

# Seconde/Vecteurs colinéaires

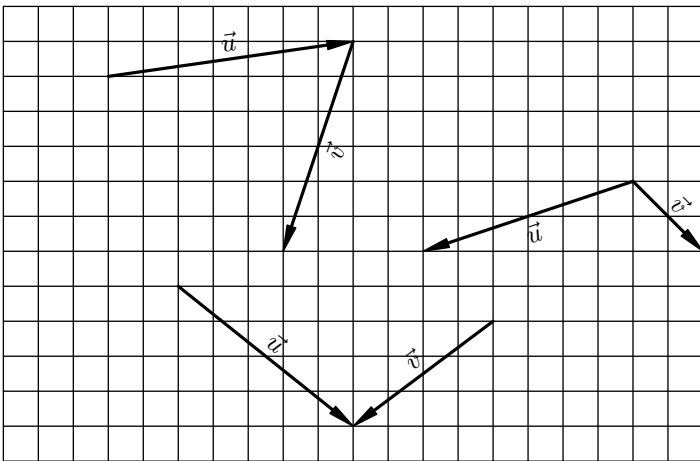
## 1. Multiplications par un reel :

### Exercice 524

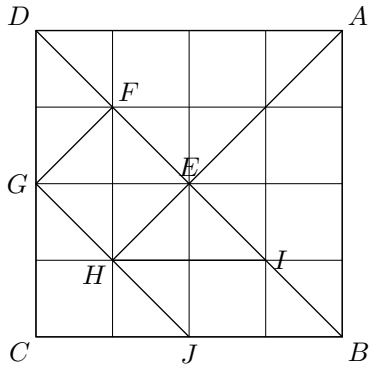
Par analogie avec les nombres relatifs, on définit la soustraction des vecteurs à l'aide de l'addition de l'opposé. Ainsi, on définit la soustraction du vecteur  $\vec{u}$  par le vecteur  $\vec{v}$  par :

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

1. Pour tout vecteur  $\vec{u}$  du plan, que peut-on dire de :  
 $\vec{u} - \vec{u}$ ?
2. Dans chacun des trois cas ci-dessous, dessiner un représentant de la soustraction :  
 $\vec{u} - \vec{v}$



### Exercice 495



- Déterminer un représentant de chacune des sommes ci-dessous :
1.  $\vec{EI} - \vec{GF}$
  2.  $\vec{HE} + \vec{BI} - \vec{JF}$
  3.  $\vec{FG} - \vec{IF} - \vec{GE}$

### Exercice 484

Soient  $A$  et  $B$  deux points du plan, on note  $I$  le milieu du segment  $[AB]$

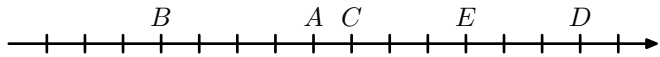
1. Compléter les pointillés pour vérifier la relation vectorielle suivante :

$$\vec{AI} + \vec{AI} = \vec{A} \dots$$

2. Recopier et compléter avec les mots "double" et "moitié" les phrases suivantes :  
 a.  $\vec{AI}$  est ... de  $\vec{AB}$       b.  $\vec{AB}$  est ... de  $\vec{AI}$
3. En rapport avec la question précédente, compléter les pointillés avec le nombre adéquat :  
 a.  $\vec{AI} = \dots \vec{AB}$       b.  $\vec{AB} = \dots \vec{AI}$

### Exercice 515

Sur une droite graduée, on place les points  $A, B, C, D, E$  :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre  $k$  vérifiant l'égalité :

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a. $\vec{BC} = k \cdot \vec{AC}$ | b. $\vec{ED} = k \cdot \vec{AC}$ |
| c. $\vec{AC} = k \cdot \vec{CA}$ | d. $\vec{ED} = k \cdot \vec{CA}$ |
| e. $\vec{EA} = k \cdot \vec{AB}$ | f. $\vec{AC} = k \cdot \vec{BA}$ |

