

Seconde/Variation de fonctions

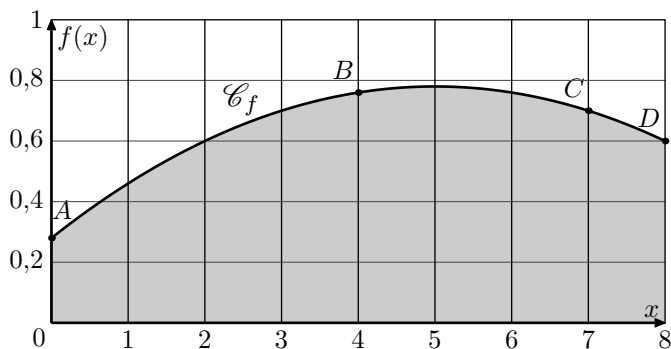
1. Tableaux de variation :

Exercice 7064

On considère la fonction définie sur $[0; 8]$ par :
 $f(x) = -0,02 \cdot x^2 + 0,2 \cdot x + 0,25$

Dans une région montagneuse, une entreprise étudie un projet de route reliant les villages A , B et C situés à des altitudes différentes. La fonction f modélise le profil de ce projet routier. La variable x représente la distance horizontale, en kilomètres, depuis le village A et $f(x)$ représente l'altitude associée, en kilomètres.

La représentation graphique \mathcal{C}_f de la fonction f est donnée ci-dessous.



Pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte. Laquelle?

Proposition 1

L'écart d'altitude entre les villages A et B est donné par :

- a. $f(0) - f(4)$ b. $f(4) - f(0)$

Proposition 2

L'écart d'altitude entre les villages C et D est donné par :

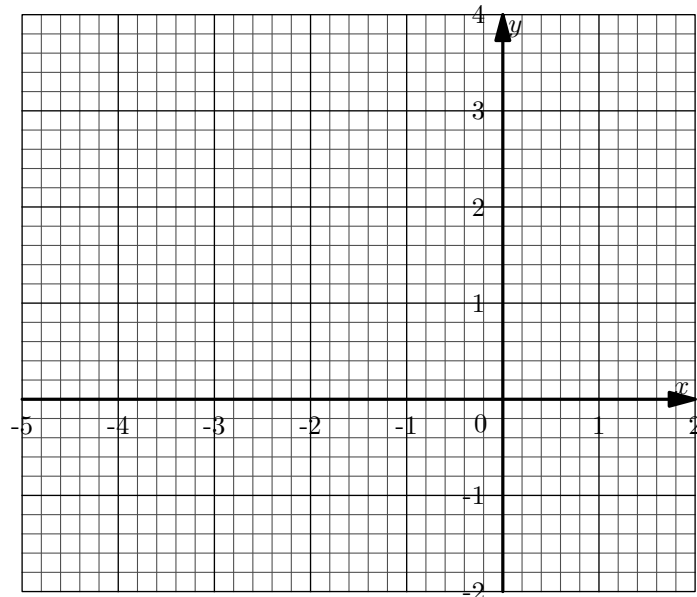
- a. $f(7) - f(8)$ b. $f(8) - f(7)$

Exercice 378

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5; 2]$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{3}{2} \cdot x^2 - \frac{3}{2}$$

On considère le plan muni du repère $(O; I; J)$ représenté ci-dessous :



On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessus.


1. A l'aide la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous en y inscrivant les valeurs des images arrondies au dixième près :

x	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5
$f(x)$								

x	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$							

2. Sur l'intervalle $[-5; -3]$, que peut-on dire des variations des images par la fonction f ?
 Sur l'intervalle $[-3; 0]$, que peut-on dire des variations des images par la fonction f ?
3. Placer l'ensemble des points de la courbe \mathcal{C}_f obtenus à partir des tableaux de valeurs précédentes.
 Puis, effectuer le tracé de \mathcal{C}_f .
4. Décrire simplement le comportement de la courbe \mathcal{C}_f sur l'intervalle $[-5; -3]$, puis sur l'intervalle $[-3; 0]$.

