Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Seconde/Variation de fonctions

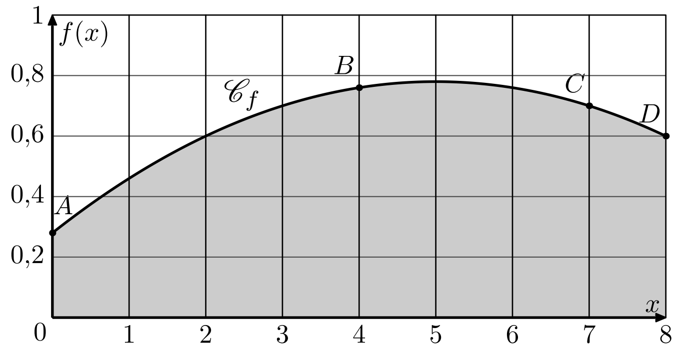
1. Tableaux de variation :

Exercice 7064

On considère la fonction définie sur $[0\,;8]$ par :
$f(x) = -0{,}02{\cdot}x^2 + 0{,}2{\cdot}x + 0{,}25$

Dans une région montagneuse, une entreprise étudie un projet de route reliant les villages A, B et C situés à des altitudes différentes. La fonction f modélise le profil de ce projet routier. La variable x représente la distance horizontale, en kilomètres, depuis le village A et $f(x)$ représente l'altitude associée, en kilomètres.

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous.



Pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte. Laquelle?

Proposition 1
L'écart d'altitude entre les villages A et B est donné par :

a. $f(0) - f(4)$ b. $f(4) - f(0)$

Proposition 2
L'écart d'altitude entre les villages C et D est donné par :

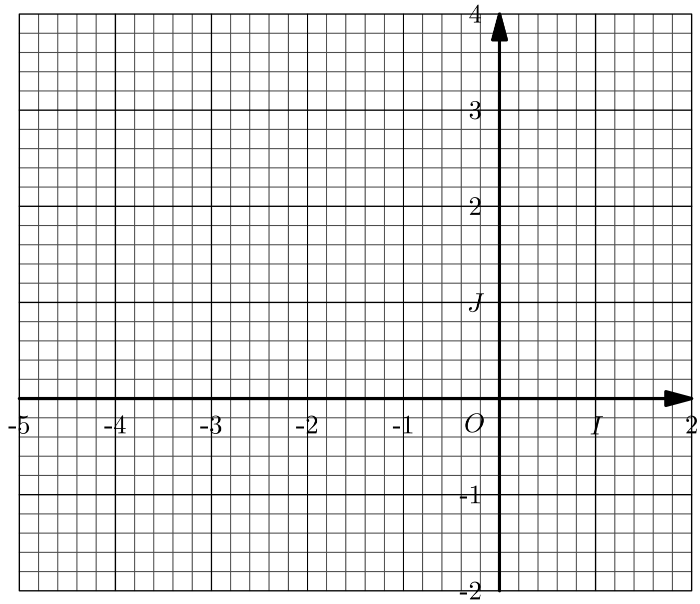
a. $f(7) - f(8)$ b. $f(8) - f(7)$.

Exercice 378

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5\,;2]$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{3}{\cdot}x^3 + \frac{3}{2}{\cdot}x^2 - \frac{3}{2}$$

On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ représenté ci-dessous :



On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessus.

1. A l'aide la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous en y inscrivant les valeurs des images arrondies au dixième près :

x	-5	$-4{,}5$	-4	$-3{,}5$	-3	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$
$f(x)$								

x	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2
$f(x)$							

2. Sur l'intervalle $[-5\,;-3]$, que peut-on dire des variations des images par la fonction f?

   Sur l'intervalle $[-3\,;0]$, que peut-on dire des variations des images par la fonction f?

3. Placer l'ensemble des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ obtenus à partir des tableaux de valeurs précédentes.
   Puis, effectuer le tracé de $\mathscr{C}_f$.