### Exercice 485

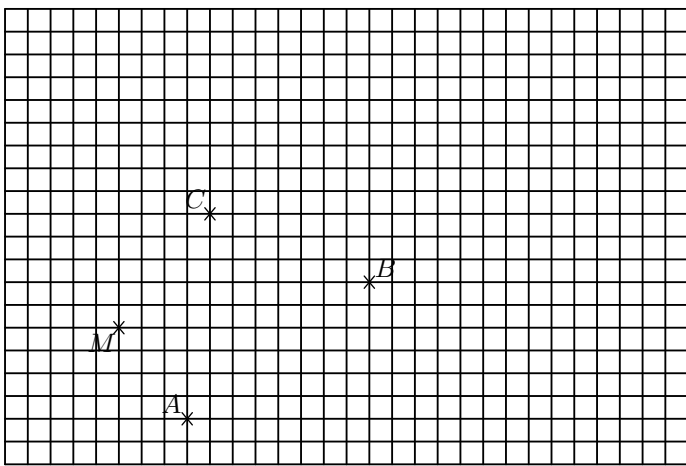
Soit  $ABC$  un triangle quelconque. Placer les points  $D$  et  $E$  vérifiant les relations vectorielles suivantes :

$$\vec{AD} = 2 \cdot \vec{AB} \quad ; \quad \vec{AE} = 2 \cdot \vec{AC}$$

Comparer  $\vec{BC}$  et  $\vec{DE}$ . Justifier.

### Exercice 2917

Dans le plan, représenté ci-dessous muni d'un quadrillage, on considère les points  $A, B, C, M$  :



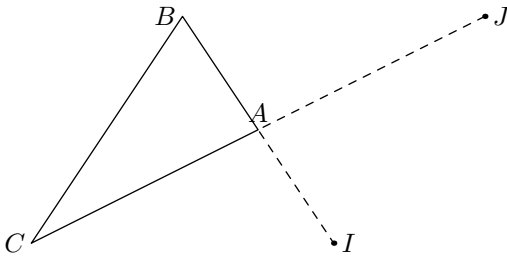
Donner un représentant du vecteur  $\vec{u}$  défini par la relation :

$$\vec{u} = 2 \cdot \vec{AB} + \vec{CB} - \vec{AC}$$

- Placer le point  $N$  tel que :  $\vec{MN} = \vec{u}$ .
- On définit le vecteur  $\vec{v}$  défini par :  $\vec{v} = \vec{CB} + \frac{1}{3} \cdot \vec{AC}$   
Montrer que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

**Exercice 5153**

Dans le plan, on considère le triangle quelconque  $ABC$ . On note respectivement  $I$  et  $J$  les symétriques respectifs de  $B$  et de  $C$  par rapport à  $A$  :

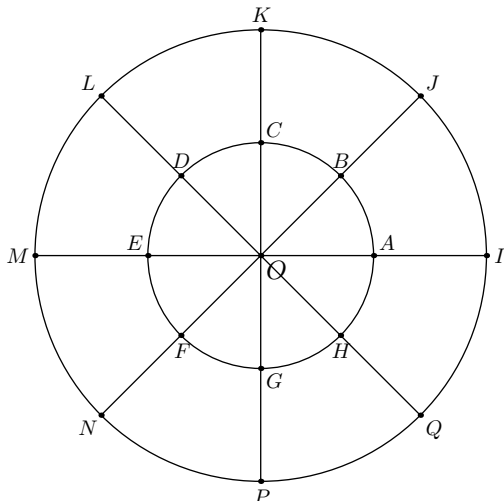


Exprimer en fonctions des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  les vecteurs suivants :

- a.  $\vec{IA}$     b.  $\vec{AJ}$     c.  $\vec{BC}$     d.  $\vec{CB}$     e.  $\vec{IJ}$

**Exercice 6544**

On considère les deux cercles concentriques de centre  $O$  et dont le rayon de l'un est le double de l'autre :