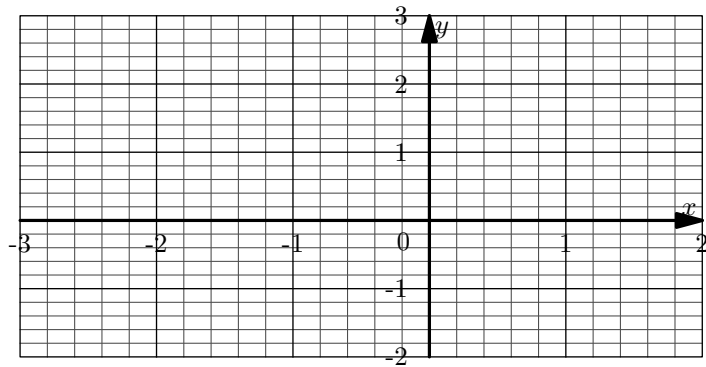
Exercice 4571

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'image d'un
 Seconde - Variation de fonctions - <https://chingatome.fr> 

nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 1$$

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; I; J)$ représenté ci-dessous :



On note \mathcal{C}_f la représentation de la fonction f dans ce repère.

1. A l'aide de la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous avec des valeurs arrondies au dixième :

x	-2,3	-2	-1,8	-1,5	-1,2	-1	-0,8
$f(x)$							

x	-0,5	0	0,3	0,5	0,7	1	1,1
$f(x)$							

2. Effectuer le tracé de la courbe \mathcal{C}_f dans le repère $(O; I; J)$.

3. Parmi les tableaux de variations ci-dessous lequel représente le mieux la courbe \mathcal{C}_f :

a.

x	$-\infty$,5	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$
		-1,8	

b.

x	$-\infty$	-1,8	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$
		0,5	

c.

x	$-\infty$	-1,7	-1	0,5	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		1		$+\infty$
		0,6		-1,8	

d.

x	$-\infty$	0,6	1	-1,8	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		-1		$+\infty$
		-1,7		0,5	

Exercice 356



Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de trois fonctions f, g, h .

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a.

x	-4	-2	1	2
Variation de f	-1		-3	
				1

b.

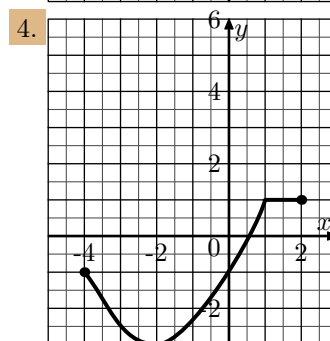
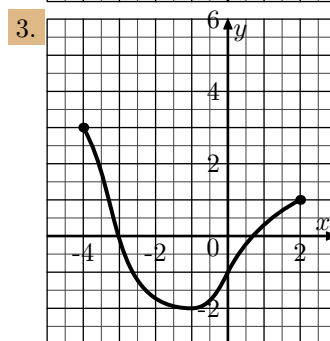
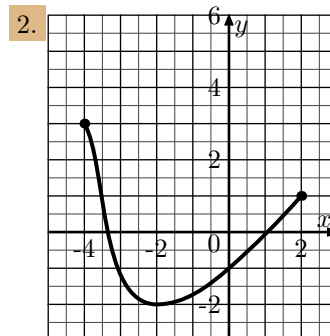
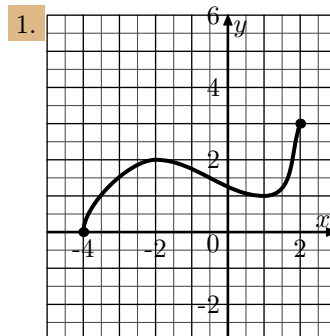
x	-4	-2	1	2
Variation de f	0		2	
				1

c.

x	-4	-2	0	2
Variation de f	3		-2	
				-1

d.

x	-4	-1	0	2
Variation de f	3		-2	
				-1



Exercice 2722



Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de trois fonctions f, g, h .

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a.

x	-4	-2	1	2
Variation de f	-1		-3	
				2

b.

