Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

# Troisième/Autres

## 1. Les triplets pythagoriciens :

### Exercice 1959

**Etude du triplet $\left(m^2{-}n^2\,;2mn\,;m^2{+}n^2\right)$ :**

1. Montrer que, pour $n$ et $n$ entier positif, le triplet :suivant est un triplet pythagoricien :
$\left(m^2-n^2\,;\,2mn\,;\,m^2+n^2\right)$

**Etude d'un cas particulier :**

2. a. Vérifier que ce triplet est pythagoricien.

Par indentification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers $m$ et $n$ qui vérifie simultanément les trois lignes *(le système suivant)* :

$$\left\{\begin{aligned} m^2-n^2 &= 15\\ 2mn &= 8\\ m^2+n^2 &= 17\end{aligned}\right.$$

b. Résoudre ce système : c'est à dire trouver les *(uniques)* valeurs de $m$ et $n$ vérifiant ces trois lignes.

**Généralisation à l'ensemble les triplets pythagoriciens :**

3. Pour tout triplet pythagoricien $\left(a\,;\,b\,;\,c\right)$, on admet que les fractions $\dfrac{c{+}a}{2}$ et $\dfrac{c{-}a}{2}$ sont des carrés parfaits. Posons :
$m^2=\dfrac{c+a}{2}$ ; $n^2=\dfrac{c-a}{2}$

Montrer que $m$ et $n$ ainsi choisis satisfassent à la question.
*(pour la vérification de $b$ on se contentera de montrer que $b^2{=}4m^2n^2$)*

### Exercice 1960

**Etude du triplet $\left(2mn\,;\,m^2-n^2\,;\,m^2+n^2\right)$ :**

1. Nous allons établir que pour tout entier positif $m$ et $n$, le triplet $\left(2mn\,;m^2{-}n^2\,;m^2{+}n^2\right)$ est un triplet pythagoricien :

a. Développer et réduire : $\left(m^2{-}n^2\right)\left(m^2{-}n^2\right)$

b. Etablir l'égalité suivante :
$\left(2mn\right)^2+\left(m^2-n^2\right)^2=\left(m^2+n^2\right)^2$

**Etude d'un cas particulier :**

2. Etude du triplet $\left(16\,;\,30\,;\,34\right)$

a. Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

Par indentification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers $m$ et $n$ qui vérifie simultanément les trois lignes *(le système suivant)* :

$$\left\{\begin{aligned} m^2-n^2 &= 16\\ 2mn &= 30\\ m^2+n^2 &= 34\end{aligned}\right.$$

b. Résoudre ce système.

**Généralisation à l'ensemble les triplets pythagoriciens :**

3. Pour tout triplet pythagoricien $\left(a\,;\,b\,;\,c\right)$, on admet que les fractions $\dfrac{c{+}a}{2}$ et $\dfrac{c{-}a}{2}$ sont des carrés parfaits. Posons :
$m^2=\dfrac{c+a}{2}$ ; $n^2=\dfrac{c-a}{2}$

a. Etablir les égalités suivantes :
$a=m^2-n^2$ ; $c=m^2+n^2$

b. Développer et réduire le produit suivant :
$(c+a)(c-a)$

c. Montrer que : $b^2=4m^2n^2$

Vous venez de montrer que : $b{=}2mn$

### Exercice 1961

**Etude du triplet $\left(2mn\,;m^2{-}n^2\,;m^2{+}n^2\right)$ :**

1. Nous allons établir que pour tout entier positif $m$ et $n$, le triplet $\left(2mn\,;m^2{-}n^2\,;m^2{+}n^2\right)$ est un triplet pythagoricien :

a. Développer et réduire pour obtenir l'égalité suivante :
$\left(m^2+n^2\right)\left(m^2+n^2\right)=m^4+2m^2n^2+n^4$

b. Développer et réduire : $\left(m^2{-}n^2\right)\left(m^2{-}n^2\right)$

c. Simplifier l'écriture de $\left(2mn\right)^2$

d. Etablir l'égalité suivante :
$\left(2mn\right)^2+\left(m^2-n^2\right)^2=\left(m^2+n^2\right)^2$

**Etude d'un cas particulier :**

2. Etude du triplet $\left(16\,;\,30\,;\,34\right)$

a. Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

Par indentification avec le triplet général, on doit avoir les deux entiers $m$ et $n$ qui vérifie simultanément les trois lignes *(le système suivant)* :

$$\left\{\begin{aligned} m^2-n^2 &= 16\\ 2m{\cdot}n &= 30\\ m^2+n^2 &= 34\end{aligned}\right.$$

b. En se concentrant sur la ligne $2m{\cdot}n{=}30$, déterminer la valeur des entiers $m$ et $n$.

