Troisième / Arithmétique

ChingEval : 1 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Division euclidienne

E.1

1) Compléter les pointillés ci-dessous en utilisant des entiers :

   a) $87 = \ldots \times 4 + 7$ b) $87 = \ldots \times 4 + 3$

   c) $87 = \ldots \times 4 - 1$ d) $87 = 23 \times 4 + \ldots$

2) Parmi les égalités ci-dessous, laquelle représente la division euclidienne de 87 par 4?

E.2 Parmi les égalités suivantes, quelle égalité représente la division euclidienne de 375 par 14?

a) $375 = 25 \times 14 + 25$ b) $375 = 26 \times 14 + 11$

c) $375 = 27 \times 14 - 3$

E.3 Pour chaque question, déterminer l'égalité exprimant la division euclidienne de a par b :

a) $a = 29$; $b = 29$ b) $a = 65$; $b = 120$

2. Diviseurs d'un nombre

E.4

1) a) Donner les six diviseurs du nombre 12.

   b) Donner tous les diviseurs du nombre 27.

2) Quels sont les diviseurs communs aux entiers 12 et 27?

E.5

1) Donner les huit diviseurs de l'entier 30 et les huit diviseurs de l'entier 24.

2) Quels sont les diviseurs communs aux entiers 30 et 24?

3. Nombres premiers

E.6 Indiquer en justifiant si l'affirmation suivante est vraie ou fausse.

Affirmation : "*Le nombre* 231 *est un nombre premier*"

E.7 Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme :

$588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$

Quels sont ses diviseurs premiers? C'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588.

E.8 *Dans cet exercice, une question est posée et une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer la bonne réponse et justifier votre choix.*

Les nombres 23 et 37 :

a) sont premiers b) sont divisibles par 3.

c) n'ont aucun diviseur commun d) sont pairs.

E.9 *Dire si l'affirmation, en justifiant, est vraie ou fausse.*

Affirmation : Pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, l'entier $2^n - 1$ est un nombre premier.

E.10

1) Donner trois couples d'entiers premiers dont la somme est un entier premier.

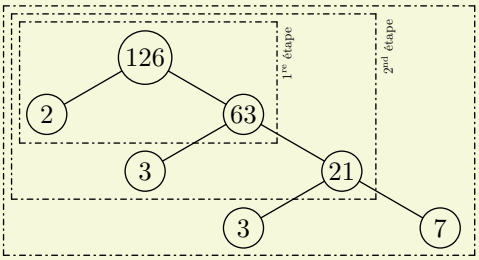
2) Quelle particularité possède chacun de ces couples? Justifier votre réponse.

4. Décomposition en produit de facteurs premiers

E.11

CC BY-NC

Exemple : pour déterminer la décomposition de l'entier 126 en produit de facteurs premiers, on utilise l'algorithme suivant qui est schématisé dans le diagramme ci-dessous :

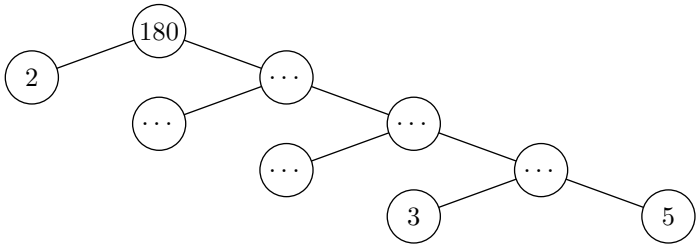


- On cherche un diviseur premier de 126 : par exemple 2.
  On obtient l'égalité : $126 = 2\times63$
- On cherche un diviseur premier de 63 : par exemple 3.
  On obtient l'égalité : $126 = 2\times3\times21$
- On cherche un diviseur premier de 21 : par exemple 3.
  On obtient l'égalité : $126 = 2\times3\times3\times7$
- On s'arrête puisque 7 est aussi un nombre premier.

Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers ci-dessous :

(a) 45 (b) 140 (c) 196

E.12 Compléter le diagramme ci-dessous afin d'obtenir la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 180 :



E.13

1. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des entiers suivants : 18 ; 30 ; 45
2. En utilisant la question précédente, simplifier les fractions suivantes : :
   (a) $\frac{30}{45}$ (b) $\frac{18}{30}$ (c) $\frac{18}{45}$

E.14

1. Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.
2. Quels sont ses diviseurs premiers?

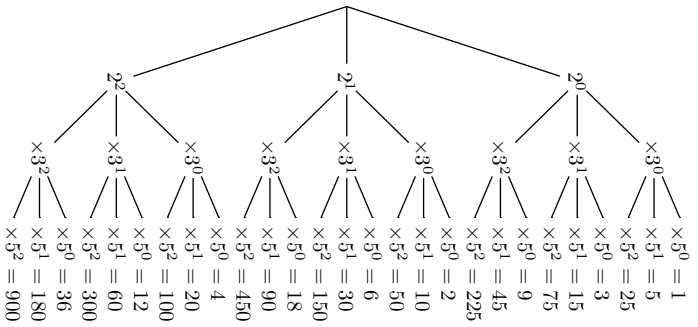
5. *Ensemble des diviseurs*

E.15 On considère l'entier A valant 60.

1. Déterminer la valeur des entiers m, n, p positifs vérifiant l'égalité : $60 = 2^m\times3^n\times5^p$
2. Parmi les nombres suivants, citer les diviseurs de A :
   2 ; 2^2 ; 2^3 ; 3×5^2 ; $3^2\times5$

E.16

1. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 90.
2. L'arbre ci-dessous représente tous les nombres s'écrivant sous la forme $2^i\times3^j\times5^k$ où les entiers i, j, k ont des valeurs allant de 0 à 2.