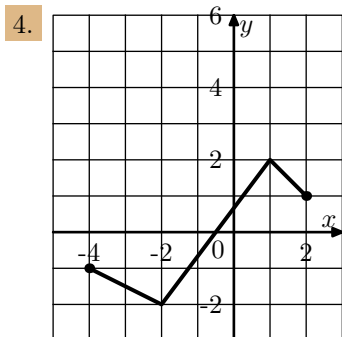
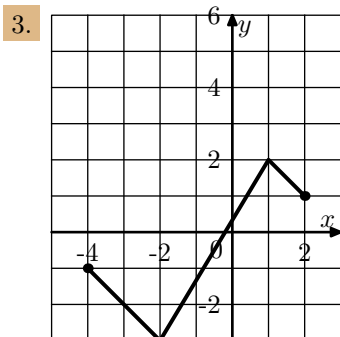
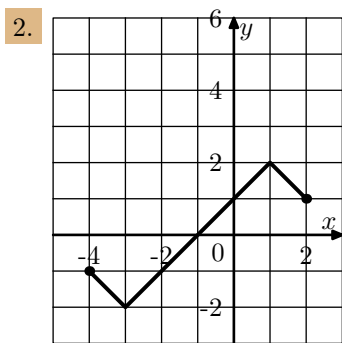
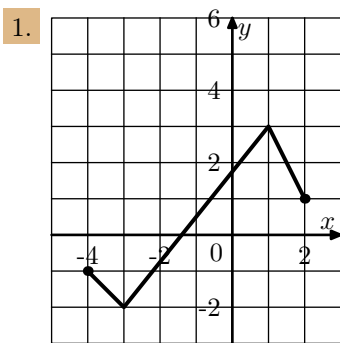
x	-4	-3	1	2
Variation de f	-1		-2	
				3

c.

x	-4	-3	1	2
Variation de f	-1		-2	
				2

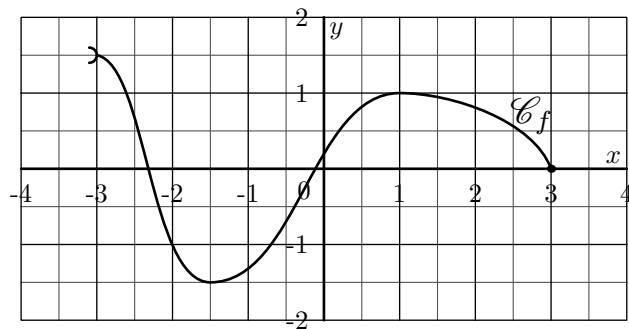
d.

x	-4	-2	1	2
Variation de f	-1		-2	
				2



Exercice 4579

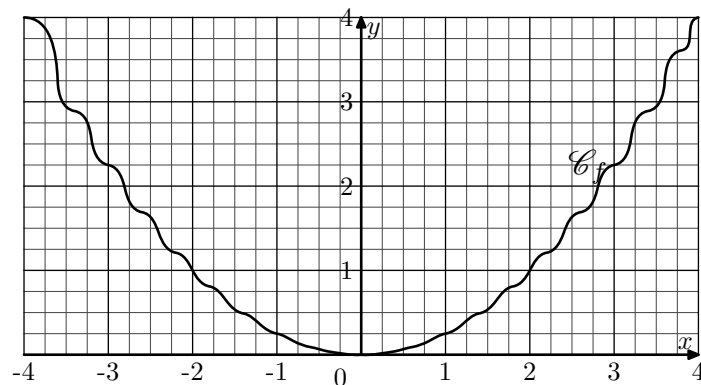
Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, on considère la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



Dresser le tableau de variations de la fonction f .

Exercice 4580

Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, on considère la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



Dresser le tableau de variations de la fonction f .

2. Sens de variation et ordre :

Exercice 2732

On considère la fonction f dont seul le tableau de variations ci-dessous est donnée :

x	-2	0	3	4	7	$+\infty$
Variation de f						

- Décrire, en français, les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-2; +\infty[$.
- Encadrer l'image du nombre 1 par la fonction f .
 - Encadrer l'image du nombre 6 par la fonction f .
- Donner l'intervalle sur lequel la fonction f est strictement négative.
 - Sur quel ensemble, la fonction f est-elle strictement positive?

