

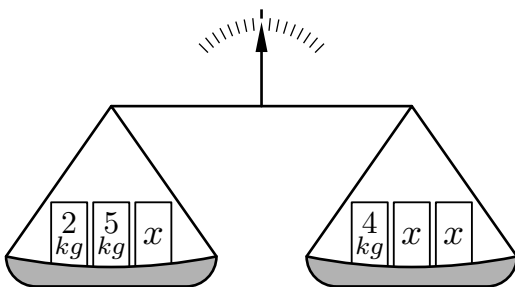
# Troisième/Equations

## 1. Rappels :

### Exercice 5250



On considère la balance pour laquelle sont déposés trois poids sur chacun de ces deux plateaux :



La masse de chaque poids est notée sur la face avant du poids. Tous les poids notés "x" sont de masse identique mais leur masse va changer au cours des questions :

- De quel côté penche la balance lorsque les poids notés "x" ont pour masse 2 kg?
- De quel côté penche la balance lorsque les poids notés "x" ont pour masse 10 kg?
- Quelle masse doit-on attribuer aux poids "x" afin que la balance soit équilibrée?

### Exercice 841



Donner la valeur des expressions suivantes pour  $x=4$  :

a.  $3x + 4$

b.  $-2x + 1 + 3 \times (2x - 1)$

c.  $x^2 - 2x + 1$

d.  $\frac{x^2 - 4}{x}$

### Exercice 811



Dire si les équations suivantes acceptent pour solution  $x=2$  :

a.  $3x + 1 = 2x - 1$

b.  $3(x + 1) - 3(2 - x) = x + 1$

c.  $\frac{2x + 1}{3x + 4} = \frac{1}{2}$

d.  $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$

### Exercice 5256



On considère l'équation (E) définie par :

$$(E) : 3x + 2 = 6 - x$$

- Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E).
- Ecrire l'équation (E') en enlevant 4 à chaque membre de l'équation (E).
  - Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E').
- Ecrire l'équation (E'') en multipliant par 3 chaque membre de l'équation (E).
  - Dire si les nombres 1 et 2 sont solutions ou non de l'équation (E'').

## 2. Poser une équation :

### Exercice 4075



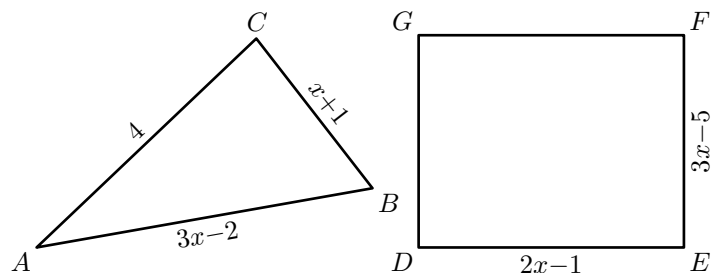
Le chocolatier a vendu 315 boîtes dans la semaine. Chaque boîte contient 19 chocolats. Une boîte vide coûte 200 F.

- En supposant qu'un chocolat coûte 100 F.
  - Calculer le prix d'une boîte de chocolats?
  - En déduire combien rapporte la vente des 315 boîtes durant la semaine?
- Quel devrait être le prix d'un chocolat si le chocolatier voulait vendre sa boîte 2290 F?

### Exercice 5248



On considère les deux figures géométriques ci-dessous :



Ecrire l'équation, en fonction de  $x$ , caractérisant la situation suivante :

"Le triangle ABC et le rectangle DEFG ont le même périmètre"

### 3. Equation premier degré :

#### Exercice 5257

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

- a.  $3x - 5 = 3 + 2x$       b.  $2 - x = x + 5$   
 c.  $6x + 7 = x - 13$       d.  $1 + x = -2x + 4$

#### Exercice 5255

On considère les deux programmes de calcul ci-dessous :

##### Programme A :

- Choisir un nombre ;
- Le Multiplier par 3 ;
- Soustraire 4 ;
- Ecrire le résultat final.

##### Programme B :

- Choisir un nombre ;
- Y ajouter 3 ;
- Le multiplier par  $-2$  ;
- Ecrire le résultat final.

1. Soit  $x$  le nombre à choisir afin que ces deux programmes de calcul affichent le même résultat. Ecrire l'équation vérifiée par le nombre  $x$ .
2. Résoudre l'équation précédente.