**Généralisation à l'ensemble les triplets pythagoriciens :**

3. Pour tout triplet pythagoricien $(a\,;b\,;c)$, on admet que les fractions $\frac{c+a}{2}$ et $\frac{c-a}{2}$ sont des carrés parfaits. Posons :
$$m^2 = \frac{c+a}{2} \quad ; \quad n^2 = \frac{c-a}{2}$$

a. Etablir les égalités suivantes :
$$a = m^2 - n^2 \quad ; \quad c = m^2 + n^2$$

b. Développer et réduire le produit suivant :
$$(c+a)(c-a)$$

c. En utilisant le fait que $(a\,;\,b\,;\,c)$ est un triplet pythagoricien, montrer que :
$$b^2 = 4m^2n^2$$

Vous venez de montrer que : $b = 2mn$

## 3. Decomposition en facteurs premiers :

### Exercice 636

1. Ecrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible :
$$A = \Big(1 - \frac{7}{12}\Big)\times\frac{4}{5} \quad ; \quad B = \frac{42}{7}\div\frac{12}{35}$$

2. Simplifier la fraction suivante de manière à la rendre irréductible :
$$C = \frac{3^8\times5^8\times7^3}{15^8\times14^2}$$

### Exercice 3527

Ecrire les nombres suivants sous la forme $2^n\times3^m\times5^k$ où les entiers $n$, $m$, $k$ des entiers relatifs.

a. $18\times15^2\times12^4$

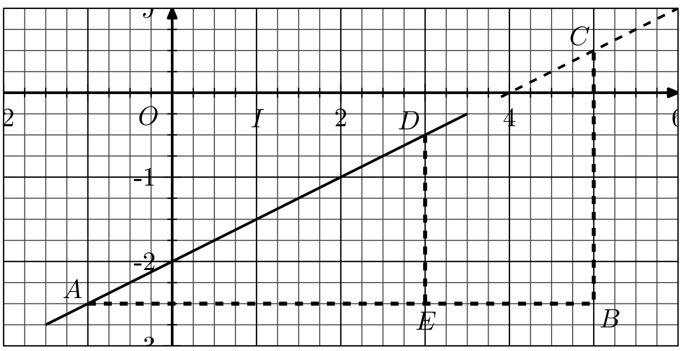
b. $\dfrac{6^{10}\times5^3\times10^2}{15^7\times2^3}$

c. $\dfrac{(-3)^3\times15^2\times(-4)^3}{16^2\times(-9)^2}$

## 6. Droites et fonctions affines :

### Exercice 2610

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et d'une droite représentée ci-dessous :




1. Déterminer les coordonnées des points :
$$A \quad ; \quad B \quad ; \quad C \quad ; \quad D \quad ; \quad E$$

2. a. Sans justification, donner la nature des triangles $ADE$ et $ABC$.

   b. Dans ces deux triangles, déterminer les valeurs trigonométriques suivantes :
$$\tan\widehat{DAE} \quad ; \quad \tan\widehat{CAB}$$

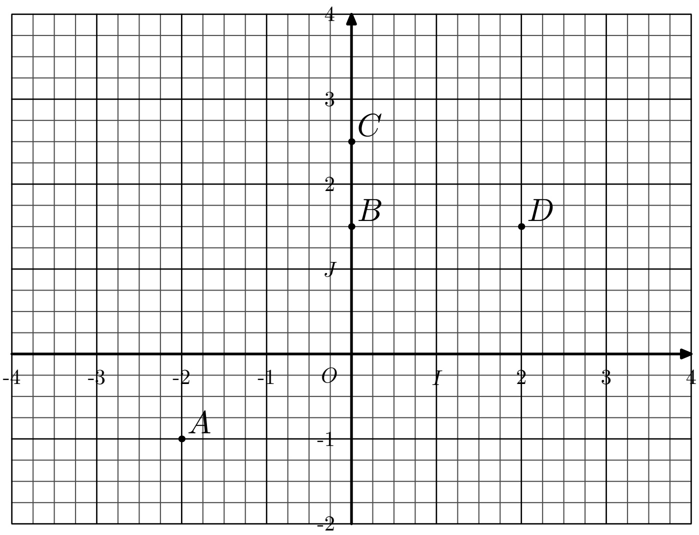
   c. Que peut-on dire des points $A$, $B$, $C$ ?