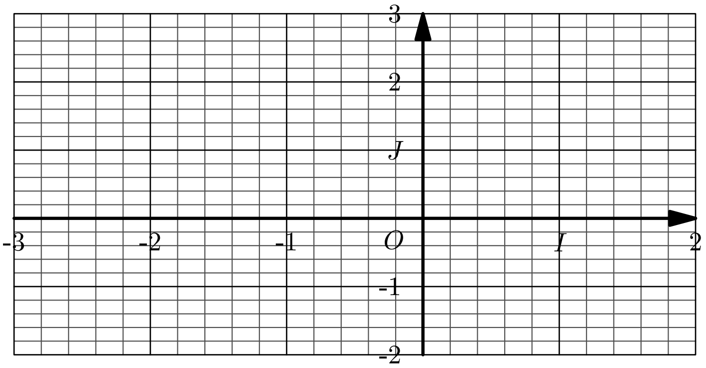
4. Décrire simplement le comportement de la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $[-5\,;-3]$, puis sur l'intervalle $[-3\,;0]$.

Exercice 4571

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 1$$

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$ représenté ci-dessous :



On note $\mathscr{C}_f$ la représentation de la fonction f dans ce repère.

1. A l'aide de la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous avec des valeurs arrondies au dixième :

x	$-2{,}3$	-2	$-1{,}8$	$-1{,}5$	$-1{,}2$	-1	$-0{,}8$
$f(x)$							

x	$-0{,}5$	0	$0{,}3$	$0{,}5$	$0{,}7$	1	$1{,}1$
$f(x)$							

2. Effectuer le tracé de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère $(O\,;I\,;J)$.

3. Parmi les tableaux de variations ci-dessous lequel représente le mieux la courbe $\mathscr{C}_f$:

a.

x	$-\infty$		,5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-1,8$	↗	$+\infty$

b.

x	$-\infty$		$-1,8$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$0,5$	↗	$+\infty$

c.

x	$-\infty$		$-1,7$		-1		$0,5$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$0,6$	↗	1	↘	$-1,8$	↗	$+\infty$

d.

x	$-\infty$		$0,6$		1		$-1,8$		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-1,7$	↗	-1	↘	$0,5$	↗	$+\infty$

Exercice 356

Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de trois fonctions f, g, h.

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a.

x	-4		-2		1		2
Variation de f	-1	↘	-3	↗	1	→	1

b.

x	-4		-2		1		2
Variation de f	0	↗	2	↘	1	↗	3

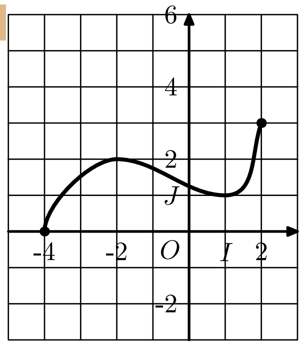
c.

x	-4		-2		0		2
Variation de f	3	↘	-2	↗	-1	↗	1

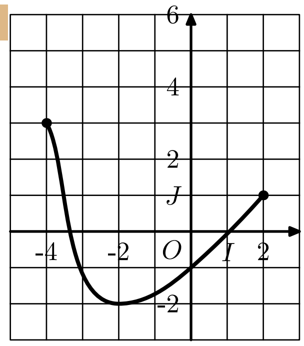
d.

x	-4		-1		0		2
Variation de f	3	↘	-2	↗	-1	↗	1

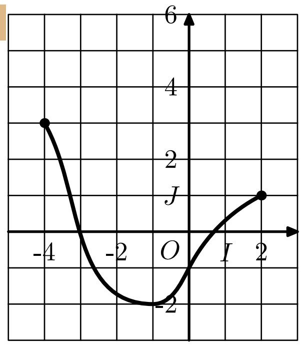
1.



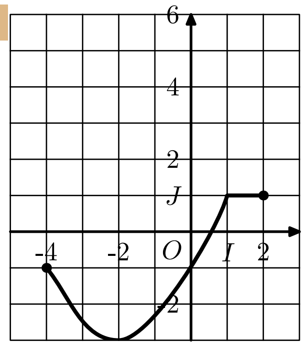
2.



3.



4.



Exercice 2722

Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de trois fonctions f, g, h.