#### Exercice 812

Résoudre les équations suivantes en détaillant votre démarche :

- a.  $2(x + 5) = 3(2x - 2)$       b.  $2(x - 2) - 4(1 - x) = 4$   
 c.  $3(x - 2) + 4 = 2 - x$       d.  $5(x + 1) = 3(3 - x)$

### 4. Equation du premier degré après réduction :

#### Exercice 821

Résoudre les équations suivantes :

- a.  $2 \times (x + 4) - 3 \times (4 - x) = 0$   
 b.  $(2x - 1)(x + 1) + (x - 4)(3 - 2x) = 5$   
 c.  $(x + 1)^2 = (x - 1)^2$

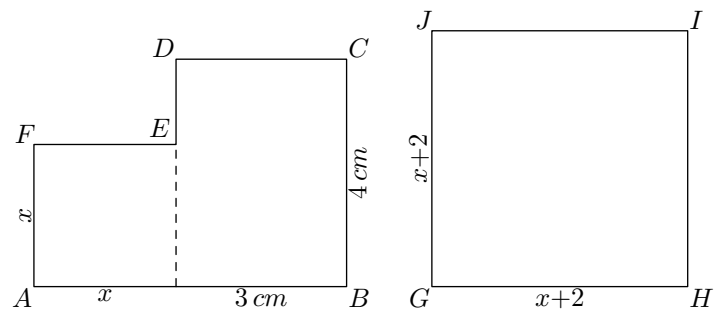
#### Exercice 5258

Résoudre les équations suivantes :

- a.  $x^2 - 3x + 5 = x^2 + 4x + 19$       b.  $(x + 1)^2 = x^2 - 3x + 5$   
 c.  $(2x + 1)(8x - 1) = (4x - 1)^2$       d.  $x^2 - 25 = (x + 5)^2$

#### Exercice 5261

On considère les deux polygones représentés ci-dessous :



où  $x$  est une mesure indéterminée mesuré en centimètre et où :

- Le polygone  $ABCDEF$  est constituée d'un carré de côté  $x$  et d'un rectangle de dimensions  $4\text{ cm}$  et  $3\text{ cm}$ .
  - Le polygone  $GHIJ$  est un carré de côté  $x+2$ .
1. Exprimer les aires des polygones  $ABCDEF$  et  $GHIJ$  en fonction de  $x$ .
  2. Déterminer la valeur de  $x$  afin que les polygones  $ABCDEF$  et  $GHIJ$  ont la même aire.

### 5. Equations: égalité de quotients :

#### Exercice 1113

Résoudre les équations suivantes à l'aide du produit en croix :

- a.  $\frac{2x}{5} = \frac{3}{7}$       b.  $\frac{2}{7} = \frac{3}{x}$

#### Exercice 1121

Résoudre les équations suivantes en utilisant le produit en


croix :

- a.  $\frac{x}{x+1} = \frac{3}{2}$       b.  $\frac{2x+1}{3x-2} = \frac{5}{7}$

#### Exercice 1997


Résoudre les équations suivantes :

- a.  $\frac{1}{3}x + \frac{3}{10} = -\frac{4}{3}x - \frac{1}{5}$       b.  $\frac{3}{2}x + 4 = \frac{1}{7}x - \frac{1}{14}$

**Exercice 1119** 

Résoudre les équations suivantes :

a.  $\frac{2}{3}(x+4) = \frac{4}{3}x + 4$       b.  $\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{8}$

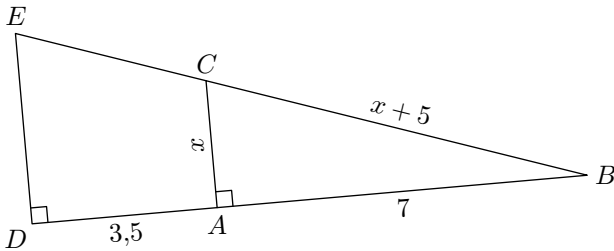
**Exercice 1120** 

Résoudre les équations suivantes :

a.  $3x + 3 = 5 - 5x$       b.  $2x - (3x - 5) = 4(2 - x)$   
 c.  $\frac{1}{7} + \frac{2}{14}x = -\frac{4}{7}$       d.  $\frac{2}{3}\left(6x - \frac{3}{4}\right) = x + 1$

**Exercice 6387** 

On considère la figure ci-dessous :