3. A l'aide des coordonnées des points, déterminer la valeur des deux quotients suivantes :
$$\frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} \quad ; \quad \frac{y_A - y_D}{x_A - x_D}$$

4. Vérifier que les coordonnées des points $A$, $D$, $C$ vérifient l'égalité suivante :
$$y = 0{,}5x - 2$$

### Exercice 965

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormal, on considère les points $A$, $B$, $C$, $D$ représentés ci-dessous :




1. Donner les coordonnées des points $A$, $B$, $C$ et $D$.

2. a. Tracer la droite $(AB)$. Déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite $(AB)$.

   b. Placer le point $M(0\,;-1)$. Déterminer la valeur du rapport trigonométrique :
$$\tan\widehat{MAB}$$

   c. En déduire l'expression de la fonction affine $f$ qui admet pour représentation la droite $(AB)$.

3. a. Tracer la droite $(CD)$. Déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite $(CD)$.

   b. Placer le point $N(2\,;2{,}5)$. Déterminer la valeur du rapport trigonométrique :
$$\tan\widehat{NCD}$$

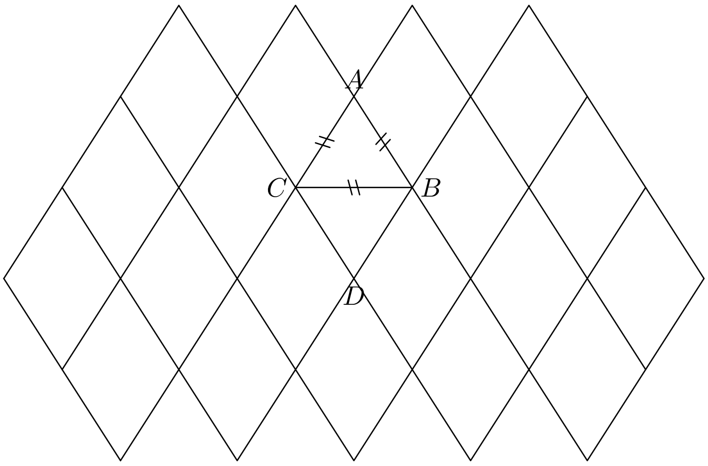
   c. Soit $g$ la fonction affine qui admet pour représentation la droite $(CD)$. Laquelle des deux expressions suivantes est celle de la fonction $g$ ?

$$g(x) = 0{,}5x + 2{,}5 \quad ; \quad g(x) = -0{,}5x + 2{,}5$$

## 7. rotation :

### Exercice 868

Un pavage est constitué de losanges tous identiques au losange $ABCD$ comme la figure codée ci-après.
On appelle $R$ la rotation de centre $D$ qui transforme $B$ en $A$.
On appelle $t$ la translation de vecteur $2\overrightarrow{BC}$.
On appelle $S_B$ la symétrie de centre $B$.



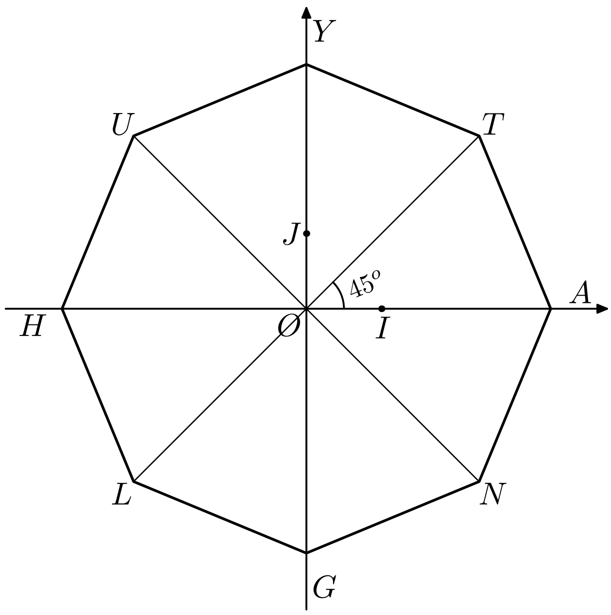

1. Quel est l'angle de la rotation $R$ ? Jusitifier la réponse.
2. Sur la figure, tracer, en couleur, L'image $L_1$ du losange $ABCD$ par $R$
3. Sur la figure, tracer, en couleur, L'image $L_2$ du losange $ABCD$ par $t$
4. Sur la figure, tracer, en couleur, L'image $L_3$ du losange $ABCD$ par $S_B$

