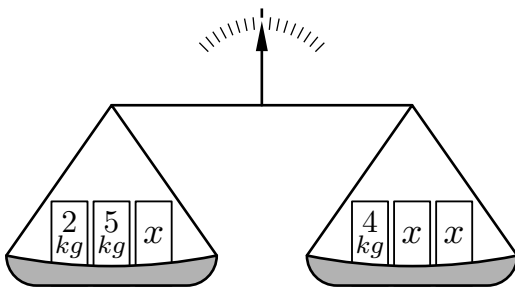


# Troisième/Equations

## 1. Rappels :

### Exercice 5250

On considère la balance pour laquelle sont déposés trois poids sur chacun de ces deux plateaux :



La masse de chaque poids est notée sur la face avant du poids. Tous les poids notés "x" sont de masse identique mais leur masse va changer au cours des questions :

- De quel côté penche la balance lorsque les poids notés "x" ont pour masse 2 kg ?
- De quel côté penche la balance lorsque les poids notés "x" ont pour masse 10 kg ?
- Quelle masse doit-on attribuer aux poids "x" afin que la balance soit équilibrée ?

### Exercice 841

Donner la valeur des expressions suivantes pour  $x=4$  :

a.  $3x + 4$

b.  $-2x + 1 + 3 \times (2x - 1)$

c.  $x^2 - 2x + 1$

d.  $\frac{x^2 - 4}{x}$

### Exercice 811

Dire si les équations suivantes acceptent pour solution  $x=2$  :

a.  $3x + 1 = 2x - 1$

b.  $3(x + 1) - 3(2 - x) = x + 1$

c.  $\frac{2x + 1}{3x + 4} = \frac{1}{2}$

d.  $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$

### Exercice 5256

On considère l'équation (E) définie par :

$$(E) : 3x + 2 = 6 - x$$

- Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E).
- Ecrire l'équation (E') en enlevant 4 à chaque membre de l'équation (E).
  - Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E').
- Ecrire l'équation (E'') en multipliant par 3 chaque membre de l'équation (E).
  - Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E'').

## 2. Poser une équation :

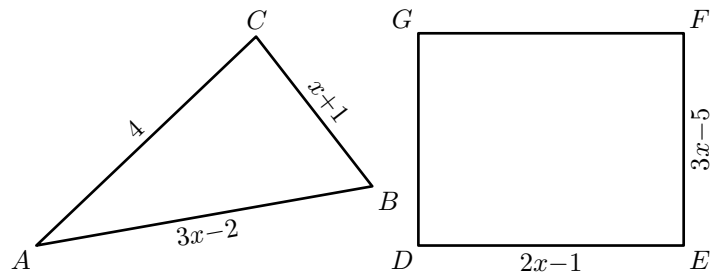
### Exercice 4075

Le chocolatier a vendu 315 boîtes dans la semaine. Chaque boîte contient 19 chocolats. Une boîte vide coûte 200 F.

- En supposant qu'un chocolat coûte 100 F.
  - Calculer le prix d'une boîte de chocolats ?
  - En déduire combien rapporte la vente des 315 boîtes durant la semaine ?
- Quel devrait être le prix d'un chocolat si le chocolatier voulait vendre sa boîte 2 290 F ?

### Exercice 5248

On considère les deux figures géométriques ci-dessous :

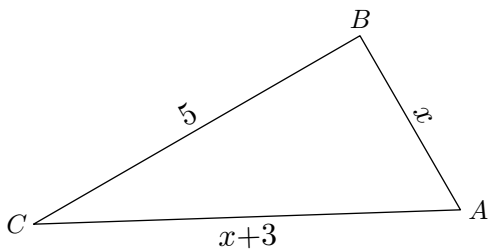


Ecrire l'équation, en fonction de  $x$ , caractérisant la situation suivante :

"Le triangle ABC et le rectangle DEFG ont le même périmètre"

### Exercice 5252

On considère le triangle ABC représenté ci-dessous dont les mesures de ses côtés dépendent d'une valeur  $x$  indéterminée :



Parmi les trois propositions ci-dessous, de quelle équation,  $x$  doit-il être une solution afin que le triangle  $ABC$  soit rectangle en  $B$