Sans justification, donner la longueur du segment  $[DE]$ .Indication : on développera le produit  $(x+5)(x+5)$ .**Exercice 831** 

Résoudre les équations suivantes :

a.  $\frac{x}{2} = \frac{2}{3}$       b.  $\frac{3}{x} = \frac{7}{2}$   
 c.  $4 = \frac{6}{x}$       d.  $\frac{x+1}{2x+1} = \frac{3x}{6x+1}$

**Exercice 5259** 

Résoudre les équations suivantes :

a.  $\frac{15x}{12} = \frac{25}{4}$       b.  $\frac{3}{2+x} = \frac{5}{4}$   
 c.  $\frac{x}{2x+1} = \frac{3-2x}{-4x}$       d.  $\frac{1-x}{2} = \frac{5}{3}$

**Exercice 5660** 

A l'aide du produit en croix, résoudre les équations suivantes :

a.  $\frac{x}{3} = \frac{3}{2}$       b.  $\frac{x}{7} = \frac{2}{49}$       c.  $\frac{x}{5} = \frac{3}{4}$   
 d.  $\frac{x+1}{2} = \frac{3}{5}$       e.  $\frac{2x+1}{3} = \frac{1}{2}$       f.  $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{1}{5}$

**6. Equation produit :****Exercice 5266** 

1. Quels couples de nombres ont un produit égal à 0 (on dit un produit nul)?

$$(5; -5); (2; 0); \left(3; \frac{1}{3}\right); \left(2; -\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(0; \frac{1}{2}\right); (0; -3); (3; -3)$$

2. Quelle condition doit vérifier deux nombres  $a$  et  $b$  afin que leur produit soit nul? C'est à dire pour qu'ils vérifient :

$$a \times b = 0$$

**Exercice 5262** 

Résoudre les équations suivantes :

a.  $(2x - 1)(3x + 1) = 0$       b.  $(x - 2)(2x + 4) = 0$   
 c.  $(3 - 2x)x = 0$       d.  $(5x + 1)(5 + x) = 0$

**Exercice 5330** 

Résoudre les équations ci-dessous. Pour cela, utiliser une factorisation pour obtenir une équation produit nulle.

a.  $(3x - 2)(x + 1) + (3x - 2)(2 - 3x) = 0$   
 b.  $(x + 1)(2 - x) - (x + 1)(2x + 5) = 0$   
 c.  $(5x + 1)(x - 2) = (5x + 1)^2$   
 d.  $(3 - 2x)(x + 1) = 3(3 - 2x)$

**Exercice 2333**  On donne l'expression :  $E = (x-5)^2 + (x-5)(2x+1)$ 

1. Pour calculer la valeur exacte de  $E$  lorsque  $x = \sqrt{3}$ , Marc a choisi de développer  $E$ .
- Quelle expression obtient-il?
  - Calculer la valeur exacte de  $E$  lorsque  $x = \sqrt{3}$ .
  - Marc a-t-il eu raison de développer  $E$ ? Pourquoi?
2.
  - Léa a trouvé mentalement une solution de l'équation  $E = 0$ . A votre avis, laquelle?
  - Pour trouver l'autre solution, Léa choisit de factoriser  $E$ . Montrer que :  $E = (x-5)(3x-4)$ .
  - Donner, alors la seconde solution de l'équation  $E = 0$ .

3. Lorsque  $x = \frac{1}{9}$ , choisir la forme de  $E$  qui vous paraît la plus adaptée pour calculer la valeur exacte de  $E$  sous forme de fraction irréductible. Faire ce calcul.

**7. Equation: égalité de deux carrés :**

**Exercice 7999**

Résoudre les équations suivantes :

a.  $x^2 = 10^2$

b.  $x^2 = 9$

c.  $(x+1)^2 = 4$

d.  $(x+3)^x = (x-2)^2$

### 8. Equations produits avec factorisation :

**Exercice 5354**

Résoudre les équations suivantes :