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a.

x	-4		-2		1		2
Variation de f	-1	↘	-3	↗	2	↘	1

b.

x	-4		-3		1		2
Variation de f	-1	↘	-2	↗	3	↘	1

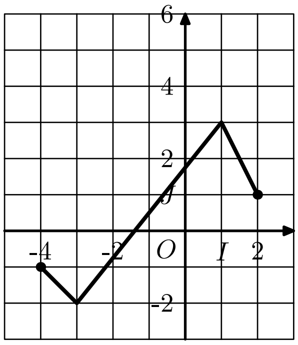
c.

x	-4		-3		1		2
Variation de f	-1	↘	-2	↗	2	↘	1

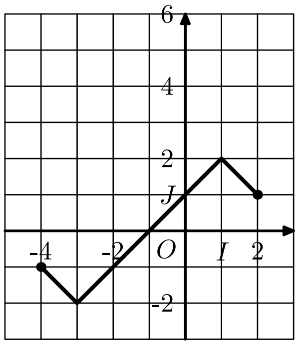
d.

x	-4		-2		1		2
Variation de f	-1	↘	-2	↗	2	↘	1

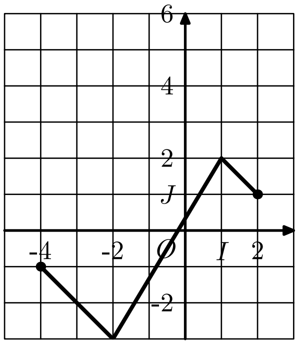
1.



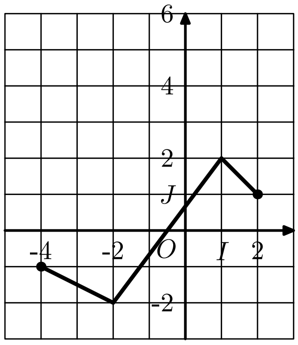
2.



3.

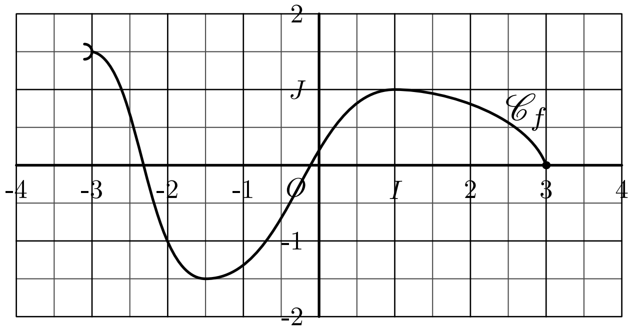


4.



Exercice 4579

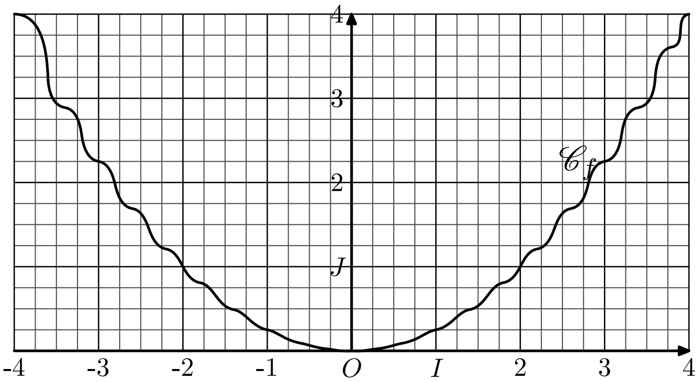
Dans le repère $(O;I;J)$ ci-dessous, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 4580

Dans le repère $(O;I;J)$ ci-dessous, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2. Sens de variation et ordre :

Exercice 2732

On considère la fonction f dont seul le tableau de variations ci-dessous est donnée :

x	-2	0	3	4	7	$+\infty$
Variation de f	3 ↗	8 ↘	0 ↘	-2 ↗	0 ↗	1

1. Décrire, en français, les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-2;+\infty[$.

2. a. Encadrer l'image du nombre 1 par la fonction f.

   b. Encadrer l'image du nombre 6 par la fonction f.

3. a. Donner l'intervalle sur lequel la fonction f est strictement négative.

   b. Sur quel ensemble, la fonction f est-elle strictement positive?