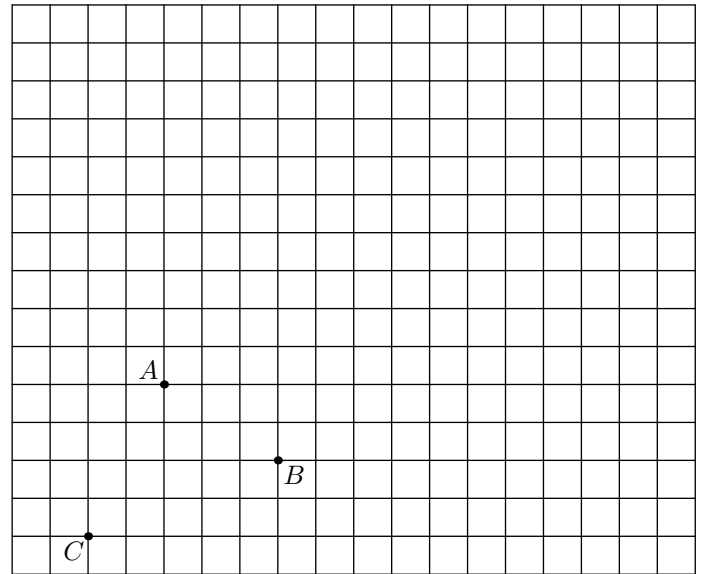
1. Justifier l'égalité vectorielle :  $\vec{LJ} = 2 \cdot \vec{DB}$

2. Sans justification, compléter les égalités :

- a.  $\vec{ED} = \dots = \frac{1}{2} \dots = \frac{1}{2} \dots$   
 b.  $\vec{FB} = 2 \dots = 2 \dots = \frac{1}{2} \dots$

**Exercice 4812**

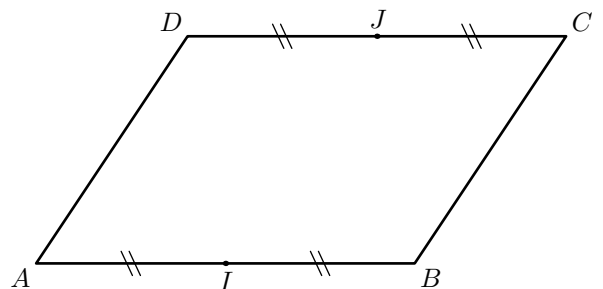
On considère les trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  présentés dans le quadrillage ci-dessous :



- Placer le point  $M$  vérifiant la relation vectorielle :  $\vec{AM} = 2 \cdot \vec{CA}$
  - Placer le point  $N$  vérifiant la relation vectorielle :  $\vec{AN} = \vec{AB} + 2 \cdot \vec{CB}$
- Démontrer, à l'aide du calcul vectoriel, que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{MN}$  sont deux vecteurs colinéaires.

**Exercice 4813**

On considère le parallélogramme  $ABCD$  représenté ci-dessous où les points  $I$  et  $J$  sont les milieux respectifs des segments  $[AB]$  et  $[CD]$ .



Pour chaque question, donner sans justification un vecteur égal à l'expression proposée :

- a.  $\vec{AD} + \vec{IB}$     b.  $\vec{AI} + \vec{CJ}$     c.  $2 \cdot \vec{AJ} + 2 \cdot \vec{CB}$

## 2. Coordonnées et propriétés algébriques :

### Exercice 516

On considère le plan muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  quelconque et les trois points suivants déterminés par leurs coordonnées :

$$A(2;1) \quad ; \quad B(3;2) \quad ; \quad C(-1;-1)$$

- Déterminer les coordonnées du vecteur  $3 \cdot \vec{AB}$ .
  - Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que :  $\vec{AD} = 3 \cdot \vec{AB}$ .
- Déterminer les coordonnées du vecteur définie par l'expression :  $2 \cdot \vec{AB} - 4 \cdot \vec{AC}$
  - Déterminer les coordonnées du point  $E$  vérifiant la relation :  $\vec{AE} = 2 \cdot \vec{AB} - 4 \cdot \vec{AC}$

