

Seconde/Nombres et opérations

1. Niveau troisième :

Exercice réservé 270

Effectuer les calculs ci-dessous (*chercher de petites astuces pour simplifier votre démarche*) :

a. $8 \times \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8}\right)$ b. $\frac{8}{3} \times \left(6 - \frac{3}{4}\right)$

c. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8}$

Exercice réservé 1021

Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous formes simplifiées :

a. $\frac{7 \times 81 \times 15}{10 \times 9 \times 14}$ b. $\frac{2 + 11 \times 2}{2 + 19 \times 2}$ c. $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{12}}{7\sqrt{3} + \sqrt{75}}$

d. $\frac{5 + 3 \times \frac{5}{12}}{1 + \frac{1}{2}}$ e. $\frac{2 + 3}{3 - 5} + \frac{2 \times 6}{3 + 1}$ f. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$

Exercice réservé 4377

Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous formes simplifiées :

a. $\frac{77 \times 16 \times 36}{18 \times 49 \times 8}$ b. $\frac{4 + 3 \times 5}{2 - 4 \times 5}$ c. $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{27} + \sqrt{12}}$

d. $\frac{1 - \frac{5}{3} \times 4}{2 + \frac{7}{9}}$ e. $\frac{2}{1 + \frac{1}{3}} - 1$ f. $\frac{2}{1 + \frac{3}{1 + \frac{2}{3}}}$

Exercice réservé 4418

Effectuer les calculs suivants :

a. $\frac{5 - 3 \times 7}{5 + 9 \times 3}$ b. $\frac{1 + \frac{3}{7}}{2 - \frac{8}{3}}$ c. $\frac{\frac{5}{2} + \frac{7}{2}}{\frac{11}{3} - \frac{5}{2}}$ d. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$

Exercice réservé 244

Déterminer le signe de chacune des opérations ci-dessous :

a. $(-7)^8$ b. -7^8 c. 10^{-5} d. -2^6
 e. -4^{-7} f. $(-4)^7$ g. $(-3^{-4})^5$

Exercice réservé 2700

Simplifier chacune des expressions ci-dessous :

a. $(a^2 \times b)^{-3} \times a^5$ b. $\frac{a^5 \times (a^3 \times b^{-2})^5}{a^{-7} \times b^5}$

c. $a^6 \times a^6$ d. $\sqrt{a^{52}}$

Exercice réservé 4341

1. Donner les écritures scientifiques des nombres suivants :

a. $546,7 \times 10^9$ b. $0,045 \times 10^{-3}$ c. $87,5 \times 10^{-4}$

2. Donner les formes simplifiées des expressions suivantes :

a. $\frac{15 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-14}}{6 \times 10^7 \times 20 \times 10^{12}}$ b. $\frac{(5 \times 10^{-2})^2}{\sqrt{9 \times 10^4}}$

Exercice réservé 2693

1. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

a. 123546 b. $5121,1 \times 10^{780}$
 c. $\frac{14 \times 10^4 \times 75 \times 10^{-7}}{35 \times 10^{-3}}$ d. $\frac{33 \times 10^{-3} \times 8 \times (10^5)^2}{12 \times 10^2}$

2. Simplifier l'écriture des nombres suivants :

a. $\frac{6^{10} \times 5^4}{10^{-3} \times 2^5}$ b. $\frac{12^7 \times 15^4}{10^3 \times 21^{-4}}$

Exercice réservé 4419

Simplifier les calculs suivants :

a. $2^5 \times 3^4 \times 6^2$ b. $(5^2 \times 6^4)^2 \times 10^4$ c. $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5^2}{2^8 \times 3^3 \times 5^4}$

d. $\frac{6^3 \times 14^5}{4^2 \times 21^9}$ e. $\frac{(2^3 \times 3^4)^3}{6^6}$ f. $\frac{3^{15} + 3^{15}}{2^5 \times 3^{10}}$

Exercice réservé 236

Effectuer les opérations suivantes en mettant le résultat sous la forme suivante $p\sqrt{q}$ où p est un entier relatif et q est un entier naturel le plus petit possible :

a. $\sqrt{500}$ b. $\sqrt{252}$ c. $\sqrt{6} \times \sqrt{48}$
 d. $\sqrt{3^2 + 4^2}$ e. $5\sqrt{3} + 2\sqrt{75} - 3\sqrt{12}$ f. $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