- a.  $25 = x^2 + (x+3)^2$     b.  $(x+3)^2 = 25 + x^2$     c.  $x+3 = x+5$

### 3. Equation premier degré :

#### Exercice 5257

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

- a.  $3x - 5 = 3 + 2x$     b.  $2 - x = x + 5$   
 c.  $6x + 7 = x - 13$     d.  $1 + x = -2x + 4$

#### Exercice 2373

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

- a.  $3x + 2 = x + 6$     b.  $5x + 2 = 3x + 9$   
 c.  $2x - 4 = 5x + 3$     d.  $7x + 2 = -3x + 1$

#### Exercice 5255

On considère les deux programmes de calcul ci-dessous :

#### Programme A :

- Choisir un nombre ;
- Le Multiplier par 3 ;
- Soustraire 4 ;
- Ecrire le résultat final.

#### Programme B :

- Choisir un nombre ;
- Y ajouter 3 ;
- Le multiplier par  $-2$  ;
- Ecrire le résultat final.

1. Soit  $x$  le nombre à choisir afin que ces deux programmes de calcul affichent le même résultat. Ecrire l'équation vérifiée par le nombre  $x$ .

2. Résoudre l'équation précédente.

#### Exercice 812

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

- a.  $2(x + 5) = 3(2x - 2)$     b.  $2(x - 2) - 4(1 - x) = 4$   
 c.  $3(x - 2) + 4 = 2 - x$     d.  $5(x + 1) = 3(3 - x)$

### 4. Equation se ramenant à une équation du premier degré :

#### Exercice 821

Résoudre les équations suivantes :

- a.  $2 \times (x + 4) - 3 \times (4 - x) = 0$   
 b.  $(2x - 1)(x + 1) + (x - 4)(3 - 2x) = 5$   
 c.  $(x + 1)^2 = (x - 1)^2$

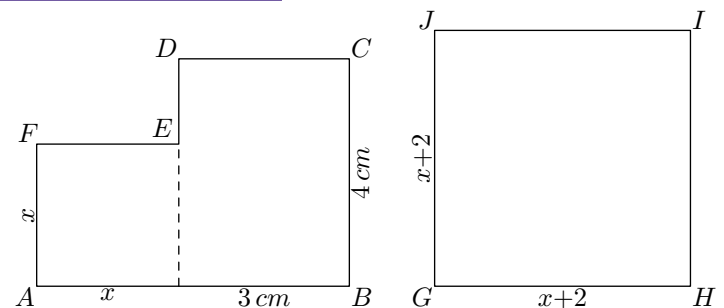
#### Exercice 5258

Résoudre les équations suivantes :

- a.  $x^2 - 3x + 5 = x^2 + 4x + 19$     b.  $(x + 1)^2 = x^2 - 3x + 5$   
 c.  $(2x + 1)(8x - 1) = (4x - 1)^2$     d.  $x^2 - 25 = (x + 5)^2$

#### Exercice 5261

On considère les deux polygones représentés ci-dessous :



où  $x$  est une mesure indéterminée mesuré en centimètre et où :

- Le polygone  $ABCDEF$  est constituée d'un carré de côté  $x$  et d'un rectangle de dimensions  $4 \text{ cm}$  et  $3 \text{ cm}$ .
- Le polygone  $GHIJ$  est un carré de côté  $x+2$ .

1. Exprimer les aires des polygones  $ABCDEF$  et  $GHIJ$  en fonction de  $x$ .
2. Déterminer la valeur de  $x$  afin que les polygones  $ABCDEF$  et  $GHIJ$  ont la même aire.