## 3. Colinéarité de vecteurs :

### Exercice 520

Dans le cas de deux vecteurs colinéaires  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , il existe un réel  $k$  établissant l'égalité :

$$\vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

Le réel  $k$  s'appelle le coefficient de colinéarité du vecteur  $\vec{u}$  par rapport au vecteur  $\vec{v}$

- Pour chaque question, déterminer le coefficient de colinéarité de  $\vec{u}$  par rapport à  $\vec{v}$  :
  - $2 \cdot \vec{u} = 3 \cdot \vec{v}$
  - $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$
  - $\frac{1}{2} \cdot \vec{u} = \frac{3}{4} \cdot \vec{v}$
  - $3 \cdot \vec{u} - 2 \cdot \vec{v} = \vec{0}$
  - $3 \cdot (\vec{u} - 2 \cdot \vec{v}) = \vec{0}$
  - $-2 \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = 2 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v}$
- Pour chaque question, citer les couples de vecteurs colinéaires et le coefficient associé de colinéarité de  $\vec{u}$  par rapport à  $\vec{v}$  :
  - $\vec{u}(-1;2) \quad ; \quad \vec{v}(4;-8)$
  - $\vec{u}(3;2) \quad ; \quad \vec{v}(9;4)$
  - $\vec{u}(2;3) \quad ; \quad \vec{v}(4,2;6,3)$
  - $\vec{u}(0,7;4,1) \quad ; \quad \vec{v}(-2,8;16,4)$

### Exercice 517

- Déterminer les coordonnées du point  $F$  tels que :  $ABCF$  soit un parallélogramme.

### Exercice 518

On considère le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé d'unité graphique 1 cm.

- Construire le repère et placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  de coordonnées respectives  $(-2;1)$ ,  $(0;3)$  et  $(3;0)$ .
- Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .
  - Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{AB} + \vec{AC}$ .
- En déduire les coordonnées du point  $D$  vérifiant la relation :  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$
- Justifier que le quadrilatère  $ABDC$  est un parallélogramme.

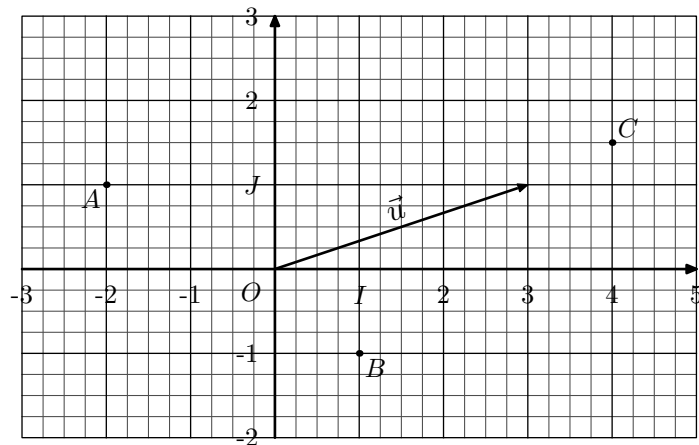
Dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , on considère les points :

$$A(3;-5) \quad ; \quad B(-2;0) \quad ; \quad C(147; -13) \quad ; \quad D(-53;187)$$

Etablir que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

### Exercice 6624

On munit le plan d'un repère  $(O; I; J)$  et on considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ci-dessous :