### Exercice 861

1. Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre $O$ et de rayon 6 cm.
Tracer, à la règle non-graduée et au compas, un héxagone régulier $ABCDEF$ inscrit dans ce cercle.
2. Noter $I$ le milieu du segment $[AB]$.
Calculer la longueur $AI$. Justifier. *(arrondir au millimètre)*
Donner la longueur des côtés de ce polygone.
3. Que pouvez-vous dire de l'image de $ABCDEF$ par une rotation de centre $O$ et d'angle $60^o$, $180^o$, $780^o$ dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire ? Pour quelles angles, le polygone $ABCDEF$ est-il invariant ?
4. Expliquer pourquoi le triangle $ACE$ est un triangle équilatéral.

### Exercice 3953

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, on sait que $HUYTANGL$ est un octogone régulier.




1. Quel est le symétrique de $T$ par la symétrie centrale de centre $O$ ?
2. Quel est le symétrique de $T$ par rapport à l'axe des ordonnées ?
3. Quelle est l'image de $T$ par la rotation de centre $O$ et d'angle $135^o$ dans le sens des aiguilles d'une montre.

## 255. Exercices non-classés :

### Exercice 1954

1. Montrons que le triplet $(2mn\,;m^2-n^2\,;m^2+n^2)$ est un triplet pythagoricien :
   a. Développer et réduire : $(m^2-n^2)(m^2-n^2)$
   b. Développer et réduire : $(m^2+n^2)(m^2+n^2)$
   c. Simplifier l'écriture de $(2mn)^2$
   d. Etablir l'égalité suivante :
   $$(2mn)^2 + (m^2-n^2)^2 = (m^2+n^2)^2$$

Maintenant nous allons montrer que tout triplet pythagoricien peut sécrire sous la forme $(2mn\,;m^2-n^2\,;m^2+n^2)$.

2. Etude du triplet $(16\,;30\,;34)$
   a. Vérifier que ce triplet est de Pythagore.

   Par indentification avec le triplet général, on doit avoir $m$ et $n$ qui vérifie simultanément les trois lignes *(le système suivant)* :
   $$\begin{cases} m^2 - n^2 = 16 \\ 2mn = 30 \\ m^2 + n^2 = 34 \end{cases}$$
   a. Résoudre le système précédent.
2. Pour un triplet pythagoricien $(a\,;b\,;c)$, posons :

$$m^2 = \frac{c+a}{2} \quad ; \quad n^2 = \frac{c-a}{2}$$

a. Etablir les égalités suivantes :
$a = m^2 - n^2 \quad ; \quad b = 2mn \quad ; \quad c = m^2 - n^2$

## Exercice 2483

Un club de sport propose à ses clients trois types de tarif :

- Tarif 1 : le paiement de $1\,000\,F$ pour chaque séance.
- Tarif 2 : le paiement d'une carte mensuelle de $4\,000\,F$ auquel s'ajoute $500\,F$ par séance suivie.
- Tarif 3 : un abonnement mensuel de $11\,500\,F$

1. Monsieur Bob Iscotto prévoit de participer à 10 séances par mois.
Calculer sa dépense avec chacun des tarifs.

2. Monsieur Ray Gimesseq ne sait pas combien de séances il suivra dans le mois. On appelle $x$ le nombre de séances suivies dans le mois.

   a. Exprimer en fonction de $x$, les prix $p_1$, $p_2$, $p_3$ à payer dans chacun des cas.

   b. Tracer sur papier millimétré, dans un repère orthogonal, les représentations graphiques des fonctions $t_1$ et $t_2$ telles que :
   $t_1(x) = 1\,000x \quad ; \quad t_2(x) = 500x + 4\,000.$
   On prendra $1\,cm$ pour 2 séances en abscisses et $1\,cm$ pour $1\,000\,F$ en ordonnée.

3. a. Résoudre le système : $\begin{cases} y = 1\,000x \\ y = 500x + 4\,000 \end{cases}$

   b. Recopier et compléter la phrase suivante :
   Graphiquement, la solution de ce système correspond à l'endroit où...

   c. A partir de combien de séances, le tarif 3 est-il plus avantageux que le tarif 2 ?

