

# Seconde/Vecteurs colinéaires

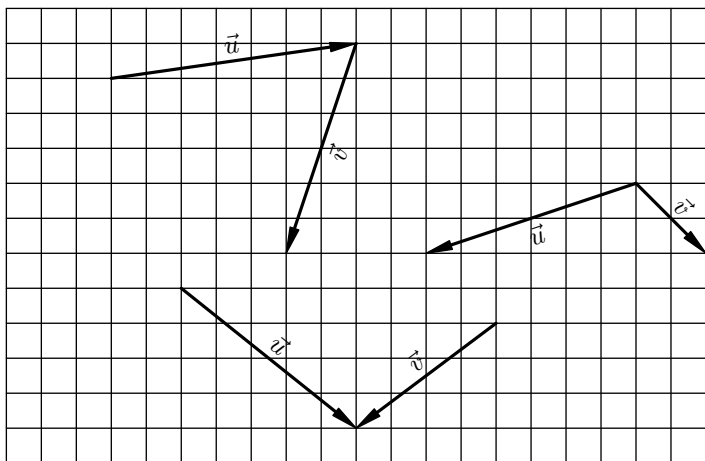
## 1. Multiplications par un reel :

### Exercice 524

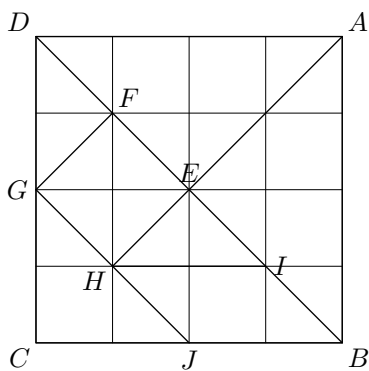
Par analogie avec les nombres relatifs, on définit la soustraction des vecteurs à l'aide de l'addition de l'opposé. Ainsi, on définit la soustraction du vecteur  $\vec{u}$  par le vecteur  $\vec{v}$  par :

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

1. Pour tout vecteur  $\vec{u}$  du plan, que peut-on dire de :  $\vec{u} - \vec{u}$  ?
2. Dans chacun des trois cas ci-dessous, dessiner un représentant de la soustraction :  $\vec{u} - \vec{v}$



### Exercice 495



Déterminer un représentant de chacune des sommes ci-dessous :

1.  $\vec{EI} - \vec{GF}$
2.  $\vec{HE} + \vec{BI} - \vec{JF}$
3.  $\vec{FG} - \vec{IF} - \vec{GE}$

### Exercice 484

Soient  $A$  et  $B$  deux points du plan, on note  $I$  le milieu du segment  $[AB]$

1. Compléter les pointillés pour vérifier la relation vectorielle suivante :  $\vec{AI} + \vec{AI} = A \dots$

2. Recopier et compléter avec les mots "double" et "moitié" les phrases suivantes :

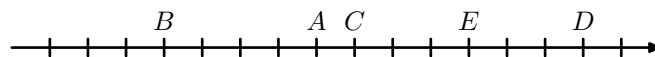
a.  $\vec{AI}$  est ... de  $\vec{AB}$       b.  $\vec{AB}$  est ... de  $\vec{AI}$

3. En rapport avec la question précédente, compléter les pointillés avec le nombre adéquat :

a.  $\vec{AI} = \dots \vec{AB}$       b.  $\vec{AB} = \dots \vec{AI}$

### Exercice 515

Sur une droite graduée, on place les points  $A, B, C, D, E$  :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre  $k$  vérifiant l'égalité :

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a. $\vec{BC} = k \cdot \vec{AC}$ | b. $\vec{ED} = k \cdot \vec{AC}$ |
| c. $\vec{AC} = k \cdot \vec{CA}$ | d. $\vec{ED} = k \cdot \vec{CA}$ |
| e. $\vec{EA} = k \cdot \vec{AB}$ | f. $\vec{AC} = k \cdot \vec{BA}$ |