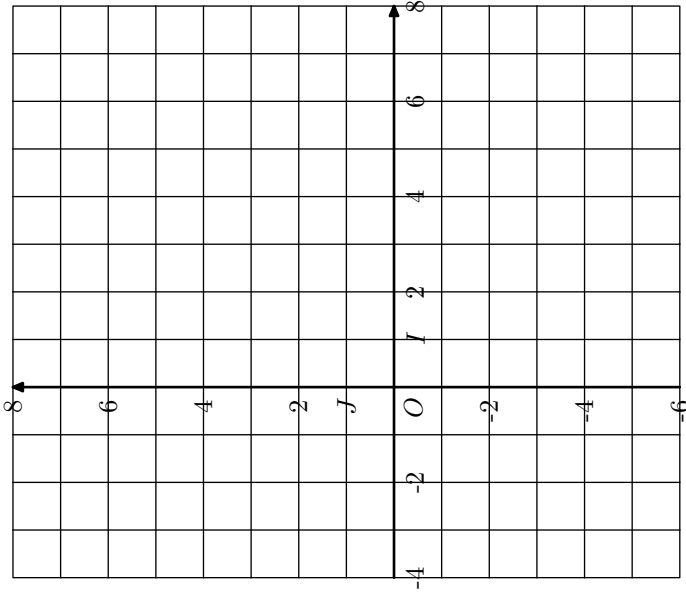


- Donner les coordonnées des points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
  - Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{BC}$ .
  - En déduire les coordonnées du vecteur  $\vec{u}$  défini par :  $\vec{v} = \vec{AB} + 2 \cdot \vec{BC}$
- Justifier que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires.

## 4. Recherche des coordonnées d'un point :

**Exercice 2774**

On munit le plan d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé :



On considère les trois points  $A, B, C$  de coordonnées respectives  $(2; -2), (-3; 4), (2; 1)$ .

- Considérons le point  $D$  tel que le quadrilatère  $ABCD$  soit un parallélogramme; notons  $(x_D; y_D)$  les coordonnées du point  $D$ :
  - Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$ .
  - Justifier que les coordonnées du point  $D$  vérifient les deux égalités suivantes:  
 $2 - x_D = -5$  ;  $1 - y_D = 6$
  - En déduire les coordonnées du point  $D$ .
  - En utilisant le quadrillage de votre cahier, créer un repère et y placer les points pour vérifier votre résultat.
- En utilisant une méthode équivalente, déterminer les coordonnées du point  $E$  tel que  $ACEB$  soit un parallélogramme.

**Exercice 920**

Dans un repère  $(O; I; J)$  orthonormé, on considère les points :

$$A(1; 2) ; B(-1; 4) ; C(-2; 1)$$

On considère un point  $K$  tel que  $ACBK$  soit un parallélogramme :

- Donner une relation vectorielle caractérisant le point  $K$ .
- Déterminer les coordonnées du point  $K$ .

**Exercice 521**

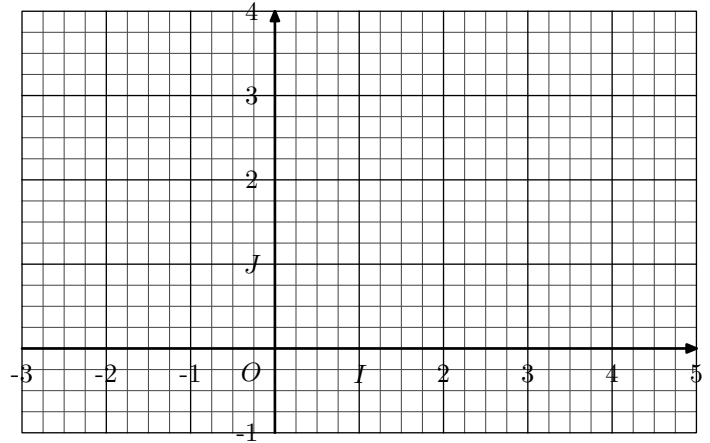
On munit le plan d'un repère  $(O; I; J)$  :

- Soit  $A(3; 1), B(5; -2), C(-1; 0)$  trois points du plan.
  - Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$ .
  - Soit  $D$  un point du plan réalisant l'égalité:  $\vec{CD} = \vec{AB}$   
Déterminer les coordonnées du point  $D$ .
- Soit  $E(12; 1; 34), F(25; 4; 10, 5)$  et  $G(30; -2)$ .

Déterminer les coordonnées du point  $H$  afin que le quadrilatère  $EFGH$  soit un parallélogramme.