Exercice 2725

On considère la fonction f dont le tracé de la courbe représentative est effectuée d'un seul trait. Voici un tableau de valeurs de la fonction f :

x	-2	-1	0	0,5	1	$\sqrt{2}$	$\frac{7}{3}$	4
$f(x)$	$\sqrt{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	-2	-3

- Dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indécidables; justifier vos réponses :
 - La fonction f est décroissante sur $[0; 1]$.
 - La fonction f est décroissante sur $[-2; 0]$.
 - La fonction f s'annule une seule fois.
 - La valeur maximale de f est 2.

- Supposons que la fonction f admette le tableau de variations suivante :

x	-2	0	$\sqrt{2}$	4
Variation de f				

Avec ces nouvelles indications, reprendre l'ensemble des questions de 1.

Exercice 2704



On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	-5	$-\frac{9}{2}$	-1	0	3	6	$\sqrt{50}$	
Variation de f		5	-2	2	6	3	-5	-3	0

Réaliser, si possible, la comparaison des images des nombres suivants :

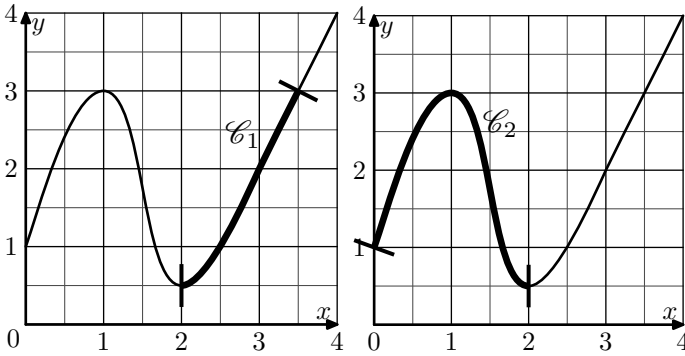
- a. -5 et 3 b. 6 et -4 c. -6 et 4 d. $-4,75$ et 7
 e. -3 et -2 f. 1 et 2 g. -10 et -3 h. 7 et -2

3. Image d'un intervalle :

Exercice 4818



Les deux graphiques ci-dessous présente deux parties \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 de la courbe représentative d'une même fonction f .



- Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les abscisses des points de la partie \mathcal{C}_1 de la courbe.
 - Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les ordonnées des points de la partie \mathcal{C}_1 de la courbe.
 - En déduire l'image de l'intervalle $[2; 3,5]$ par la fonction f .
- Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les abscisses des points de la partie \mathcal{C}_2 de la courbe.
 - Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les ordonnées des points de la partie \mathcal{C}_2 de la courbe.
 - En déduire l'image de l'intervalle $[0; 2]$ par la fonction f .

Exercice 4671



On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2; 12]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

Exercice 2726



Le coefficient directeur m d'une fonction f affine est définie par le quotient :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = m \quad \text{pour tout nombre réel } a \text{ et } b.$$

- Supposons que f admette un coefficient directeur positif.
 - Justifier que $f(b) - f(a)$ a le même signe que $b - a$.
 - En déduire que la fonction f est croissante.
- Déterminer le sens de variation de la fonction f dans le cas où celle-ci admet un coefficient directeur négatif. Justifier.

x	-2	1	3	7	9	12	
Variation de f		3	5	0	-2	0	3

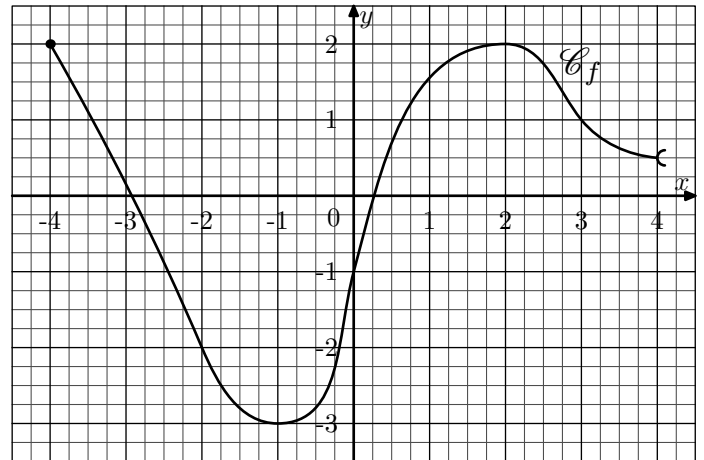
On appelle *image d'un intervalle I par f* l'ensemble formé de l'image de tous les nombres de I par la fonction f .

