme factorisée de chacune des expressions proposées :
   $k\cdot a+k\cdot b=k\times(a+b) \quad ; \quad k\cdot a-k\cdot b=k\times(a-b)$

Exercice 685

Factoriser les expressions algébriques suivantes en utilisant la distributivité :

a. $3x+5x$

b. $(2x+1)\times2+(2x+1)\times3$

c. $(2x+1)\times2+(2x+1)\times x$

d. $(1-3x)(2+x)+(1-3x)(5-2x)$

e. $(2+3x)(x-1)-(x+1)(3x+2)$

f. $(x+1)^2+(x+1)(5x-4)$

Exercice 5205

Factoriser les expressions ci-dessous *(on sera emmené à faire apparaitre un facteur commun aux termes de la somme)* :

a. $3x+9$ b. $14x-12$ c. $-2x-2$

d. $5x^2+7x$ e. $14-21x$ f. $7x+7x^2$

6. Développement identité remarquable :

Exercice 701

Développer les expressions suivantes :

a. $(x+1)(x+1)$ b. $(2x+3)(2x+3)$

c. $(x+6)(x+6)$ d. $(5x+1)(5x+1)$

e. $(3x+3)(3x+3)$ e. $(a+b)^2$

Exercice 694

Développer les expressions suivantes :

a. $(x-2)(x-2)$ b. $(x-3)(x-3)$

c. $(3x-1)(3x-1)$ d. $(5x-1)(5x-1)$

e. $(3x-2)(3x-2)$ f. $(a-b)^2$

Exercice 2219

Développer les expressions suivantes :

a. $(x+2)(x-2)$ b. $(x+1)(x-1)$

c. $(2x-3)(2x+3)$ d. $(3-4x)(3+4x)$

e. $(2x+2)(2x-2)$ f. $(a+b)(a-b)$

Exercice 698

Développer et simplifier les expressions suivantes :

a. $(4x+3)^2$ b. $(4x-2)^2-2(x+2)$

c. $(3x-2)(3x+2)$

d. $(2x+1)(2x-1)+4\times\big[2+3(x+1)\big]$

Exercice 3698

Donner la forme développée et réduire des expressions suivantes :

a. $(3x+2)^2$ b. $(2-5x)^2$

c. $(3x+1)(3x-1)$ d. $(5x+1)(3-x)-3(1-x)$

Exercice 681

Recopier sur votre copie et compléter pour que les égalités soient vrais :

a. $(3x+\ldots)^2=\ldots+18x+\ldots$

b. $(3x-\ldots)(3x+\ldots)=9x^2-\dfrac{9}{4}$

c. $(x+\ldots)(\ldots-1)=3x^2+\ldots-2$

d. $(\ldots-\ldots)^2=\ldots-24x+9$

Exercice 679

Recopier et compléter les égalités suivantes pour que les égalités soient vraies :

a. $(2x+\ldots)^2=\ldots+20x+\ldots$

b. $(\ldots-\ldots)^2=81x^2-36x+\ldots$

c. $(\ldots-1)(\ldots+1)=9x^2-\ldots$

Exercice 3696

1. Développer : $(x-1)^2$.
Justifier que $99^2=9\,801$ en utilisant le développement précédent.

2. Développer : $(x-1)(x+1)$.
Justifier que $99\times101=9\,999$ en utilisant le développement précédent.

Exercice 5240

On considère les programmes de calcul suivants :

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Lui ajouter 1 • Calculer le carré de la somme onbtenue • Soustraire au résultat le carré du nombre départ	• Choisir un nombre • Ajouter 1 au double de ce nombre

1. On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes ?

2. Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

Exercice 5340

Développer chacune des expressions suivantes :

a. $(3x+2)^2$ b. $(2x-5)^2$

c. $(3x+8)(3x-8)$ d. $(-4x-1)^2$

Exercice 5658

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Elever cette somme au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ
- Soustraire au résultat 4.