### 5. Equation produit :

#### Exercice 5266

1. Quels couples de nombres ont un produit égal à 0 (on dit un produit nul) ?

$$(5; -5); (2; 0) \quad ; \quad \left(3; \frac{1}{3}\right); \left(2; -\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(0; \frac{1}{2}\right); (0; -3); (3; -3)$$

2. Quelle condition doit vérifier deux nombres  $a$  et  $b$  afin que leur produit soit nul? C'est à dire pour qu'ils vérifient :
- $$a \times b = 0$$

### Exercice 5262

Résoudre les équations suivantes :

- a.  $(2x - 1)(3x + 1) = 0$       b.  $(x - 2)(2x + 4) = 0$   
 c.  $(3 - 2x)x = 0$                 d.  $(5x + 1)(5 + x) = 0$

### Exercice 5329

Résoudre les équations ci-dessous. Pour cela, utiliser une factorisation pour obtenir une équation produit nulle.

- a.  $4x^2 + 12x + 9 = 0$       b.  $x^2 - 10x + 25 = 0$   
 c.  $4x^2 - 9 = 0$                 d.  $10x^2 + 30x + 30 = x^2 + 5$   
 e.  $x^2 + 1 = 2x$                 f.  $16x^2 + 4x + 3 = 4x + 7$

### Exercice 5330

Résoudre les équations ci-dessous. Pour cela, utiliser une factorisation pour obtenir une équation produit nulle.

- a.  $(3x - 2)(x + 1) + (3x - 2)(2 - 3x) = 0$   
 b.  $(x + 1)(2 - x) - (x + 1)(2x + 5) = 0$   
 c.  $(5x + 1)(x - 2) = (5x + 1)^2$   
 d.  $(3 - 2x)(x + 1) = 3(3 - 2x)$

### Exercice 822

1. Résoudre les équations-produits suivantes :

- a.  $(3x + 6)(2x + 1) = 0$       b.  $(x + 1)(2 - x) = 0$   
 c.  $x(1 - x) = 0$

2. Modifier les équations proposées afin d'obtenir des produits nuls, puis les résoudre :

- a.  $(3x + 1)(x - 1) - (x - 1)^2 = 0$   
 b.  $(2x - 1)^2 = (2x - 1)(4x + 7)$   
 c.  $9x^2 - (x + 1)^2 = 0$

### Exercice 832

Modifier les équations proposées afin d'obtenir des équations-produits nulles, puis les résoudre :

- a.  $81x^2 - 18x = -1$   
 b.  $25x^2 - 9 = 0$   
 c.  $(2x + 1)^2 = (2x + 1)(3x - 1)$   
 d.  $16x^2 + 24x + 9 = (3x - 2)^2$

## 6. Equation résolution au choix :

### Exercice 825

En utilisant la méthode de votre choix, résoudre les équations suivantes :

### Exercice 2333

On donne l'expression :  $E = (x - 5)^2 + (x - 5)(2x + 1)$

- Pour calculer la valeur exacte de  $E$  lorsque  $x = \sqrt{3}$ , Marc a choisi de développer  $E$ .
  - Quelle expression obtient-il?
  - Calculer la valeur exacte de  $E$  lorsque  $x = \sqrt{3}$ .
  - Marc a-t-il eu raison de développer  $E$ ? Pourquoi?
- Léa a trouvé mentalement une solution de l'équation  $E = 0$ . A votre avis, laquelle?
  - Pour trouver l'autre solution, Léa choisit de factoriser  $E$ . Montrer que :  $E = (x - 5)(3x - 4)$ .
  - Donner, alors la seconde solution de l'équation  $E = 0$ .
- Lorsque  $x = \frac{1}{9}$ , choisir la forme de  $E$  qui vous paraît la plus adaptée pour calculer la valeur exacte de  $E$  sous forme de fraction irréductible. Faire ce calcul.

### Exercice 3376

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

“Pour tout nombre entier naturel  $n$ , l'expression  $n^2 - 24n + 144$  est toujours différente de zéro.”

A-t-il raison?

### Exercice 5353

On considère les deux programmes de calculs suivants

#### Programme A :

- Choisir un nombre ;
- le multiplier par 2 ;
- ajouter 3 ;
- élever au carré.

#### Programme B :

- Choisir un nombre ;
- multiplier par 16 ;
- ajouter 8.

- Donner la valeur de sortie de ces deux programmes de calcul lorsque la valeur de départ est 2.
- Quel nombre doit-on choisir pour que les deux programmes aient la même valeur de sortie.