- Donner, par la fonction f , l'image des intervalles :
 - $[7; 12]$
 - $[1; 3]$
 - $[-2; 1]$
- Donner, par la fonction f , l'image des intervalles :
 - $[-2; 3]$
 - $[3; 9]$
 - $[1; 12]$

Exercice 4672



Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère la représentation de la fonction f donnée ci-dessous :



- Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- Donner les images des intervalles suivants :
 - $[-4; -2]$
 - $[-1; 2]$
 - $[2; 3]$
- Donner les images des intervalles suivants :

a. $[-2; 0]$

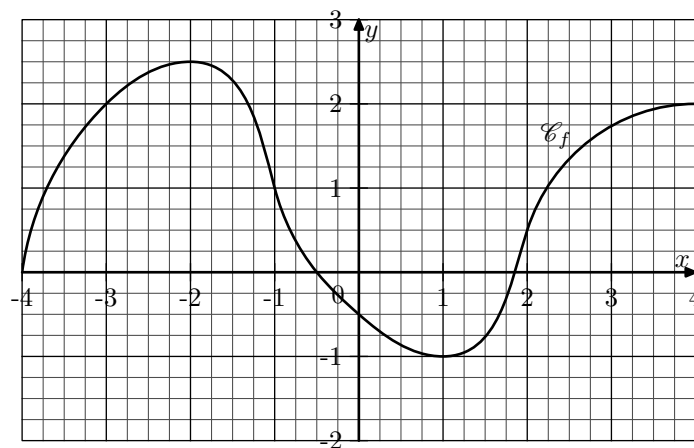
b. $[0; 4]$

c. $[-2; 3]$

Exercice 4798



On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



Déterminer les images, par la fonction f , de chacun des intervalles ci-dessous :

a. $] -2; 0[$

b. $] -\frac{1}{2}; 3[$

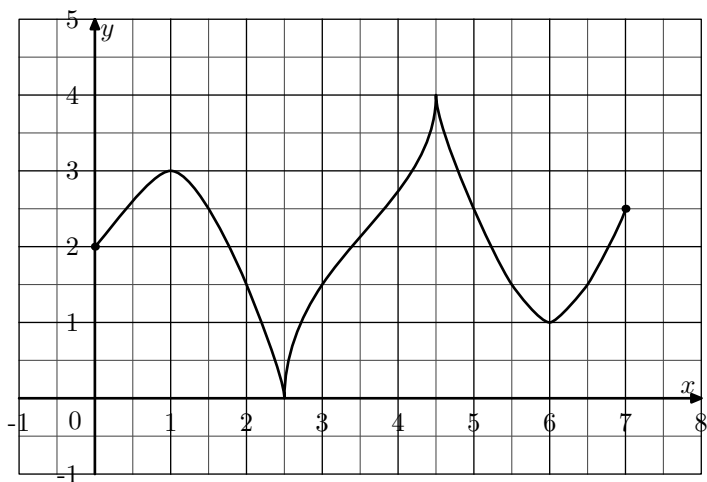
c. $] -4; 4[$

4. Maximum et minimum :

Exercice 382



Voici la représentation graphique d'une fonction f .



1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f .
2. Donner le tableau de variations de la fonction f ?
3. Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0; \frac{5}{2}]$?
4. Quel est le maximum de f sur son ensemble de définition?
5. Quel est le minimum de f sur $[0; 7]$?