**Exercice 927**

On munit le plan d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé représenté ci-dessous :



- Placer les deux points suivants:  
 $A(-2; 1) ; B(1; 2)$
  - Déterminer graphiquement les coordonnées du vecteur  $\vec{AB}$ .
- Placer les points  $R$  et  $C$  images respectives des points  $O$  et  $B$  par la translation de vecteur  $\vec{AB}$ .
  - Préciser les coordonnées des points  $R$  et  $C$ .
- Citer deux vecteurs égaux à  $\vec{AB}$ . Justifier que  $BCRO$  est un parallélogramme.
- Recopier et compléter sans justification les égalités:  
 $\vec{OA} + \vec{AB} = \dots$  ;  $\vec{CB} + \vec{CR} = \dots$
- Soit  $K$  le centre du parallélogramme  $BCRO$ . Calculer les coordonnées de  $K$ .

**Exercice 4814**

On munit le plan d'un repère  $(O; I; J)$ . On considère alors les deux points  $A, B$  et le vecteur  $\vec{u}$  définis par :

$$A(0; -4) ; B(2; 4) ; \vec{u}(-6; 10)$$

On définit le point  $C$  comme l'image du point  $A$  par la translation du vecteur  $\vec{u}$ .

- Justifier que le point  $C$  a pour coordonnées  $(-6; 6)$ .
- Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que  $ABCD$  soit un parallélogramme.

On admet les mesures:  $AB = 2\sqrt{17}$  ;  $AC = 2\sqrt{34}$

- Déterminer la nature du quadrilatère  $ABCD$ .

**Exercice 307**

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère les trois points  $A, B$  et  $C$  de coordonnées :

$$A(2; 1) ; B(-1; 3) ; C(0; -2) ; D(4; 4)$$

- Déterminer les coordonnées du point  $M$  vérifiant la relation vectorielle suivante:  
 $\vec{CM} = 2 \cdot \vec{AB}$

b. Montrer que les points  $M$ ,  $B$  et  $D$  sont alignés.

2. a. Déterminer les coordonnées du point  $N$  vérifiant la relation vectorielle suivante :  


$$4 \cdot \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{BN} - 2 \cdot \overrightarrow{CN} = \vec{0}$$

b. Montrer que les points  $N$ ,  $B$  et  $D$  sont alignés.

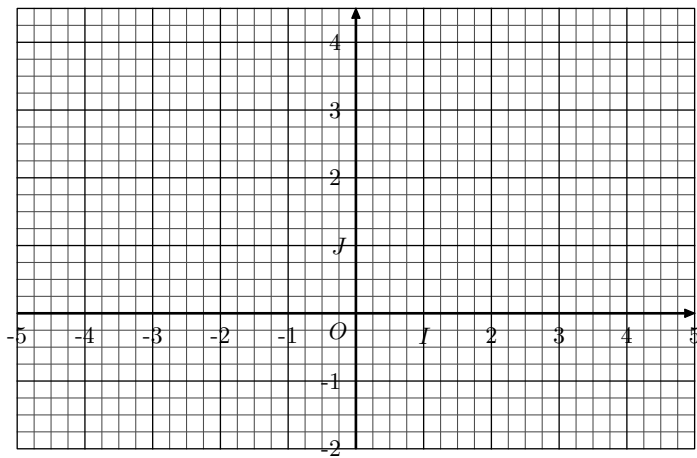
**Exercice 6625** 

On considère le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ .  
 Soit  $A$ ,  $B$  et  $C$  trois points du plan de coordonnées respectives :  $(-3; -1)$  ;  $(2; 2)$  ;  $(4; 0)$

Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  soient parallèles et que le point  $D$  ait  $-4$  pour ordonnées.

**Exercice 6690**  

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On considère les points  $A(-2,5; 0,5)$ ,  $B(-1,5; 2,5)$  et  $C(0,5; -1)$ .



1. Placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans le repère ci-dessous.

2. Déterminer, par le calcul, les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .

3. Placer le point  $D$  tel que :  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$   
 (On fera apparaître les traits de construction)

4. a. Donner les coordonnées du vecteur obtenu par la somme :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

b. En déduire, par le calcul, les coordonnées du point  $D$ .