4. Recopier et compléter les phrases suivantes :

   a. De zéro à ... séances, MI Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ....

   b. De ... à ... séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ....

   c. A partir de ... séances, M. Ray Gimesseq devrait choisir le tarif ....

   M. Ray Gimesseq vous remercie pour vos conseils !

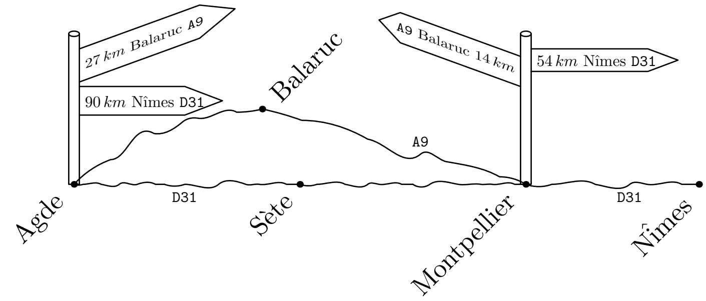
*Note : En Nouvelle-Calédonie, on utilise le franc pacifique. Pour information* 100 *francs pacifique valent environ* 0,838 *euro.*

## Exercice 6337

Mariam souhaite se déplacer d'Agde à Nîmes.

Sur internet, elle arrive 'a récupérer les informations suivantes :

**Information 1**




**Information 2**

Voici un tableau récapitulatif des vitesses limites en France :

| | Conditions normales de circulatio | Par temps de pluie ou autres précipitations | Visibilité inférieure à $50\,m$ |
|---|---|---|---|
| Autoroute | $130\,{}^{km}\!/_h$ | $110\,{}^{km}\!/_h$ | $50\,{}^{km}\!/_h$ |
| Voie rapide | $110\,{}^{km}\!/_h$ | $100\,{}^{km}\!/_h$ | $50\,{}^{km}\!/_h$ |
| Autres routes | $90\,{}^{km}\!/_h$ | $80\,{}^{km}\!/_h$ | $50\,{}^{km}\!/_h$ |
| Agglomération | $50\,{}^{km}\!/_h$ | $50\,{}^{km}\!/_h$ | $50\,{}^{km}\!/_h$ |

**Information 3**

Voici quelques caractéristiques sur la consommation d'essence de la voiture de Mariam

| Vitesse (*en* ${}^{km}\!/_h$) | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Consommation (*en* $\ell$) | 7 | 7,5 | 8 | 6 | 6,5 | 7 | 7,5 | 7,8 | 8 | 8,5 | 9,2 |

Pour des raisons de sécurité, Mariam roule toujours $10\,{}^{km}\!/_h$ en dessous de la vitesse maximale autorisée et pour des raisons budgétaire, Mariam choisit toujours le trajet le plus économiques.

Quel trajet Mariam va-t-elle choisir ?

## Exercice 2678

1. $-2$ est-il solution de l'inéquation : $3x+12 < 4-2x$ ?
Justifier.

2. $-2$ est-il solution de l'équation : $(x-2)(2x+1) = 0$ ?
Justifier.

3. $-2$ est-il solution de l'équation : $x^3+8 = 0$ ?
Justifier.

4. Le couple $(-2\,;1)$ est-il solution du système :
$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ x + 5y = 3 \end{cases}$

## Exercice 3894

*On pourra utiliser les résultats donnés à certaines questions pour contienuer le problème.*

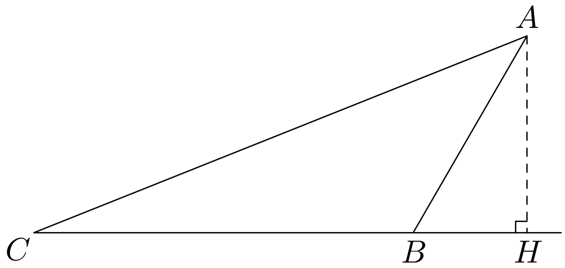
Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

$ABC$ est un triangle tel que :
$AB = 6\,cm \quad ; \quad BC = 10\,cm \quad ; \quad \widehat{ABC} = 120^o$

La hauteur issue de $A$ coupe la droite $(BC)$ au point $H$.

*La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur*




1. Tracer la figure en vraie grandeur.

2. a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABH}$. En déduire que : $BH = 3\,cm$.

   b. Prouver que $AH = 3\sqrt{3}$, puis calculer l'aire du triangle $ACH$ *(On donnera la valeur exacte)*

   c. Prouver que : $AC = 14$.