5. Tableau de signe :

Exercice 6563



1. Donner le signe de chacune des expressions suivantes en justifiant votre réponse :

a. $(x - 1)^2$

b. $\frac{-3}{x^2 + 1}$

c. $\frac{1 + x^2}{-2 - x^2}$

2. Justifier que chacune des affirmations suivantes est fausse à l'aide d'un contre-exemple :

a. L'expression $-x - 3$ est négative pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b. L'expression $x^2 - 1$ est positive pour tout $x \in \mathbb{R}$.

c. L'expression $(x + 1)(x + 3)$ est positive pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 2730



On considère la fonction f admettant le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Répondre aux affirmations suivantes par "vrai", "faux" ou "on ne peut pas savoir" :

1. $f(2) = 6$.
2. L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions.
3. La fonction f est une fonction affine.
4. L'inéquation $f(x) < 0$ a pour ensemble de solutions : $] -3; 5[$.

5. Le point $A(0;5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f .

6. Si $f(1) = -4$, alors le minimum de la fonction f sur \mathbb{R} est -4 .

Exercice 2781 

On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-8	-4	$-\frac{5}{2}$	0	1	5	$\frac{17}{2}$	10	12	15
Variation de f		↗	↘	↘	↗	↗	↘	↘	↘	↘
	2	5	0	-3	0	5	7	5	0	-2

1. Comparer, si possible, les images des nombres ci-dessous ; justifier chacune de vos affirmations :

- a. -3 et 6 b. -2 et $-\frac{1}{3}$ c. 6 et 9

2. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

3. Parmi les tableaux ci-dessous, est représenté le tableau de signe de la fonction f ; recopier le tableau de signe de la fonction f sur votre copie :

- a.

x	-8	-4	0	$\frac{17}{2}$	15		
$f(x)$	+	5	-	-3	+	7	-
- b.

x	-8	$-\frac{5}{2}$	1	12	15		
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-
- c.

x	-8	0	15
$f(x)$	-	0	+

Exercice 4678 

On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5	-3	-1	0	2	5	7	9
Variation de f		↗	↘	↘	↗	↗	↘	↘
	-2	0	4	1	2	5	0	-3

1. Déterminer les images des intervalles suivants par la fonction f :

- a. $[-5; -3]$ b. $[-1; 0]$ c. $[2; 9]$

2. Comparer, si possible, les couples de nombres suivants :

- a. $f(-4)$; $f(-2)$ b. $f(6)$; $f(8)$
 c. $f(1)$; $f(8)$ d. $f(3)$; $f(4)$
 e. $f(-\frac{2}{3})$; $f(-\frac{1}{2})$ f. $f(-2)$; $f(3)$

3. a. Donner l'ensemble des solutions des deux inéquations :

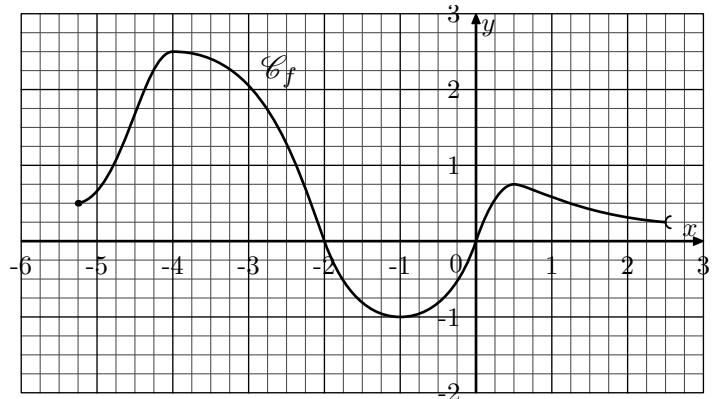
- $f(x) < 0$ • $f(x) \geq 0$

b. Dresser le tableau de signe de la fonction f .

4. Sans justification, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$.

Exercice 6565 

On considère une fonction f dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous :




1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f .

2. Dresser le tableau de variations de la fonction f .

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f .