### Exercice 485

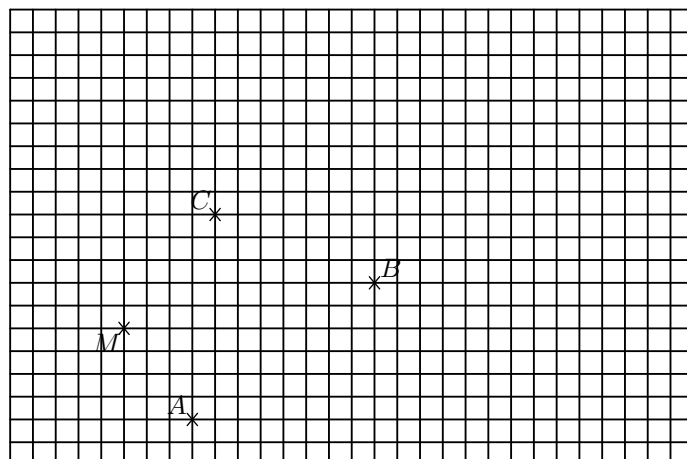
Soit  $ABC$  un triangle quelconque. Placer les points  $D$  et  $E$  vérifiant les relations vectorielles suivantes :

$$\vec{AD} = 2 \cdot \vec{AB} \quad ; \quad \vec{AE} = 2 \cdot \vec{AC}$$

Comparer  $\vec{BC}$  et  $\vec{DE}$ . Justifier.

### Exercice 2917

Dans le plan, représenté ci-dessous muni d'un quadrillage, on considère les points  $A, B, C, M$  :



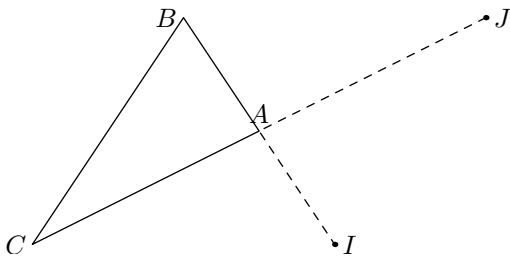
Donner un représentant du vecteur  $\vec{u}$  défini par la relation :

$$\vec{u} = 2 \cdot \vec{AB} + \vec{CB} - \vec{AC}$$

- Placer le point  $N$  tel que:  $\overrightarrow{MN} = \vec{u}$ .
- On définit le vecteur  $\vec{v}$  défini par:  $\vec{v} = \vec{CB} + \frac{1}{3} \cdot \vec{AC}$   
Montrer que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

### Exercice 5153

Dans le plan, on considère le triangle quelconque  $ABC$ . On note respectivement  $I$  et  $J$  les symétriques respectifs de  $B$  et de  $C$  par rapport à  $A$ :

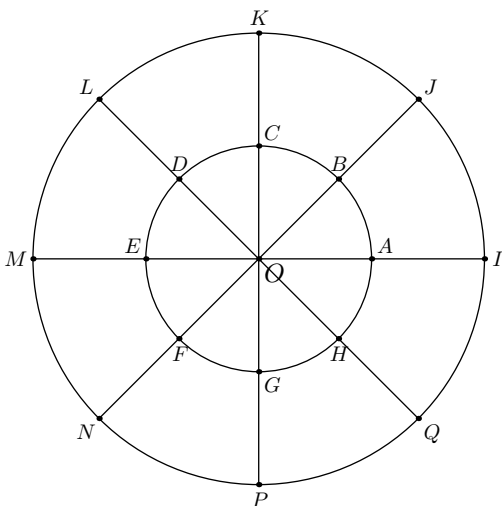


Exprimer en fonctions des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  les vecteurs suivants:

- a.  $\vec{IA}$     b.  $\vec{AJ}$     c.  $\vec{BC}$     d.  $\vec{CB}$     e.  $\vec{IJ}$

### Exercice 6544

On considère les deux cercle concentriques de centre  $O$  et dont le rayon de l'un est le double de l'autre:



- Justifier l'égalité vectorielle:  $\vec{LJ} = 2 \cdot \vec{DB}$
- Sans justification, compléter les égalités:
  - $\vec{ED} = \dots = \frac{1}{2} \cdot \dots = \frac{1}{2} \cdot \dots$
  - $\vec{FB} = 2 \cdot \dots = 2 \cdot \dots = \frac{1}{2} \cdot \dots$