3. $M$ est un point du segment $[BC]$ tel que : $CM = 6{,}5$.
La parallèle à $(AH)$ passant par $M$ coupe le segment $[AC]$ en $N$.

   a. Compléter la figure.

   b. Prouver que : $NM = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

   c. *Pour que cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Déterminer l'aire du trapèze $AHMN$. Donner une valeur approchée à l'unité près de cette aire.

## Exercice 5186

*Les trois parties de ce problème sont indépendantes entre elles*

Dans un collège de Caen *(Normandie)* est organisé un échange avec le Mexique pour les élèves de $3^e$ qui étudient l'espagnol en seconde langue.

**Partie A - l'inscription des élèves**

Le tableau ci-dessous permet de déterminer la répartition de la seconde langue étudiée par les 320 élèves de $4^e$ et de $3^e$ de ce collège.

| Seconde langue étudiée | $4^e$ | $3^e$ | Total |
|---|---|---|---|
| Espagnol | 84 | | |
| Allemand | | 24 | |
| Italien | 62 | 50 | |
| Total | 168 | | 320 |

1. Combien d'élèves peuvent être concernés par cet échange ?

2. 24 élèves vont participer à ce voyage.
Est-il vrai que cela représente plus du cinquième des élèves de $3^e$ ?

**Partie B - le financement**

Afin de financer cet échange, deux actions sont mises en oeuvre : un repas mexicain et une tombola.

1. Le repas mexicain, où chaque participan paye 15 €.
Au menu, on trouve un plat typique du Mexique, le *Chili con carne*.

| Recette pour 4 personnes | |
|---|---|
| 50 $g$ de beurre | 500 $g$ de boeuf haché |
| 2 gros oignons | 65 $g$ de concentré de tomate |
| 2 gousses d'ail | 400 $g$ de haricots rouges |
| 30 $cl$ de bouillon de boeuf | |

   50 personnes participent à ce repas :

   a. Donner la quantité de boeuf haché, de haricots rouges, d'oignons et de concentré de tomates.

   b. Les dépenses pour ce repas sont de 261 €, quel est ce bénéfice ?

2. Pour la tombola, 720 tickets ont été vendus au prix de 2 € chacun. L'ensemble des lots à gagner ont coûté 120 € aux organisateurs.

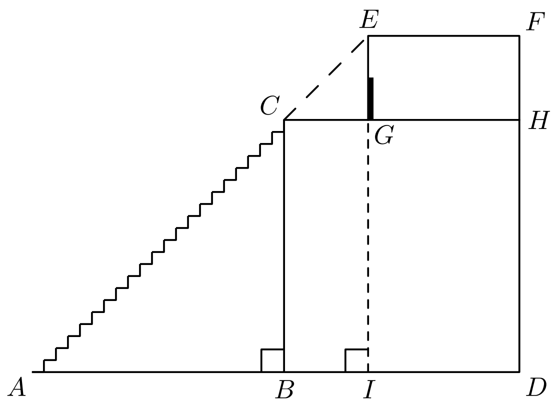
   Montrer que le bénéfice réalisé par ces deux actions s'élèvent à 1809 €.

**Partie C - la sortie touristique**

Lors de leur voyage au Mexique, les 24 élèves ont visité la pyramide Maya de Chitchen-Iza.

L'accés au temple situé en haut de la pyramide s'effectue par un escalier très abrut de 90 marches. Les marches sont toutes identiques entre elles et mesurent 27 $cm$ de largeur et 30 $cm$ de hauteur.

Schématiquement, on a représenté ci-dessous la pyramide de Chitchen-Itza :




1. a. Justifier les mesures suivantes :
$AB = 24{,}3\,m$ ; $BC = 27\,m$

   b. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle formé par l'escalier par rapport au sol.

2. Le sommet du temple *(symbolisé par le point $E$)* a été construit dans l'alignement de la rampe d'escalier. sachant qu'il faut marcher 8,1 $m$ pour aller du haut des escaliers *(point $C$)* à l'entrée du temple *(point $G$)*, donner la hauteur totale de cette pyramide.

## Exercice 6396

Cette figure est composée d'un carré dans lequel est inscrit quatre cercles tangents entre eux et tangents aux côtés du carré.

Déterminer la mesure de chacun des rayons de cette figure.