Pour la suite, on admet que  $D(1,5; 1)$ .

5. a. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{CD}$ .

b. En déduire que le quadrilatère  $ABDC$  est un parallélogramme.

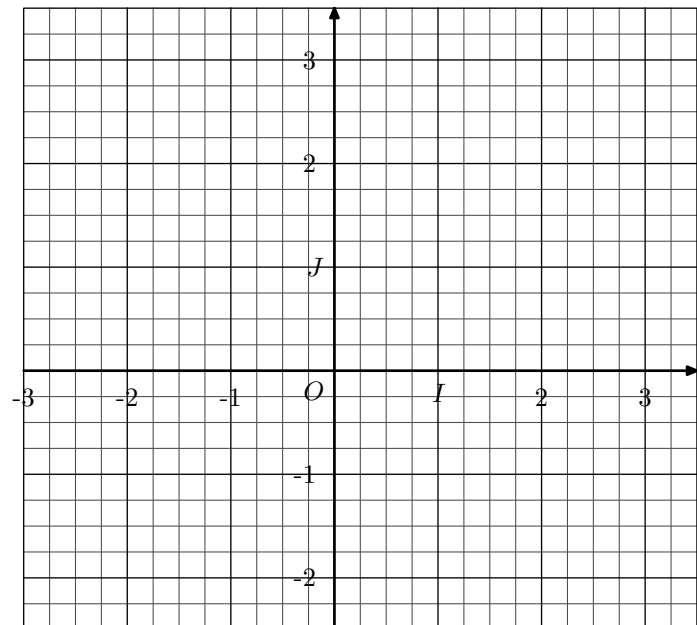
6.  $ABDC$  est-il un rectangle? Justifier.

7. On donne  $E\left(-\frac{3}{4}; 4\right)$ . Les points  $A$ ,  $B$  et  $E$  sont-ils alignés?

**5. Droites affines et vecteurs directeurs**  :

**Exercice 552** 

On munit le plan d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé :



1. On considère la droite  $(d)$  passant par les deux points :  
 $A(-1; -2)$  ;  $B(3; 3)$

a. Tracer la droite  $(d)$ .

b. Déterminer le coefficient directeur de la droite  $(d)$ .

c. On note  $a$  le coefficient directeur de la droite  $(d)$ .  
 Tracer un représentant du vecteur  $\vec{u}(1; a)$

d. Que remarque-t-on?

2. On considère la droite  $(\Delta)$  dont l'équation réduite est :  
 $(\Delta) : y = -\frac{3}{2}x + 1$

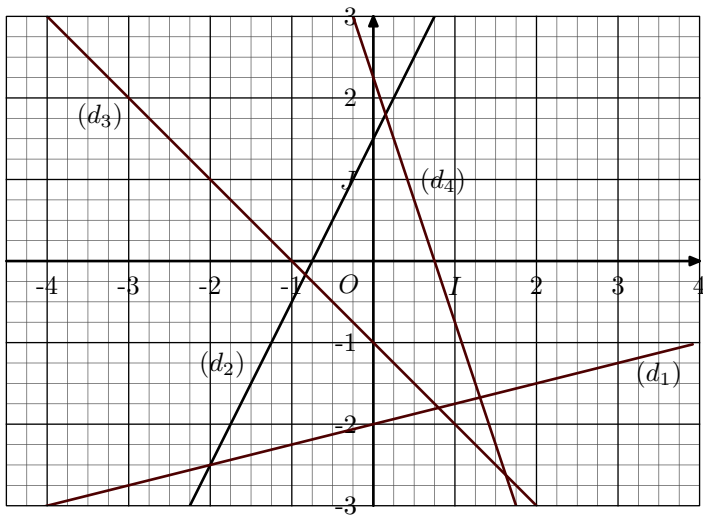
a. En déterminant les coordonnées de deux points  $C$  et  $D$  quelconque de  $(\Delta)$ , tracer la droite  $(\Delta)$ .

b. Tracer un représentant du vecteur  $\vec{v}\left(1; -\frac{3}{2}\right)$

c. Etablir que les vecteur  $\vec{v}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont colinéaires?