## 2. Propriétés algébriques et coordonnées :

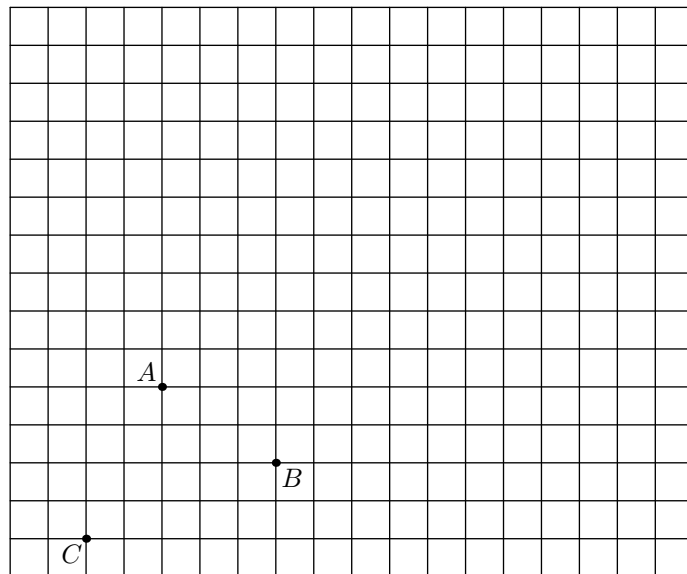
### Exercice 516

On considère le plan muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  quelconque et les trois points suivants déterminés par leurs coordonnées:

$$A(2; 1) \quad ; \quad B(3; 2) \quad ; \quad C(-1; -1)$$

### Exercice 4812

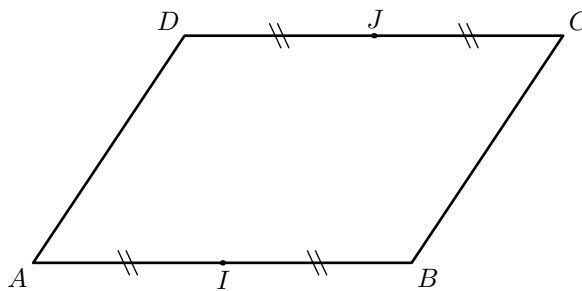
On considère les trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  présentés dans le quadrillage ci-dessous:



- Placer le point  $M$  vérifiant la relation vectorielle:  $\vec{AM} = 2 \cdot \vec{CA}$
  - Placer le point  $N$  vérifiant la relation vectorielle:  $\vec{AN} = \vec{AB} + 2 \cdot \vec{CB}$
- Démontrer, à l'aide du calcul vectoriel, que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{MN}$  sont deux vecteurs colinéaires.

### Exercice 4813

On considère le parallélogramme  $ABCD$  représenté ci-dessous où les points  $I$  et  $J$  sont les milieux respectifs des segments  $[AB]$  et  $[CD]$ .



Pour chaque question, donner sans justification un vecteur égal à l'expression proposée:

- a.  $\vec{AD} + \vec{IB}$     b.  $\vec{AI} + \vec{CJ}$     c.  $2 \cdot \vec{AJ} + 2 \cdot \vec{CB}$

- Déterminer les coordonnées du vecteur  $3 \cdot \vec{AB}$ .
  - Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que:  $\vec{AD} = 3 \cdot \vec{AB}$ .
- Déterminer les coordonnées du vecteur définie par l'expression:  $2 \cdot \vec{AB} - 4 \cdot \vec{AC}$

b. Déterminer les coordonnées du point  $E$  vérifiant la relation :  $\overrightarrow{AE} = 2 \cdot \overrightarrow{AB} - 4 \cdot \overrightarrow{AC}$

3. Déterminer les coordonnées du point  $F$  tels que :  $ABCF$  soit un parallélogramme.

**Exercice 518** 

On considère le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé d'unité graphique 1 cm.

1. Construire le repère et placer les points  $A, B$  et  $C$  de coordonnées respectives  $(-2; 1), (0; 3)$  et  $(3; 0)$ .

2. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .

b. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

3. En déduire les coordonnées du point  $D$  vérifiant la relation :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

4. Justifier que le quadrilatère  $ABDC$  est un parallélogramme.

**Exercice 8201** 

On considère le plan muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . On considère les trois points  $A, B, C$  vérifiant les relations suivantes :

$$2\overrightarrow{OA}(4;6) ; 3\overrightarrow{AB}(9;3) ; 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{OB} = \vec{u}$$

où le vecteur  $\vec{u}$  a pour coordonnées :  $\vec{u}(3;3)$

Déterminer les coordonnées des points  $A, B$  et  $C$ .