Donner l'ensemble des diviseurs du nombre 90.

Indication : on hachurera les parties de branches ne représentant pas des diviseurs de 180.

E.17

1. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de l'entier 30.
2. En déduire la liste des huit diviseurs de l'entier 30.

E.18 Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

6. *Utilisation du plus grand diviseur commun*

E.19 Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième. Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes. Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.

1. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90.
2. Trouver tous les entiers qui divisent à la fois les nombres

CC BY-NC

126 et 90.

3. En déduire le plus grand nombre de groupes que le professeur pourra constituer.
Combien de filles et de garçons y aura-t-il alors dans chaque groupe?

E.20
1. Décomposer les nombres 162 et 108 en produits de facteurs premiers.
2. Donner au moins un diviseur commun aux nombres 162 et 108 strictement supérieur à 10 *(trois réponses sont possibles)*
3. Un snack vend des barquettes composées de nems et de samoussa.
Le cuisinier a préparé 162 nems et 108 samossas.
Dans chaque barquette :
   - le nombre de nems doit être le même.
   - le nombre samossas doit être le même.

   Tous les nems et tous les samossas doivent être utilisés.

   a. Le cuisinier peut-il réaliser 36 barquettes?
   b. Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser?
   c. Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samossas dans chaque barquette?

7. *Nombres premiers entre eux*

E.21

Définition : soit a et b deux entiers non-nuls. On dit que les entiers a et b sont premiers entre eux si l'entier 1 est le seul diviseur commun à a et b.

Proposition : soit a et b deux entiers non-nuls. Si les entiers a et b n'admettent aucun entier premier comme diviseur commun alors les entiers a et b sont premiers entre eux.

Exemple : considérons : $a=24$; $b=35$
On a les décomposition en produit d'entiers premiers :
$a = 2^3\times 3$; $b = 5\times 7$
Les entiers a et b n'admettent aucun entier premier comme diviseur commun. On en déduit que les entiers 24 et 35 sont premiers entre eux.

Parmi les couples d'entiers ci-dessous, lesquels forment un couple d'entiers premiers entre eux :

a. (32 ; 81) b. (28 ; 21) c. (17 ; 36)

E.22 Quel est le nombre réalisant les trois conditions suivantes :

- Je suis un nombre s'écrivant $15x$ où x est un chiffre compris entre 0 et 9.
- Je suis premier avec l'entier 126.
- Je ne suis pas un entier premier.

Indication : voici les entiers premiers inférieurs à 200 :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97 ; 101 ; 103 ; 107 ; 109 ; 113 ; 127 ; 131 ; 137 ; 139 ; 149 ; 151 ; 157 ; 163 ; 167 ; 173 ; 179 ; 181 ; 191 ; 193 ; 197 ; 199

8. *Fractions irréductibles*

E.23

Définition : soit a et b deux entiers où $b\neq 0$. La fraction $\frac{a}{b}$ est dite **irréductible** si les entiers a et b sont premiers entre eux.

Parmi les fractions ci-dessous, lesquelles sont données sous leur forme irréductible :

a. $\frac{15}{27}$ b. $\frac{14}{27}$ c. $\frac{36}{15}$ d. $\frac{49}{64}$

E.24

Donnée utile. Le début de la liste ordonnée des nombres premiers est :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

1. Décomposer 140 et 870 en produit de nombres premiers.
2. En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{140}{870}$.

E.25 *Pour la question posée, une seule des trois réponses proposées est exacte. Préciser laquelle et justifier votre choix.*

La forme irréductible de la fraction $\frac{882}{1\,134}$ est :

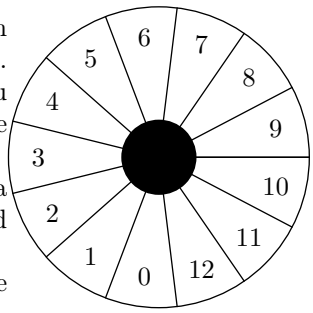
a. $\frac{14}{9}$ b. $\frac{63}{81}$ c. $\frac{7}{9}$

E.26
1. a. Donner la liste des diviseurs des huit diviseurs de l'entier 30 et des huit diviseurs de l'entier 24.
   b. Quels sont les diviseurs communs aux entiers 30 et 24?
2. Écrire la fraction $\frac{30}{24}$ sous la forme d'une fraction irréductible
3. Effectuer le calcul suivant : $\frac{30}{24}-\frac{3}{4}$

CC BY-NC

9. *Nombres premiers et probabilités*

E.27



On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12.
On lance la boule sur le plateau, la boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée.
La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.

1. Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8?
2. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur laquelle la boule s'arrête soit un nombre impair?
3. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur laquelle la boule s'arrête soit un nombre premier?

E.28 Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard dans le sac.
Tous résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Quelle est la probabilité de tirer la boule numérotée 13?
2. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair?
3. A-t-on plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4?
4. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un nombre premier?

10. *Approfondissement : un peu d'arithmétique*

E.29

1. a. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 2 744.
   b. En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de $2\,744^2$.
   c. À l'aide de cette décomposition, trouver x tel que : $x^3 = 2\,744^2$
2. Soient a et b deux nombres entiers supérieurs à 2 tels que $a^3 = b^2$.
   a. Calculer b lorsque $a = 100$.
   b. Déterminer deux nombres entiers a et b supérieurs à 2 et inférieurs à 10 qui vérifient l'égalité $a^3 = b^2$.

E.30 La somme de deux multiples de 5 est toujours un multiple de 5.

CC BY-NC