### Exercice 5354

Résoudre les équations suivantes :

- a.  $2x^2 - 5x = 0$   
 b.  $(2 - 3x)(x + 4) - (2 - 3x)(x + 2) = 0$   
 c.  $(x - 2)(2x + 1) = (x - 2)^2$

- a.  $3x^2 + x = 0$                       b.  $9x^2 + 6x + 1 = 0$   
 c.  $(3x + 1)^2 = (3x + 1)$           d.  $(x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 0$   
 e.  $\frac{2x + 1}{6} - \frac{1 - x}{2} = x$                 f.  $x^2 + 2x = -1$   
 g.  $(2x + 1)(3x + 4) - (3x + 1)(2x + 4) = 0$

**Exercice 3756**

1. On pose :  $H = (x-4)^2 - x \cdot (x-10)$

a. Développer et réduire  $H$ .

**7. Développer, factoriser, résoudre :****Exercice 814**

Soit l'expression :  $E = (x+1)^2 + (x+1)(2x-3)$

1. Développer puis réduire l'expression  $E$ .

2. Factoriser l'expression  $E$ .

3. Résoudre l'équation :  $(x+1)(3x-2) = 0$

**Exercice 827**

Soit l'expression :  $E = (5x-2)^2 - (x-7)(5x-2)$

1. Développer et réduire  $E$ .

2. Calculer la valeur numérique de  $E$  pour  $x = -1$

3. Factoriser  $E$

4. Résoudre l'équation :  $(5x-2)(4x+5) = 0$

**Exercice 839**

Soit l'expression :  $D = (2x-3)(3x-1) + (2x-3)^2$

1. Développer et réduire  $D$ .

2. Factoriser  $D$ .

3. Calculer  $D$  pour  $x = \sqrt{2}$ , écrire la réponse sous la forme  $a - b\sqrt{c}$  ( $a, b$  et  $c$  entiers).

4. Résoudre l'équation :  $(2x-3)(5x-4) = 0$

**Exercice 834**

On considère l'expression :  $E = (3x-1)(x+5) - (3x-1)^2$

1. Développer et réduire  $E$

2. Factoriser  $E$ .

3. Résoudre l'équation :  $(3x-1)(-2x+6) = 0$

**Exercice 836**

Développer et réduire les expressions suivantes :

a.  $(x+1)^2$       b.  $(2 - \sqrt{2}x)(2 + \sqrt{2}x)$

Factoriser les expressions suivantes :

c.  $9x^2 - 12x + 4$       d.  $2x^2 - 1$

Résoudre l'équation suivante :

e.  $(x-1)(2x+5) = 0$

**Exercice 2509**

b. Résoudre l'équation :  $H = 16$ .

2. On pose :  $I = (7x-3)^2 - 5^2$ .

a. Factoriser  $I$ .

b. Résoudre l'équation  $I = 0$ .

On considère l'expression :  $A = (x-3)(x+3) - 2(x-3)$

1. Factoriser  $A$ .

2. Développer et réduire  $A$ .

3. En choisissant l'expression de  $A$  la plus adaptée parmi celles trouvées aux questions précédentes, déterminer la valeur de  $A$  pour  $x = -1$  et pour  $x = 0$ .

4. Résoudre l'équation :  $(x-3)(x+1) = 0$

**Exercice 816**

On considère l'expression  $E$  :  $E = (2x+1)^2 - 4$

1. Développer et réduire l'expression  $E$ .

2. Factoriser l'expression  $E$  sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

3. Résoudre l'équation :  $(2x+3)(2x-1) = 0$ .

4. Calculer  $E$  lorsque  $x$  vaut  $-\frac{3}{2}$ , puis lorsque  $x$  vaut 0.

**Exercice 838**

1. On considère l'expression :  $E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$

a. Développer et réduire  $E$ .

b. Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de :  $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$

2. a. Factoriser l'expression :

$$F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6)$$

b. Résoudre l'équation :  $(4x+1)(7-3x) = 0$

**Exercice 4054**

1. On considère l'expression :  $A = 9x^2 - 1 + (3x-1)(2x+1)$

a. Déterminer la forme développée et réduite de l'expression  $A$ .