a.  $2x^2 - 5x = 0$

b.  $(2-3x)(x+4) - (2-3x)(x+2) = 0$

c.  $(x-2)(2x+1) = (x-2)^2$

**Exercice 822**

1. Résoudre les équations-produits suivantes :

a.  $(3x+6)(2x+1) = 0$

b.  $(x+1)(2-x) = 0$

c.  $x(1-x) = 0$

2. Modifier les équations proposées afin d'obtenir des produits nuls, puis les résoudre :

a.  $(3x+1)(x-1) - (x-1)^2 = 0$

b.  $(2x-1)^2 = (2x-1)(4x+7)$

c.  $9x^2 - (x+1)^2 = 0$

### 9. Développer, factoriser, résoudre :

**Exercice 814**

Soit l'expression :  $E = (x+1)^2 + (x+1)(2x-3)$

1. Développer puis réduire l'expression  $E$ .

2. Factoriser l'expression  $E$ .

3. Résoudre l'équation :  $(x+1)(3x-2) = 0$

**Exercice 827**

Soit l'expression :  $E = (5x-2)^2 - (x-7)(5x-2)$

1. Développer et réduire  $E$ .

2. Calculer la valeur numérique de  $E$  pour  $x = -1$

3. Factoriser  $E$

4. Résoudre l'équation :  $(5x-2)(4x+5) = 0$

**Exercice 839**

Soit l'expression :  $D = (2x-3)(3x-1) + (2x-3)^2$

1. Développer et réduire  $D$ .

2. Factoriser  $D$ .

3. Calculer  $D$  pour  $x = \sqrt{2}$ , écrire la réponse sous la forme  $a-b\sqrt{c}$  ( $a, b$  et  $c$  entiers).

4. Résoudre l'équation :  $(2x-3)(5x-4) = 0$

**Exercice 816**

On considère l'expression  $E$  :  $E = (2x+1)^2 - 4$

1. Développer et réduire l'expression  $E$ .

2. Factoriser l'expression  $E$  sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

3. Résoudre l'équation :  $(2x+3)(2x-1) = 0$ .

4. Calculer  $E$  lorsque  $x$  vaut  $-\frac{3}{2}$ , puis lorsque  $x$  vaut 0.

**Exercice 838**

1. On considère l'expression :  $E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$

a. Développer et réduire  $E$ .

b. Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de :  $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$

2. a. Factoriser l'expression :

$$F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6)$$

b. Résoudre l'équation :  $(4x+1)(7-3x) = 0$

**Exercice 4054**

1. On considère l'expression :  $A = 9x^2 - 1 + (3x-1)(2x+1)$

a. Déterminer la forme développée et réduite de l'expression  $A$ .

b. Factoriser l'expression  $9x^2 - 1$ .  
En déduire la forme factorisée de l'expression  $A$ .

c. Résoudre l'équation :  $(3x-1)(5x+2) = 0$

d. Evaluer l'expression  $A$  pour les deux valeurs de  $x$  suivantes :

$$x = -3 \quad ; \quad x = \sqrt{3}$$

2. On considère l'expression  $B$  définie par :

$$B = (3x-2)(5x+3) + 2x+4$$

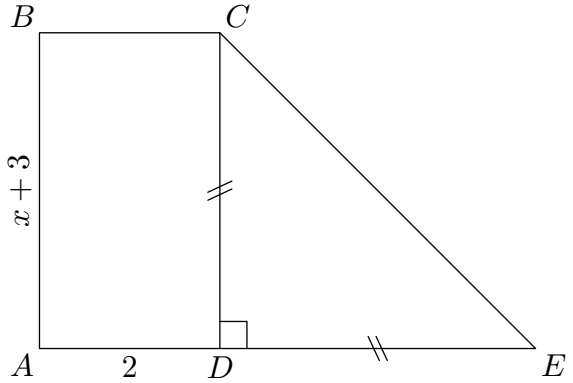
Justifier que les deux expressions  $A$  et  $B$  sont égales.

# 10. Problèmes :

## Exercice 5264



On considère la figure ci-dessous composée du rectangle  $ABCD$  et du triangle  $CDE$  rectangle isocèle en  $D$ :



Les dimensions sont indiqués sur la figure où  $x$  est un nombre positif.

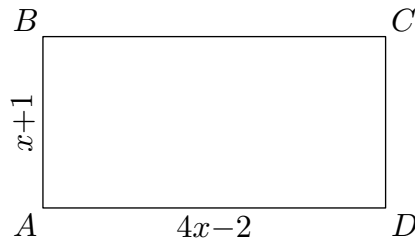
Déterminer les valeurs possibles de  $x$  afin que l'aire du rectangle  $ABCD$  soit égale à l'aire du triangle  $CDE$ .

Toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

## Exercice 5265



On considère le rectangle  $ABCD$  représenté ci-dessous :  
 dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée  $x$ , sont  $x+1$  et  $4x-2$  exprimées en centimètre.



Le nombre  $x$  doit être supérieur à  $\frac{1}{2}$ .

Déterminer les valeurs possibles de  $x$  afin que l'aire de  $ABCD$ , exprimé en  $cm^2$ , soit égale au périmètre de  $ABDC$ , exprimé en  $cm$ .

## Exercice 5697

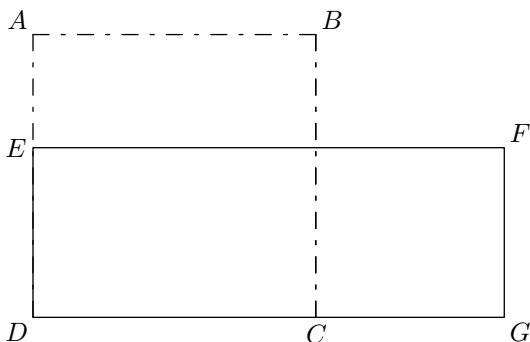


Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré  $ABCD$  et d'un rectangle  $DEFG$ .

$E$  est un point du segment  $[AD]$ .  $C$  est un point du segment  $[DG]$ .

Dans cette figure la longueur  $AB$  peut varier mais on a toujours :

$$AE = 15 \text{ cm} \quad ; \quad CG = 25 \text{ cm}$$



Peut-on trouver la longueur  $AB$  de sorte que l'aire du carré

$ABCD$  soit égale à l'aire du rectangle  $DEFG$ ?  
 Si oui, calculer  $AB$ . Si non, expliquer pourquoi.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

## Exercice 5699



On propose le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Soustraire 6.
- Calculer le carré du résultat obtenu.

Quel nombre pourrait-on choisir pour que le résultat du programme soit le nombre 144? Justifier la réponse.

(Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte pour l'évaluation).

## Exercice 6055



On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1.
- Calculer le carré de cette somme.
- Enlever 16 au résultat obtenu.

1. a. Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 4, on obtient comme résultat 9.
- b. Lorsque le nombre de départ est  $(-1)$ , quel résultat obtient-on?

On appelle  $P$  cette expression.

- c. Vérifier que :  $P = x^2 + 2x - 15$
2. a. Vérifier que :  $(x-3)(x+5) = P$ .
- b. Quel nombres peut-on choisir au départ pour que le résultat final soit 0? Justifier votre réponse.

## Exercice 6313



On considère ces deux programmes de calcul :

### Programme A :

- Choisir un nombre.
- Soustraire 0,5.
- Multiplier le résultat par le double du nombre choisi au départ.

### Programme B :

- Choisir un nombre.
- Calculer son carré.
- Multiplier le résultat par 2.
- Soustraire à ce nouveau résultat le nombre choisi au départ.

1. a. Montrer que si on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.
- b. Appliquer le programme B au nombre 10.
2. On a utilisé un tableur pour calculer des résultats de ces deux programmes. Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

- Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule C2 puis copiée vers le bas?
  - Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau?
  - Prouver cette conjecture.
3. Quels sont les deux nombres à choisir au départ pour obtenir 0 à l'issue de ces programmes?

### Exercice 7628

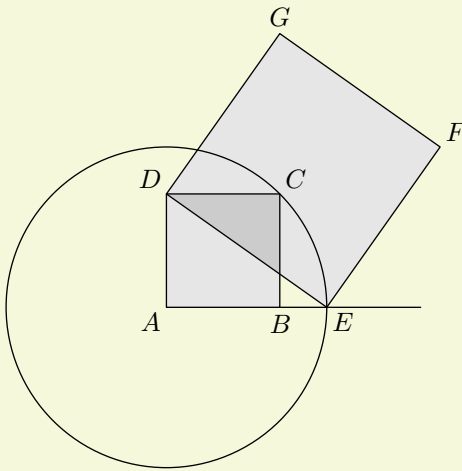


Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous.

#### Programme de construction :

- Construire un carré  $ABCD$ ;
- Tracer le cercle de centre  $A$  et de rayon  $[AC]$ ;
- Placer le point  $E$  à l'intersection du cercle et de la demi-droite  $[AB)$ ;
- Construire un carré  $DEFG$ .