1. a. Montrer que, si le nombre choisi 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.
   b. Montrer que, si le nombre choisi 5, le programme de calcul renvoie le nombre 20.

2. Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2 ?

3. a. En notant x le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul ?
   b. Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à $4\times x$.

Exercice 5672

Tom doit calculer $3{,}5^2$.
"*Pas la peine de prendre la calculatrice*", lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Proposer une façon simple de calculer $7{,}5^2$ et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante :
   $(n+0{,}5)^2 = n(n+1)+0{,}25$
   où n est un nombre entier positif.

   Prouver que la conjecture de Julie est vraie *(quel que soit le nombre n)*.

7. Factoriser identité remarquable :

Exercice 5175

1. Parmi les trois expressions ci-dessous une seule a été obtenu par le développement d'une identité remarquable ? Laquelle ? Préciser l'expression de départ :

   a. $4x^2+6x+9$ b. $4x^2+24x+9$ c. $4x^2+12x+9$

2. Même question avec les expressions :

   a. $x^2-64x+64$ b. $x^2-16x+64$ c. $x^2-8x+64$

3. Même question avec les expressions :

   a. $9x^2+15x+25$ b. $9x^2+30x+25$ c. $9x^2+6x+25$

Exercice 678

On considère les expressions littérales suivantes :

a. $25x^2+20x+4$ b. $9x^2+18x+9$ c. $81x^2+80x+25$
d. $4x^2-12x+9$ e. $9x^2-14x+4$ f. $25x^2-10x+1$
g. $16x^2-32x-16$ h. $25x^2-16$ i. $36-4x^2$

1. Les identités remarquables permettent d'écrire les factorisations suivantes :
   - $a^2+2{\cdot}ab+b^2=(a+b)^2$
   - $a^2-2{\cdot}ab+b^2=(a-b)^2$
   - $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

   En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le tableau ci-dessous :

	a	b	$2{\cdot}ab$
a.			
b.			
c.			
d.			
e.			
f.			
g.			
h.			
i.			

2. Lorsque cela est possible, donner la forme factorisée de chacune des expressions.

Exercice 2236

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

a. $9x^2+12x+4$ b. $x^2-10x+25$
c. $81x^2-126x+49$ d. $36x^2+24x+4$
e. x^2-16 f. $4x^2-25$

Exercice 2238

Factoriser les expressions littérales suivantes :

a. x^2-1 b. $25x^2-50x+25$
c. $100x^2+140x+49$ d. $4x^2-1$
e. $\dfrac{1}{4}{\cdot}x^2-\dfrac{1}{9}$ f. $\dfrac{1}{9}x^2-\dfrac{2}{15}x+\dfrac{1}{25}$

Exercice 702

Factoriser, **si possible**, les expressions littérales suivantes en mettant en avant votre démarche :

a. $4x^2-24x+9$ b. $9+24x-16x^2$
c. $64x^2-9$ d. $9x^2+30x+25$
e. x^4-4x^2+4 f. $16x^2+20x+25$

Exercice 3760

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

> *"Pour tout nombre entier naturel n, l'expression $n^2-24n+144$ est toujours différente de zéro."*

A-t-il raison ?

8. Factorisation au choix :

Exercice 684

Factoriser les expressions suivantes :

a. $9x^2-42x+49$

b. $4x^4-9$

c. $25x^2+30x+9$

d. $(5x+1)(3\text{-}2x)-(5x+1)(2x+1)$

e. $(x+1)(2x\text{-}1)-(2x\text{-}1)$

f. $(2x-1)^2+(2x-1)(3x+1)$

Exercice 3763

Factoriser chacune des expressions suivantes :

a. $(5x+2)(3-2x)-(5x+2)(x+1)$

b. $49x^2-42x+9$

c. $(9x-4)^2-(9x-4)$

d. $16x^2-1$

Exercice 700

Factoriser les expressions suivantes. Aucune justification particulière n'est demandée :