Exercice réservé 4378

Donner la forme simplifiée de chacune des expressions suivantes :

a. $\sqrt{7500}$ b. $\sqrt{50} \times \sqrt{48}$ c. $\sqrt{45} + 2\sqrt{500} - \sqrt{80}$
 d. $2\sqrt{75} - \sqrt{48}$ e. $\frac{15 \times 10^4}{\sqrt{16 \times 10^{-6}}}$ f. $\sqrt{98} \times \sqrt{6}$

2. Fractions :

Exercice réservé 243

1. Effectuer les calculs suivant :

a. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ c. $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ d. $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$

2. a. Soit m un entier strictement positif, faites une conjecture sur l'écriture de la différence suivante :

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

b. Démontrer cette conjecture.

Exercice réservé 1717

Effectuer les calculs ci-dessous ; attention, on ne peut simplifier une fraction que lorsque son numérateur et son dénominateur sont entièrement déterminés :

a. $\frac{1 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{23}{7}}$ b. $\frac{5 - \frac{2-3}{5-9}}{3+1 + \frac{9-4}{3}}$ c. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$

Exercice réservé 241

Etablir que le résultat de chacun des calculs ci-dessous est un nombre relatif négatif :

3. Puissances :

Exercice réservé 257

Ecrire les nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^m \times 5^k$ où les nombres n, m, k des entiers relatifs.

a. $18 \times 15^2 \times 12^4$ b. $\frac{6^{10} \times 5^3 \times 10^2}{15^7 \times 2^3}$
 c. $\frac{(-3)^3 \times 15^2 \times (-4)^3}{16^2 \times (-9)^2}$

Exercice réservé 245

Transformer chacun des calculs ci-dessous afin d'obtenir une écriture de la forme :

$$2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q \quad \text{où } m, n, p, q \text{ sont des entiers relatifs :}$$

Exercice réservé 4420

Simplifier les calculs suivants :

a. $4\sqrt{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{48}$ b. $\sqrt{27} + 2\sqrt{12} - 5\sqrt{75}$
 c. $\frac{\sqrt{75} + \sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$ d. $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{75}}{\sqrt{5} \times \sqrt{90} + \sqrt{24} \times \sqrt{12}}$

a. $\frac{2}{\frac{1}{4} + 2} - 1$ b. $\frac{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^3}{5^3 - 101}$ c. $\frac{52}{\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5}}}} - 3$

Exercice réservé 280

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme de fraction simplifiée :

a. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6}}}}$ b. $\frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right)^2}{\frac{1}{9} + \frac{1}{12}}$

Exercice réservé 1781

Effectuer les calculs suivants et donner les différents résultats sous la forme de fraction simplifiée :

a. $\frac{1}{1 + \frac{1}{2 - \frac{1}{3 + \frac{2}{7}}}}$ b. $\frac{\left(2 - \frac{1}{3}\right)^2}{\frac{7}{4} - \frac{6^2}{18}}$

a. $9^4 \times 3^8 \times 2^4 \times 6^2$ b. $\frac{6^{-4} \times 12^2 \times (5^3)^{-2}}{(30 \times 5^2)^2}$

c. $\frac{(-16)^2 \times (-5^3)^2 \times (-27)^5}{(-21)^4 \times 10}$

Exercice réservé 271

Les deux questions suivantes sont indépendantes :

1. On considère la somme suivante :
 $S = 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4$

- a. Par laquelle des phrases ci-dessous peut-on traduire cette somme :
- ➔ La somme des puissances des cinq premiers entiers naturels à l'exposant 3.
 - ➔ La somme des cinq premières puissances de 3 dont l'exposant est un entier naturel.

- b. Montrer que S est le carré d'un entier dont on précisera la valeur.