Exercice 2725

On considère la fonction f dont le tracé de la courbe représentative est effectuée d'un seul trait. Voici un tableau de valeurs de la fonction f :

x	-2	-1	0	$0{,}5$	1	$\sqrt{2}$	$\frac{7}{3}$	4
$f(x)$	$\sqrt{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	-2	-3

1. Dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indécidables ; justifier vos réponses :

   a. La fonction f est décroissante sur $[0;1]$.

   b. La fonction f est décroissante sur $[-2;0]$.

   c. La fonction f s'annule une seule fois.

   d. La valeur maximale de f est 2.

2. Supposons que la fonction f admette le tableau de variations suivante :

x	-2	0	$\sqrt{2}$	4
Variation de f	$\sqrt{3}$ ↘	$-\frac{1}{3}$ ↗	2 ↘	-3

Avec ces nouvelles indications, reprendre l'ensemble des questions de 1. .

Exercice 2704

On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	-5	$-\frac{9}{2}$	-1	0	3	6	$\sqrt{50}$
Variation de f	5 ↘	-2 ↗	2 ↗	6 ↘	3 ↘	-5 ↗	-3 ↗	0

Réaliser, si possible, la comparaison des images des nombres suivants :

a. -5 et 3 b. 6 et -4 c. -6 et 4 d. $-4{,}75$ et 7

e. -3 et -2 f. 1 et 2 g. -10 et -3 h. 7 et -2

Exercice 2726

Le coefficient directeur m d'une fonction f affine est définie par le quotient :

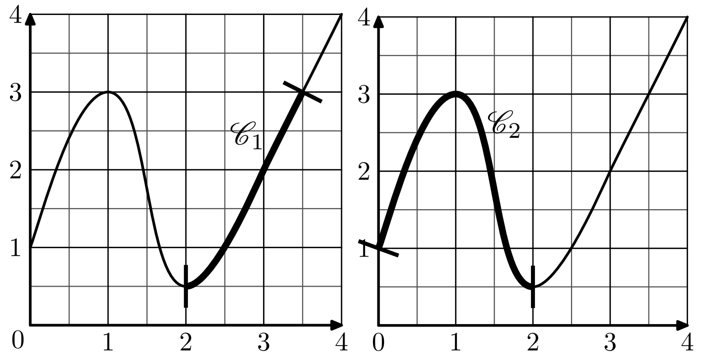
$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = m \quad \text{pour tout nombre réel } a \text{ et } b.$$

1. Supposons que f admette un coefficient directeur positif.
   a. Justifier que $f(b)-f(a)$ a le même signe que $b-a$.
   b. En déduire que la fonction f est croissante.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction f dans le cas où celle-ci admet un coefficient directeur négatif. Justifier.

3. Image d'un intervalle :

Exercice 4818

Les deux graphiques ci-dessous présente deux parties $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de la courbe représentative d'une même fonction f.



1. a. Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les abscisses des points de la partie $\mathscr{C}_1$ de la courbe.
   b. Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les ordonnées des points de la partie $\mathscr{C}_1$ de la courbe.
   c. En déduire l'image de l'intervalle $[2\,;3{,}5]$ par la fonction f.
2. a. Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les abscisses des points de la partie $\mathscr{C}_2$ de la courbe.
   b. Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les ordonnées des points de la partie $\mathscr{C}_2$ de la courbe.
   c. En déduire l'image de l'intervalle $[0\,;2]$ par la fonction f.

Exercice 4671

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;12]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

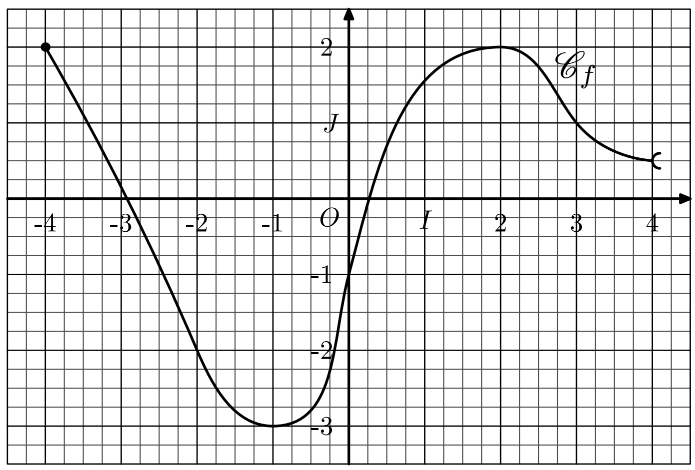
x	-2	1	3	7	9	12
Variation de f	3 ↗	5 ↘	0 ↘	-2 ↗	0 ↗	3