a. $-9x^2+12x-4$

b. $(x+2)^2-(x+2)$

c. $(x+2)^2-9$

d. $25x^2-9-(5x+3)(5-x)$

e. $9x^4-12x^2+4$

9. Développer, factoriser et évaluer :

Exercice 693

1. Développer et simplifier les expressions suivantes :

   a. $(3x+2)^2$

   b. $(5-x)(5+x)+(x-1)^2$

2. Factoriser les expressions suivantes :

   a. $9x^2-24x+16$

   b. $(x+1)(5-2x)-(x+1)^2$

Exercice 687

1. Développer l'expression : $A=(2x+4)^2$
2. Donner la forme factorisée de : $B=4x^2+16x+16$
3. Donner la valeur de B pour $x=-2$

Exercice 699

1. Développer l'expression : $A=(2x-1)^2$.
2. Donner la forme factoriser de : $B=4x^2-4x+1$
3. Donner la valeur de B pour $x=0$ et pour $x=\dfrac{1}{2}$

Exercice 682

1. Réduire l'expressions A : $A=2\times\dfrac{3x+1}{4}-\dfrac{1-x}{2}$
2. Factoriser les expressions suivantes, aucune explications n'est demandée :

$B=(x+2)^2-(1-2x)^2$; $C=4-16x^2+(4x+2)(5x-4)$

Exercice 3695

On considère l'expression : $A=\dfrac{1}{4}\left[(a+b)^2-(a-b)^2\right]$

1. Calculer A pour $a=1$ et $b=5$.
2. Calculer A pour $a=-2$ et $b=-3$.
3. Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b. A-t-il raison ? Justifier.

Exercice 3697

On considère l'expression :
$D=(2x+3)^2+(x-5)(2x+3)$

1. Développer et réduire l'expression D.
2. Factoriser l'expression D.
3. Evaluer l'expression pour $x=1$ et $x=\dfrac{2}{3}$.

Exercice 3759

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples *(QCM)*. Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Chaque réponse donne un point, une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

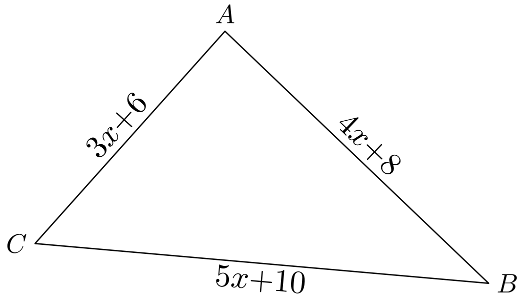
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

		Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1.	$6-4(x-2)$ est égale à	$2x-4$	$14-4x$	$-2-4x$
2.	Quelle est l'expression factorisée de : $4x^2-12x+9$	$(2x+3)(2x-3)$	$(2x+3)^2$	$(2x-3)^2$
3.	Pour $x=-2$, l'expression $5x^2+2x-3$ est égale à	13	-27	17

10. un peu plus loin :

Exercice 680

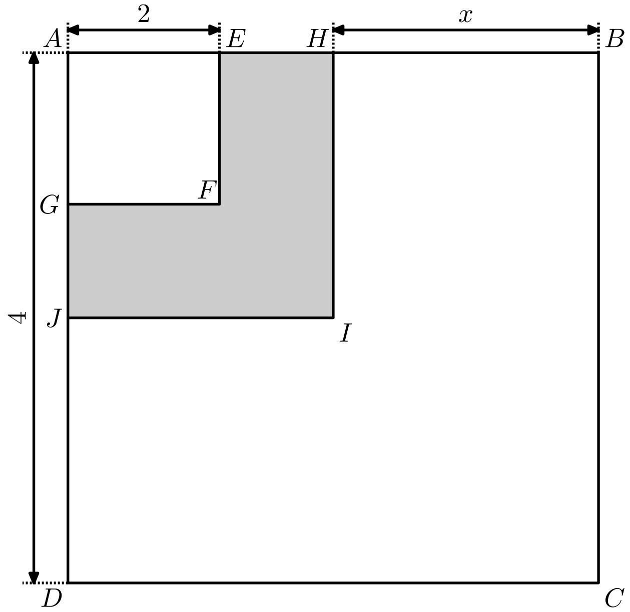
Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A quelle que soit la valeur de "x" :