#### Figure obtenue :



- Sur la copie, réaliser la construction avec  $AB = 3 \text{ cm}$ .
- Dans cette question,  $AB = 10 \text{ cm}$ .
  - Montrer que :  $AC = \sqrt{200} \text{ cm}$
  - Expliquer pourquoi :  $AE = \sqrt{200} \text{ cm}$
  - Montrer que l'aire du carré  $DEFG$  est le triple de l'aire du carré  $ABCD$ .
- On admet pour cette question que pour n'importe quelle longueur du côté  $[AB]$ , l'aire du carré  $DEFG$  est toujours le triple de l'aire du carré  $ABCD$ .  
En exécutant ce programme de construction, on souhaite obtenir un carré  $DEFG$  ayant une aire de  $48 \text{ cm}^2$ .  
Quelle longueur  $AB$  faut-il choisir au départ?

### Exercice 3273



On propose deux programmes de calcul :

#### Programme A

Choisir un nombre.

Ajouter 5.

Calculer le carré du résultat obtenu.

#### Programme B

Choisir un nombre.

Soustraire 7.

Calculer le carré du résultat obtenu.

- On choisit 5 comme nombre de départ. Montrer que le résultat du programme B est 4.
- On choisit  $-2$  comme nombre de départ. Quel est le résultat avec le programme A?
- Quel nombre faut-il choisir pour que le résultat du programme A soit 0?
  - Quels nombres faut-il choisir pour que le résultat du programme B soit 9?
- Quel nombre doit-on choisir pour obtenir le même résultat avec les deux programmes?

### Exercice 829

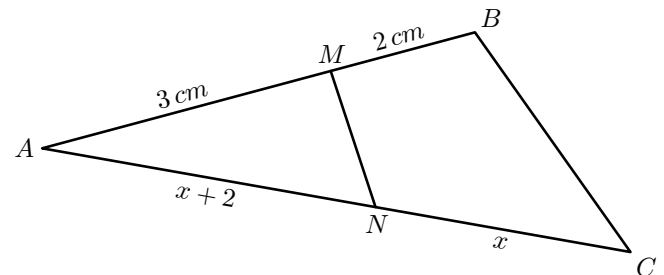


En retranchant un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction  $\frac{4}{5}$ , on obtient la fraction  $\frac{5}{4}$ . Quel est ce nombre? Laisser les étapes de votre raisonnement.

### Exercice 5251



On considère un triangle  $ABC$  où  $M$  et  $N$  appartiennent respectivement aux segments  $[AB]$  et  $[AC]$ . Cette configuration est représentée ci-dessous :



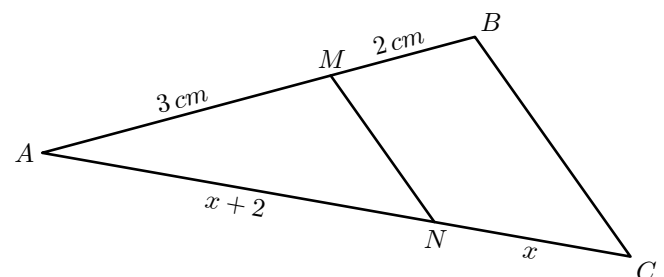
Les mesures sont portées sur la figure où  $x$  est un nombre inconnu.

- Donner la mesure du segment  $[AC]$  en fonction de  $x$ .
- Quelle équation doit vérifier l'indéterminé  $x$  afin que les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  soient parallèles.

### Exercice 4908



On considère un triangle  $ABC$  où  $M$  et  $N$  appartiennent respectivement aux segments  $[AB]$  et  $[AC]$  tels que les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles.



Les mesures sont portées sur la figure où  $x$  est un nombre inconnu.

- Déterminer la longueur du segment  $[AC]$  en fonction de

$x$ .

2. A l'aide du théorème de Thalès, établir que le nombre  $x$  est solution de l'équation :

$$\frac{x+2}{2x+2} = \frac{3}{5}$$

3. Après un produit en croix, résoudre cette équation afin d'en déduire la valeur de  $x$ .

255. Exercices non-classés :

**Exercice 5260**



Résoudre les équations suivantes :

a.  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}x - \frac{5}{2}$

b.  $\frac{3}{5}(2-x) = \frac{1}{10}(2x-1)$

c.  $\frac{1}{4}x = \frac{1}{6}x - \frac{5}{2}$

d.  $\frac{x+2}{2} + 3 = \frac{2x}{3} + x - 2$