**3. Propriétés algébriques et recherche des coordonnées d'un point :**

**Exercice 307**  

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère les trois points  $A, B$  et  $C$  de coordonnées :

$$A(2; 1) ; B(-1; 3) ; C(0; -2) ; D(4; 4)$$

1. a. Déterminer les coordonnées du point  $M$  vérifiant la relation vectorielle suivante :

$$\overrightarrow{CM} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$$

b. Montrer que les points  $M, B$  et  $D$  sont alignés.

2. a. Déterminer les coordonnées du point  $N$  vérifiant la relation vectorielle suivante :

$$4 \cdot \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{BN} - 2 \cdot \overrightarrow{CN} = \vec{0}$$

b. Montrer que les points  $N, B$  et  $D$  sont alignés.

**4. Colinéarité de vecteurs :**

**Exercice 520** 

Dans le cas de deux vecteurs colinéaires  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , il existe un réel  $k$  établissant l'égalité :

$$\vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

Le réel  $k$  s'appelle le coefficient de colinéarité du vecteur  $\vec{u}$  par rapport au vecteur  $\vec{v}$

1. Pour chaque question, déterminer le coefficient de colinéarité de  $\vec{u}$  par rapport à  $\vec{v}$  :

- a.  $2 \cdot \vec{u} = 3 \cdot \vec{v}$       b.  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$
- c.  $\frac{1}{2} \cdot \vec{u} = \frac{3}{4} \cdot \vec{v}$       d.  $3 \cdot \vec{u} - 2 \cdot \vec{v} = \vec{0}$
- e.  $3 \cdot (\vec{u} - 2 \cdot \vec{v}) = \vec{0}$       f.  $-2 \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = 2 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v}$

2. Pour chaque question, citer les couples de vecteurs colinéaires et le coefficient associé de colinéarité de  $\vec{u}$  par rapport à  $\vec{v}$  :

- a.  $\vec{u}(-1; 2)$  ;  $\vec{v}(4; -8)$
- b.  $\vec{u}(3; 2)$  ;  $\vec{v}(9; 4)$
- c.  $\vec{u}(2; 3)$  ;  $\vec{v}(4, 2; 6, 3)$
- d.  $\vec{u}(0, 7; 4, 1)$  ;  $\vec{v}(-2, 8; 16, 4)$

**Exercice 517** 

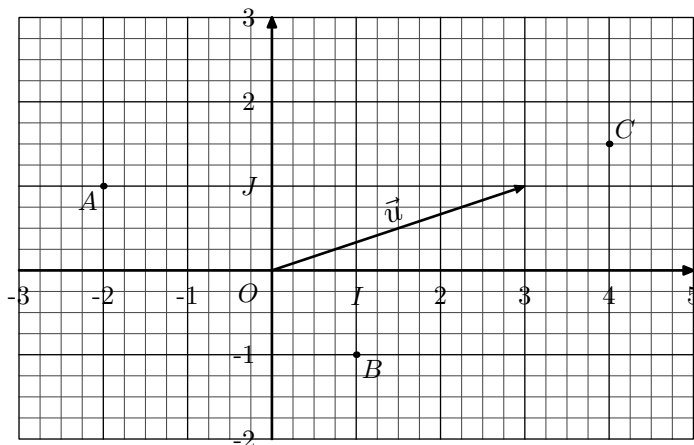
Dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , on considère les points :

$$A(3; -5) ; B(-2; 0) ; C(147; -13) ; D(-53; 187)$$

Etablir que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

**Exercice 6624** 

On munit le plan d'un repère  $(O; I; J)$  et on considère les points  $A, B$  et  $C$  ci-dessous :



1. a. Donner les coordonnées des points  $A, B$  et  $C$ .

b. Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .

- c. En déduire les coordonnées du vecteur  $\vec{v}$  défini par :  

$$\vec{v} = \vec{AB} + 2 \cdot \vec{BC}$$

2. Justifier que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

**Exercice 8202**



Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère les

cinq points :

$$A(3; -2); B(11; -14); C(-3; 1); D(5; 3); E(12; -19)$$

Parmi les quatre vecteurs ci-dessous, un seul est colinéaire au vecteur  $\vec{AB}$  :

$$\vec{BC}; \vec{CD}; \vec{DE}; \vec{CE}$$

Lequel? Justifier votre réponse.

**5. Colinéarité et recherche des coordonnées d'un point :**

**Exercice 6625**



On considère le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ .  
 Soit  $A, B$  et  $C$  trois points du plan de coordonnées respectives:  $(-3; -1)$  ;  $(2; 2)$  ;  $(4; 0)$

Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  soient parallèles et que le point  $D$  ait  $-4$  pour ordonnées.

**Exercice 8200**



On considère le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ .  
 Soit  $A, B$  et  $C$  trois points du plan de coordonnées respectives:  $(4; -1)$  ;  $(1; 3)$  ;  $(1; -2)$

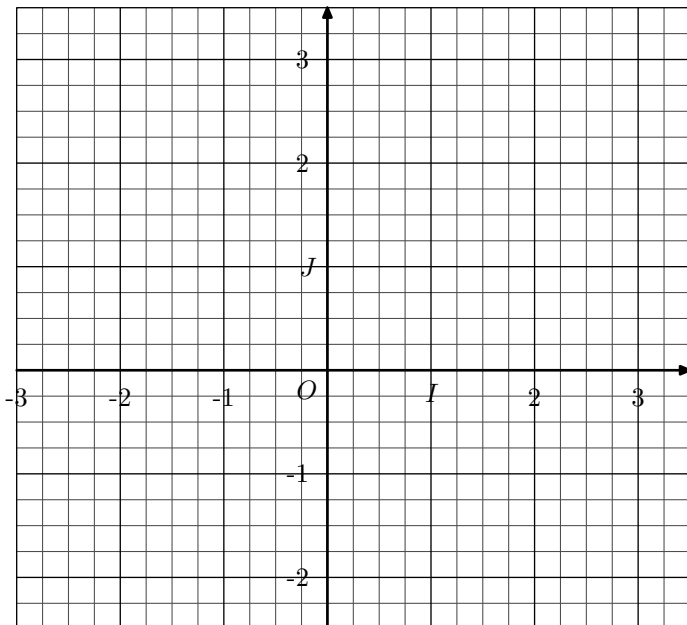
Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  soient parallèles et que le point  $D$  ait 3 pour abscisse.

**6. Droites affines et vecteurs directeurs H :**

**Exercice 552**



On munit le plan d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé :



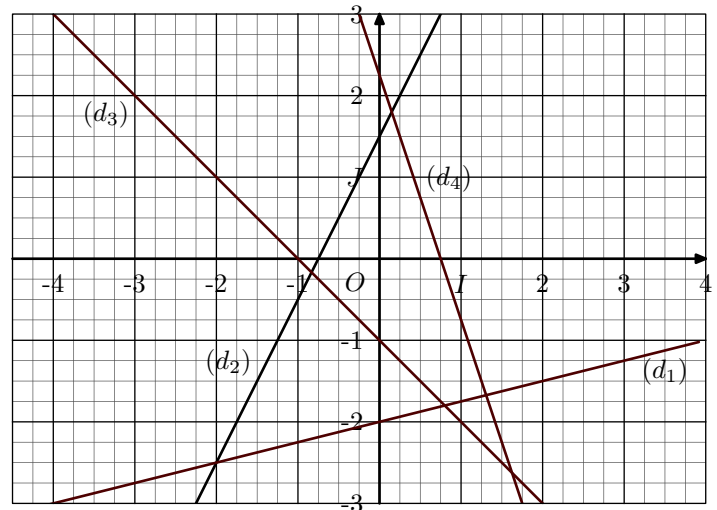
- On considère la droite  $(d)$  passant par les deux points :  
 $A(-1; -2)$  ;  $B(3; 3)$ 
  - Tracer la droite  $(d)$ .
  - Déterminer le coefficient directeur de la droite  $(d)$ .
  - On note  $a$  le coefficient directeur de la droite  $(d)$ .  
 Tracer un représentant du vecteur  $\vec{u}(1; a)$
  - Que remarque-t-on?
- On considère la droite  $(\Delta)$  dont l'équation réduite est :  
 $(\Delta) : y = -\frac{3}{2} \cdot x + 1$

- En déterminant les coordonnées de deux points  $C$  et  $D$  quelconque de  $(\Delta)$ , tracer la droite  $(\Delta)$ .
- Tracer un représentant du vecteur  $\vec{v}(1; -\frac{3}{2})$
- Etablir que les vecteur  $\vec{v}$  et  $\vec{CD}$  sont colinéaires?