6. Etude de tableaux de variations :

Exercice 1804 

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $]-\infty; 6]$ dont le tableau de variations est représenté ci-dessous :

x	$-\infty$	-2	0	6
Variation de f		↘	↗	↘
	5	3	7	-4

Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si celles-ci sont vraies, fausses ou indécidables en justifiant, à chaque fois,

voire pensée :


- a. $f(-10) < f(-1)$ b. Le minimum de f est atteint en -2
 c. $f(1) < f(\sqrt{2})$ d. $f(1)$ est un nombre positif

Exercice 2727 

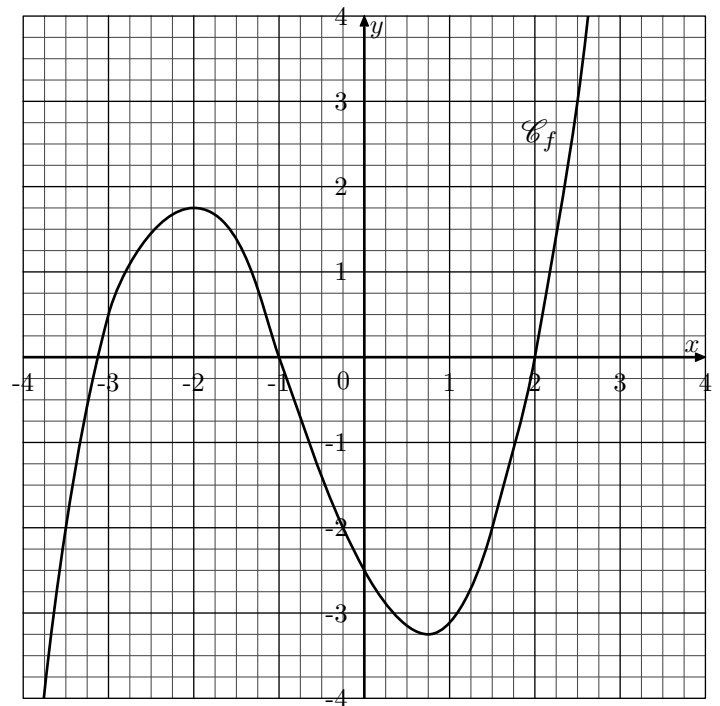
On considère la fonction f , définie sur l'intervalle $[-7; \sqrt{31}]$ dont seul le tableau de variations ci-dessous est donné :

x	-7	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{2}{3}$	2	5	$\sqrt{31}$
Variation de f	7	3	0	-2	0	3	4	$\frac{10}{3}$

- Donner, si possible, l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f .
- Résoudre l'inéquation : $f(x) \geq 3$.
- Donner le maximum et le minimum de la fonction f ainsi que les valeurs pour lesquelles ils sont atteints.

Exercice 6693 

- On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont la représentation graphique dans un repère $(O; I; J)$ est donnée ci-dessous :



Graphiquement, déterminer l'image des intervalles suivants par la fonction f :

- a. $[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}]$ b. $[-1; 0]$ c. $[-3; -\frac{1}{4}]$ d. $[-2; \frac{5}{2}]$

- On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-5; 4]$ dont on connaît le tableau de variations :

x	-10	-4	2	6	9
Variation de g	3	4	-3	2	-1

Si possible, comparer les couples de nombres suivants :

- a. $g(7)$ et $g(8)$ b. $g(-9)$ et $g(1)$
 c. $g(-3)$ et $g(3)$ d. $g(-8)$ et $g(-5)$

7. Etude algébrique :

Exercice 4698 

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4x - 2}{x^2 - 4x + 5}$$

- A l'aide de la calculatrice, donner les extrémums de cette

fonction.

- Etablir l'égalité : $f(x) = \frac{3}{1+(x-2)^2} - 1$
 - Justifier l'inégalité : $\frac{3}{1+(x-2)^2} \leq 3$.
 - Retrouver le résultat de la question 1.

255. Partage :

Exercice 9001  

Soit f la fonction dont le tableau de variations est le suivant :

x	0	4	8	10
Variations de f	3	-1	2	1

1. Donner le domaine de définition de f .

2. Donner les extremas de f .

3. Donner les coordonnées de quatre points de la courbe de f .

4. Peut-on comparer $f(1)$ et $f(3)$? Justifier.