**Exercice 541** 

Dans le plan muni du repère  $(O; I; J)$ , on considère les quatre droites ci-dessous :



1. a. On considère  $A$  et  $B$  deux points quelconques de la droite  $(d_1)$ . Déterminer le coefficient directeur de la droite  $(d_1)$ .

b. Parmi les vecteurs suivants, citer le vecteur ayant même direction que la droite  $(d_1)$ :

$$\vec{u}(1;4) \quad ; \quad \vec{v}\left(1;-\frac{1}{2}\right) \quad ; \quad \vec{w}\left(1;\frac{1}{4}\right)$$

$$\vec{r}\left(1;-\frac{1}{4}\right) \quad ; \quad \vec{s}\left(1;\frac{1}{2}\right)$$

2. Pour chacune des droites  $(d_2)$ ,  $(d_3)$ ,  $(d_4)$ , donner, sans justification, le vecteur de même direction que la droite et ayant 1 pour valeur de son abscisse.

### Exercice 546

On considère le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé.

Pour chacune des questions, déterminer l'équation de la droite passant par le point  $M$  et ayant le vecteur  $\vec{u}$  pour vecteur directeur:

a.  $M(0;2)$ ;  $\vec{u}\left(1;\frac{1}{2}\right)$       b.  $M\left(0;-\frac{3}{2}\right)$ ;  $\vec{u}(2;1)$

c.  $M(1;2)$ ;  $\vec{u}(3;2)$       d.  $M(-4;1)$ ;  $\vec{u}(-2;1)$

### Exercice 2904

Associer à chacune des équations de droite ci-dessous:

1.  $y = 2x + 1$       2.  $y = -\frac{3}{2}x - 2$       3.  $-2x - y + 3 = 0$

4.  $y = \frac{2}{3}x + 1$       5.  $y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{2}$       6.  $-x + 3y - 2 = 0$

un vecteur directeur parmi:

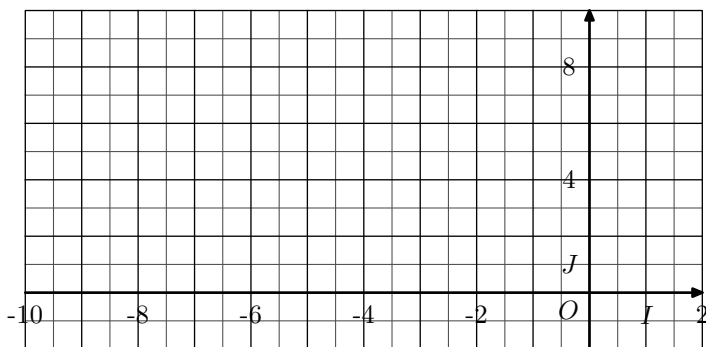
a.  $\vec{u}(3;2)$       b.  $\vec{v}(-2;-4)$       c.  $\vec{w}(-2;4)$

d.  $\vec{r}\left(\frac{1}{2};\frac{1}{6}\right)$       e.  $\vec{s}(6;1)$       f.  $\vec{t}(-4;6)$

## 255. Exercices non-classés :

### Exercice 971

On considère le plan rapporté au repère orthonormé  $(O; I; J)$ :



1. Placer les points  $A(-7;1)$  et  $B(1;7)$ .

2. a. Quelles sont les coordonnées des vecteurs  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{AB}$ .

Démontrer que  $AOB$  est un triangle rectangle isocèle.

b. Soit  $\mathcal{C}$  le cercle circonscrit au triangle  $AOB$ . Calculer les coordonnées de son centre  $S$  et de son rayon.

3. On note  $f$  la fonction affine définie par :  
 $f(-7) = 1$  ;  $f(1) = 7$

a. Déterminer l'expression algébrique de  $f$ .

b. Dans le repère ci-dessus, donner la représentation graphique de la fonction  $f$ ?