**Exercice 541**



Dans le plan muni du repère  $(O; I; J)$ , on considère les quatre droites ci-dessous :



- On considère  $A$  et  $B$  deux points quelconques de la droite  $(d_1)$ . Déterminer le coefficient directeur de la droite  $(d_1)$ .
  - Parmi les vecteurs suivants, citer le vecteur ayant même direction que la droite  $(d_1)$  :

$$\vec{u}(1;4) \quad ; \quad \vec{v}\left(1;-\frac{1}{2}\right) \quad ; \quad \vec{w}\left(1;\frac{1}{4}\right)$$

$$\vec{r}\left(1;-\frac{1}{4}\right) \quad ; \quad \vec{s}\left(1;\frac{1}{2}\right)$$

2. Pour chacune des droites  $(d_2)$ ,  $(d_3)$ ,  $(d_4)$ , donner, sans justification, le vecteur ayant 1 pour abscisse et de même direction que la droite.

### Exercice 546



On considère le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé.

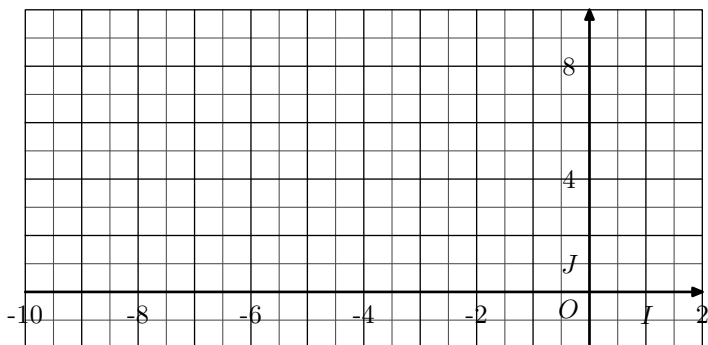
Pour chacune des questions, déterminer l'équation de la droite passant par le point  $M$  et ayant le vecteur  $\vec{u}$  pour vecteur directeur :

## 255. Exercices non-classés :

### Exercice 971



On considère le plan rapporté au repère orthonormé  $(O; I; J)$  :



a.  $M(0;2); \vec{u}\left(1;\frac{1}{2}\right)$

b.  $M\left(0;-\frac{3}{2}\right); \vec{u}(2;1)$

c.  $M(1;2); \vec{u}(3;2)$

d.  $M(-4;1); \vec{u}(-2;1)$

### Exercice 2904



Associer à chacune des équations de droite ci-dessous :

1.  $y = 2x + 1$

2.  $y = -\frac{3}{2}x - 2$

3.  $-2x - y + 3 = 0$

4.  $y = \frac{2}{3}x + 1$

5.  $y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{2}$

6.  $-x + 3y - 2 = 0$

un vecteur directeur parmi :

a.  $\vec{u}(3;2)$

b.  $\vec{v}(-2; -4)$

c.  $\vec{w}(-2;4)$

d.  $\vec{r}\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{6}\right)$

e.  $\vec{s}(6;1)$

f.  $\vec{t}(-4;6)$

1. Placer les points  $A(-7;1)$  et  $B(1;7)$ .

2. a. Quelles sont les coordonnées des vecteurs  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{AB}$ .

Démontrer que  $AOB$  est un triangle rectangle isocèle.

- b. Soit  $\mathcal{C}$  le cercle circonscrit au triangle  $AOB$ .

Calculer les coordonnées de son centre  $S$  et de son rayon.

3. On note  $f$  la fonction affine définie par :

$$f(-7) = 1 \quad ; \quad f(1) = 7$$

- a. Déterminer l'expression algébrique de  $f$ .

- b. Dans le repère ci-dessus, donner la représentation graphique de la fonction  $f$ ?