Exercice 826

1. Dans la figure ci-dessous $AEFG$, $AHIJ$ et $ABCD$ sont des carrés.
   Calculer AH en fonction de x ; en déduire l'aire de $AHIJ$ puis préciser, dans la liste ci-dessous, la *(ou les)* expressions*(s)* algébriques qui correspondent à l'aire hachurée :

$$M=(4-x)^2-2^2 \quad ; \quad N=(4-x-2)^2 \quad ; \quad P=4^2-x^2-2^2$$



2. Développer et réduire l'expression : $Q=(4-x)^2-4$.
3. Factoriser Q.
4. Calculer Q pour $x=2$. Que traduit ce résultat pour la figure ?

255. Exercices non-classés :

Exercice 5754

Tom doit calculer $3{,}5^2$.
"*Pas la peine de prendre la calculatrice*", lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Proposer une façon simple de calculer $7{,}5^2$ et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante :
   $$\big(n+0{,}5\big)^2 = n(n+1)+0{,}25$$
   où n est un nombre entier positif.

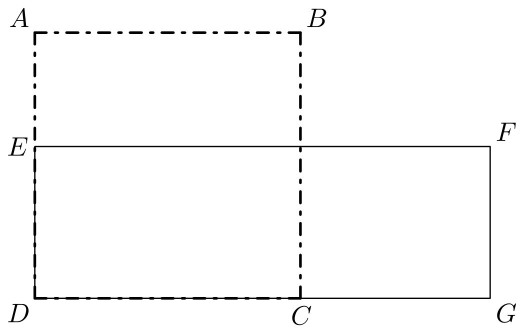
   Prouver que la conjecture de Julie est vraie *(quel que soit le nombre n)*.

Exercice 5917

Le dessin-ci-dessous représente un figure composée :

- d'un carré $ABCD$ et d'un rectangle $DEFG$.
- E est un point du segment $[AD]$.
- C est un point du segment $[DG]$.

Dans cette figure, la longueur AB peut varier mais on a toujours :
$AE = 15\,cm$; $CG = 25\,cm$



1. Dans cette question, on suppose que : $AB = 40\,cm$
   a. Calculer l'aire du carré $ABCD$.
   b. Calculer l'ire du rectangle $DEFG$.
2. Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré $ABCD$ soit égale à l'aire du rectangle $DEFG$?

   Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

   Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 6303

Léa pense qu'en multipliant deux entiers impairs consécutifs *(c'est-à-dire qui se suivent)* et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4

1. **Etude d'un exemple :** 5 et 7 sont deux entiers impairs consécutifs.
   a. Calculer : $5\times7+1$.
   b. Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?
2. Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Entier impair	Entier impair suivant	Produit de ces entiers impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x+1$	$2x+3$	$(2x+1)(2x+3)$	$(2x+1)(2x+3)+1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

a. D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier entier impair 17 ?

b. Montrer que cet entier est un multiple de 4.

c. Parmi les quatre formules de calcul tableur suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule `D3`. Lesquelles ? Aucune justification n'est attendue.

- Formule 1 : `=(2*A3+1)*(2*A3+3)`
- Formule 2 : `=(2*B3+1)*(2*C3+3)`
- Formule 3 : `=B3*C3`
- Formule 4 : `=(2*D3+1)*(2*D3+3)`

3. **Etude algébrique :**

a. Développer et réduire l'expression :
$(2x+1)(2x+3)+1$

b. Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