On appelle *image d'un intervalle* I par f l'ensemble formé de l'image de tous les nombres de I par la fonction f.

1. Donner, par la fonction f, l'image des intervalles :
   a. $[7\,;12]$ b. $[1\,;3]$ c. $[-2\,;1]$
2. Donner, par la fonction f, l'image des intervalles :
   a. $[-2\,;3]$ b. $[3\,;9]$ c. $[1\,;12]$

Exercice 4672

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la représentation de la fonction f donnée ci-dessous :

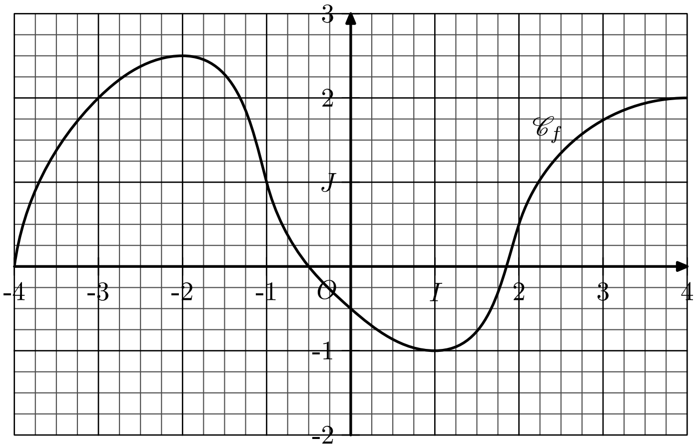


1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Donner les images des intervalles suivants :
   a. $[-4\,;-2]$ b. $[-1\,;2]$ c. $[2\,;3]$
3. Donner les images des intervalles suivants :

a. $[-2\,;0]$ b. $[0\,;4]$ c. $[-2\,;3]$

Exercice 4798

On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



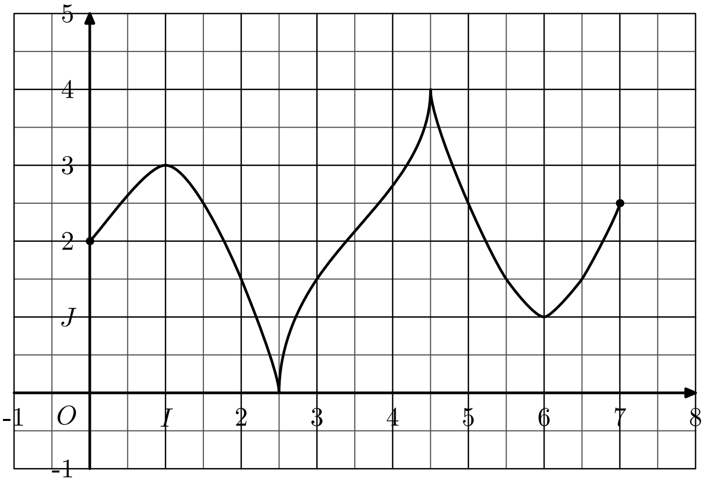
Déterminer les images, par la fonction f, de chacun des intervalles ci-dessous :

a. $]-2\,;0[$ b. $\left]-\frac{1}{2}\,;3\right[$ c. $]-4\,;4[$

4. Maximum et minimum :

Exercice 382

Voici la représentation graphique d'une fontion f.



1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Donner le tableau de variations de la fonction f?
3. Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $\left[0\,;\frac{5}{2}\right]$?
4. Quel est le maximum de f sur son ensemble de définition?
5. Quel est le minimum de f sur $[0\,;\,7]$?