b. Factoriser l'expression  $9x^2 - 1$ .  
En déduire la forme factorisée de l'expression  $A$ .

c. Résoudre l'équation :  $(3x-1)(5x+2) = 0$

d. Evaluer l'expression  $A$  pour les deux valeurs de  $x$  suivantes :

$$x = -3 \quad ; \quad x = \sqrt{3}$$

2. On considère l'expression  $B$  définie par :

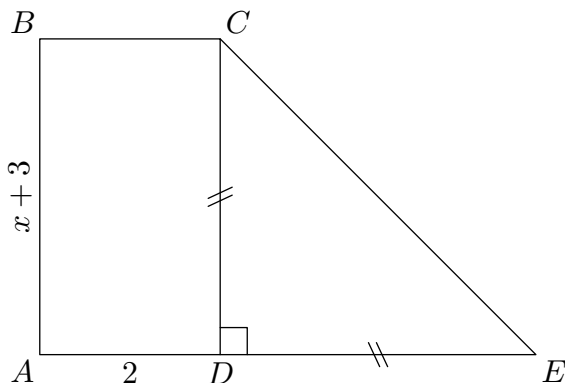
$$B = (3x-2)(5x+3) + 2x+4$$

Justifier que les deux expressions  $A$  et  $B$  sont égales.

## 8. Mise en équation d'équations produits :

### Exercice 5264

On considère la figure ci-dessous composée du rectangle  $ABCD$  et du triangle  $CDE$  rectangle isocèle en  $D$  :



Les dimensions sont indiqués sur la figure où  $x$  est un nombre positif.

Déterminer les valeurs possibles de  $x$  afin que l'aire du rectangle  $ABCD$  soit égale à l'aire du triangle  $CDE$ .

Toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

### Exercice 5263

## 255. Exercices non-classés :

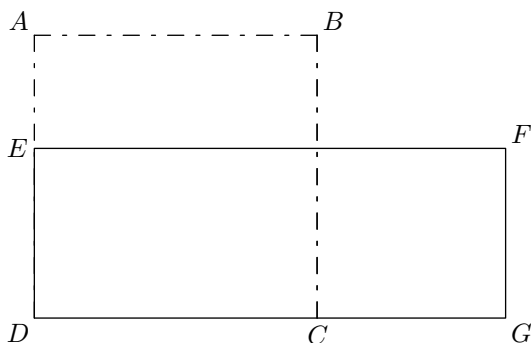
### Exercice 5697

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré  $ABCD$  et d'un rectangle  $DEFG$ .

$E$  est un point du segment  $[AD]$ .  $C$  est un point du segment  $[DG]$ .

Dans cette figure la longueur  $AB$  peut varier mais on a toujours :

$$AE = 15 \text{ cm} ; CG = 25 \text{ cm}$$



Peut-on trouver la longueur  $AB$  de sorte que l'aire du carré  $ABCD$  soit égale à l'aire du rectangle  $DEFG$ ?

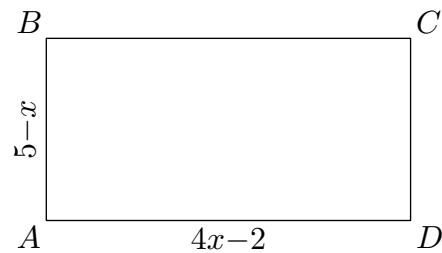
Si oui, calculer  $AB$ . Si non, expliquer pourquoi.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

### Exercice 5699

On propose le programme de calcul suivant :

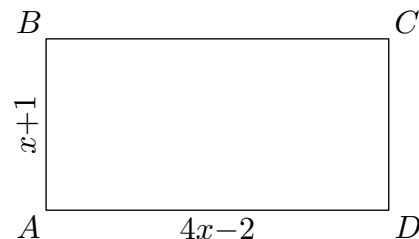
On considère le rectangle  $ABCD$  représenté ci-contre dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée  $x$ , sont  $5-x$  et  $4x-2$  exprimées en centimètre.



Déterminer les valeurs possibles de  $x$  afin que l'aire de  $ABCD$ , exprimé en  $\text{cm}^2$ , soit égale au périmètre de  $ABDC$ , exprimé en  $\text{cm}$ .

### Exercice 5265

On considère le rectangle  $ABCD$  représenté ci-dessous :



dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée  $x$ , sont  $x+1$  et  $4x-2$  exprimées en centimètre.

Le nombre  $x$  doit être supérieur à  $\frac{1}{2}$ .

Déterminer les valeurs possibles de  $x$  afin que l'aire de  $ABCD$ , exprimé en  $\text{cm}^2$ , soit égale au périmètre de  $ABDC$ , exprimé en  $\text{cm}$ .

- Choisir un nombre.
- Soustraire 6.
- Calculer le carré du résultat obtenu.

Quel nombre pourrait-on choisir pour que le résultat du programme soit le nombre 144? Justifier la réponse.

(Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte pour l'évaluation).

### Exercice 6055

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1.
- Calculer le carré de cette somme.
- Enlever 16 au résultat obtenu.

1. a. Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 4, on obtient comme résultat 9.

b. Lorsque le nombre de départ est  $(-1)$ , quel résultat obtient-on?

On appelle  $P$  cette expression.

c. Vérifier que :  $P = x^2 + 2x - 15$

2. a. Vérifier que :  $(x-3)(x+5) = P$ .

b. Quel nombres peut-on choisir au départ pour que le résultat final soit 0? Justifier votre réponse.

### Exercice 6313

On considère ces deux programmes de calcul :

**Programme A :**

Choisir un nombre.  
Soustraire 0,5.  
Multiplier le résultat par le double du nombre choisi au départ.

**Programme B :**

Choisir un nombre.  
Calculer son carré.  
Multiplier le résultat par 2.  
Soustraire à ce nouveau résultat le nombre choisi au départ.

1. a. Montrer que si on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.  
b. Appliquer le programme B au nombre 10.
2. On a utilisé un tableau pour calculer des résultats de ces deux programmes. Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

- a. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas ?
- b. Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau ?
- c. Prouver cette conjecture.
3. Quels sont les deux nombres à choisir au départ pour obtenir 0 à l'issue de ces programmes ?

**Exercice 7628**

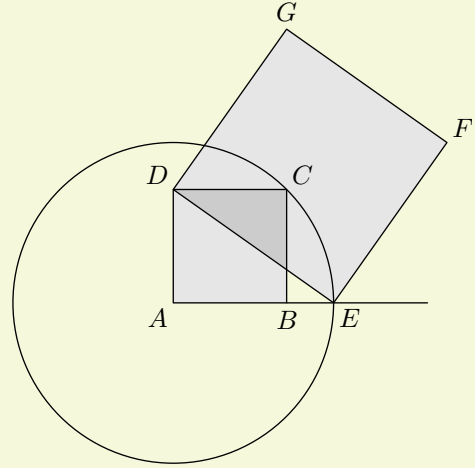


Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous.

**Programme de construction :**

- Construire un carré  $ABCD$  ;
- Tracer le cercle de centre  $A$  et de rayon  $[AC]$  ;
- Placer le point  $E$  à l'intersection du cercle et de la demi-droite  $[AB)$  ;
- Construire un carré  $DEFG$ .

**Figure obtenue :**



1. Sur la copie, réaliser la construction avec  $AB = 3 \text{ cm}$ .
2. Dans cette question,  $AB = 10 \text{ cm}$ .
  - a. Montrer que :  $AC = \sqrt{200} \text{ cm}$
  - b. Expliquer pourquoi :  $AE = \sqrt{200} \text{ cm}$
  - c. Montrer que l'aire du carré  $DEFG$  est le triple de l'aire du carré  $ABCD$ .
3. On admet pour cette question que pour n'importe quelle longueur du côté  $[AB]$ , l'aire du carré  $DEFG$  est toujours le triple de l'aire du carré  $ABCD$ .  
En exécutant ce programme de construction, on souhaite obtenir un carré  $DEFG$  ayant une aire de  $48 \text{ cm}^2$ .  
Quelle longueur  $AB$  faut-il choisir au départ ?