5. Tableau de signe :

Exercice 6563

1. Donner le signe de chacune des expressions suivantes en justifiant votre réponse :

   a. $(x-1)^2$ b. $\dfrac{-3}{x^2+1}$ c. $\dfrac{1+x^2}{-2-x^2}$

2. Justifier que chacune des affirmations suivantes est fausse à l'aide d'un contre-exemple :

   a. L'expression $-x-3$ est négative pour tout $x\in\mathbb{R}$.

   b. L'expression x^2-1 est positive pour tout $x\in\mathbb{R}$.

   c. L'expression $(x+1)(x+3)$ est positive pour tout $x\in\mathbb{R}$.

Exercice 2730

On considère la fonction f admettant le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Répondre aux affirmations suivantes par "*vrai*", "*faux*" ou "*on ne peut pas savoir*" :

1. $f(2)=6$.
2. L'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions.
3. La fonction f est une fonction affine.
4. L'inéquation $f(x)<0$ a pour ensemble de solutions : $]-3\,;5[$.

5. Le point $A(0\,;5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.

6. Si $f(1)=-4$, alors le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est -4.

Exercice 2781

On considère la fonction f dont le tableau de vatiation est donné ci-dessous :

x	-8	-4	$-\frac{5}{2}$	0	1	5	$\frac{17}{2}$	10	12	15
Variation de f	2	5	0	-3	0	5	7	5	0	-2

1. Comparer, si possible, les images des nombres ci-dessous ; justifier chacune de vos affirmations :

   a. -3 et 6 b. -2 et $-\frac{1}{3}$ c. 6 et 9

2. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)\geqslant 0$.

3. Parmi les tableaux ci-dessous, est représenté le tableau de signe de la fonction f ; recopier le tableau de signe de la fonction f sur votre copie :

a.

x	-8		-4		0		$\frac{17}{2}$		15
$f(x)$		$+$	5	$-$	-3	$+$	7	$-$	

b.

x	-8		$-\frac{5}{2}$		1		12		15
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	-8		0		15
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Exercice 4678

On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5	-3	-1	0	2	5	7	9
Variation de f	-2	0	4	1	2	5	0	-3

1. Déterminer les images des intervalles suivants par la fonction f :

   a. $[-5\,;-3]$ b. $[-1\,;0]$ c. $[2\,;9]$

2. Comparer, si possible, les couples de nombres suivants :

   a. $f(-4)$; $f(-2)$ b. $f(6)$; $f(8)$

   c. $f(1)$; $f(8)$ d. $f(3)$; $f(4)$

   e. $f\Big(-\frac{2}{3}\Big)$; $f\Big(-\frac{1}{2}\Big)$ f. $f(-2)$; $f(3)$

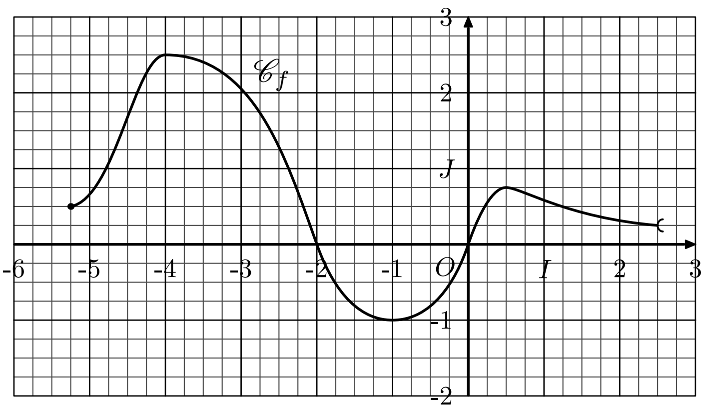
3. a. Donner l'ensemble des solutions des deux inéquations :
   - $f(x)<0$
   - $f(x)\geqslant 0$

   b. Dresser le tableau de signe de la fonction f.

4. Sans justification, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x)=4$.

Exercice 6565

On considère une fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé ci-dessous :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

6. Etude de tableaux de variations :

Exercice 1804

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $]-\infty\,;6]$ dont le tableau de variations est représenté ci-dessous :

x	$-\infty$	-2	0	6
Variation de f	5	3	7	-4

Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si celles-ci sont vraies, fausses ou indécidables en justifiant, à chaque fois, votre pensée :

a. $f(-10)<f(-1)$ b. Le minimum de f est atteint en -2

c. $f(1) < f(\sqrt{2})$ d. $f(1)$ est un nombre positif

Exercice 2727

On considère la fonction f, définie sur l'intervalle $[-7\,;\sqrt{31}]$ dont seul le tableau de variations ci-dessous est donné :

x	-7	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{2}{3}$	2	5	$\sqrt{31}$
Variation de f	7	3	0	-2	0	3	4	$\frac{10}{3}$

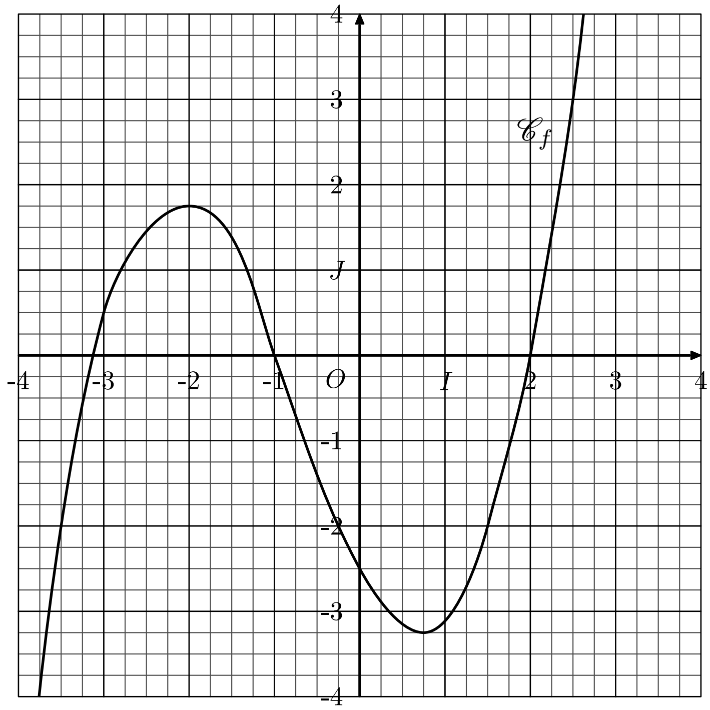
1. Donner, si possible, l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f.

2. Résoudre l'inéquation : $f(x) \geqslant 3$.

3. Donner le maximum et le minimum de la fonction f ainsi que les valeurs pour lesquelles ils sont atteints.

Exercice 6693

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique dans un repère $(O\,;I\,;J)$ est donnée ci-dessous :



Graphiquement, déterminer l'image des intervalles suivant par la fonction f :

a. $\left[\frac{3}{2}\,;\frac{5}{2}\right]$ b. $[-1\,;0]$ c. $\left[-3\,;-\frac{1}{4}\right]$ d. $\left[-2\,;\frac{5}{2}\right]$

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-5\,;\,4]$ dont on connaît le tableau de variations :

x	-10	-4	2	6	9
Variation de g	3	4	-3	2	-1

Si possible, comparer les couples de nombres suivants :

a. $g(7)$ et $g(8)$ b. $g(-9)$ et $g(1)$

c. $g(-3)$ et $g(3)$ d. $g(-8)$ et $g(-5)$

7. Etude algébrique :

Exercice 4698

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2+4x-2}{x^2-4x+5}$$

1. A l'aide de la calculatrice, donner les extrémums de cette fonction.

2. a. Etablir l'égalité : $f(x)=\dfrac{3}{1+(x-2)^2}-1$

b. Justifier l'inégalité : $\dfrac{3}{1+(x-2)^2}\leqslant 3$.

c. Retrouver le résultat de la question 1. .

255. Partage :

Exercice 9001

Soit f la fonction dont le tableau de variations est le suivant :

x	0		4		8		10
Variations de f	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

1. Donner le domaine de définition de f.
2. Donner les extremas de f.
3. Donner les coordonnées de quatre points de la courbe de f.
4. Peut-on comparer $f(1)$ et $f(3)$? Justifier.