2. Trouver l'entier $n \in \mathbb{N}$ vérifiant l'égalité : $10^n = 100^{100}$

4. Racines carrées :

Exercice réservé 272

Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- a. $\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}$ b. $\sqrt{(2 + \sqrt{12})^2} - 8\sqrt{3}$
 c. $\sqrt{(\pi - 3)^2}$ d. $\sqrt{\sqrt{81}}$
 e. $\sqrt{(-2)^2}$ f. $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$

Exercice réservé 275

Justifier que chacune des expressions présentées ci-dessous représentent l'inverse du nombre $\frac{\sqrt{8}}{3}$:

- a. $\frac{3}{\sqrt{8}}$ b. $\frac{3\sqrt{8}}{8}$ c. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{16}}$

Exercice réservé 267

1. Montrer que les deux nombres suivants sont inverses l'un de l'autre :

$$\frac{\sqrt{5} + 1}{2} ; \quad \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

2. Montrer que : $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

Exercice réservé 268

1. a. Montrer que $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$ est un nombre entier.

- b. Pour simplifier l'écriture du quotient $\frac{2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$, nous allons multiplier son numérateur et son dénominateur par $(2 - \sqrt{3})$.

Remarquer que le dénominateur a, alors, une valeur entière.

2. a. Montrer que $(2 + 3\sqrt{5})(2 - 3\sqrt{5})$ est un nombre entier relatif.

- b. Utiliser ce résultat pour écrire $\frac{\sqrt{5}-2}{2-3\sqrt{5}}$ avec un dénominateur entier.

3. Ecrire $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ avec un dénominateur entier.

4. Ecrire $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ avec un dénominateur entier.

Exercice réservé 258

Simplifier l'écriture de chacun des expressions suivantes :

- a. $\sqrt{63} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{2800}$ b. $(2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$
 c. $\frac{2 + \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ d. $\frac{\sqrt{5} - 2}{1 - \sqrt{2}}$

Exercice réservé 239

Simplifier les écritures suivantes :

- a. $\sqrt{175} - 10\sqrt{112} + \sqrt{7}$
 b. $(2\sqrt{2} - 2)(\sqrt{200} + \sqrt{98} + \sqrt{18})$ c. $\frac{3\sqrt{3} - 6}{\sqrt{3}}$
 d. $\frac{\sqrt{27} - 5}{\sqrt{3} - 2}$ e. $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

Exercice réservé 232

Démontrer les égalités suivantes :

1. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 10$
 2. $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$

Rechercher l'expression simplifiée de $(\sqrt{3}-1)^2$

3. $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} - y} = \frac{\sqrt{x} - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

avec $x \in \mathbb{R}_*^+$ et $y \in \mathbb{R}_*^+$ tels que : $x \neq y$.

Exercice réservé 254

1. Ecrire $(2 + \sqrt{3})^2$ sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des nombres réels.
 2. En déduire une simplification d'écriture de $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

Exercice réservé 263

1. a. Etablir l'égalité suivante : $(1 - 2\sqrt{2})^2 = 9 - 4\sqrt{2}$
 b. En déduire une expression simplifiée de $\sqrt{9 - 4\sqrt{2}}$
 2. Démontrer l'égalité suivante : $\sqrt{37 + 12\sqrt{7}} = 3 + 2\sqrt{7}$

5. Valeurs approchées :

Exercice réservé 251

1. a. Soit ABC un triangle équilatéral de côté x cm.

Déterminer la longueur de ses hauteurs.

- b. Déterminer la valeur approchée à 10^{-3} près de la

longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral de 4 cm de côté.

2. Déterminer la mesure, au millimètre près, de la longueur des cotés d'un triangle équilatéral dont l'aire est de 25 cm^2 .

Exercice réservé 237 

1. Ecrire A sous forme de fraction irréductible.

6. Nature des nombres :

Exercice réservé 278 

Indiquer la nature de chacun des nombres présentés ci-dessous (*indiquer vos calculs si nécessaire*) :

- a. $1 + \frac{1}{3}$ b. $\frac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{9}}$ c. $\sqrt{2}$ d. $\sqrt{7500}$
 e. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$ f. $1 + \pi$ g. $(1 + \sqrt{2})^2$ h. $(\cos \frac{\pi}{3})^2$

7. Intervalles :

Exercice réservé 316 

Compléter à l'aide des symboles \in et \notin :

- a. $\pi \dots]3,14; 5]$ b. $3 \dots [0; \frac{5}{2}[$ c. $\sqrt{2} \dots [2; 3]$
 d. $0,33 \dots [\frac{1}{3}; 1]$ e. $-3 \dots [2; 4]$

Exercice réservé 311 

1. Recopier et compléter à l'aide du symbole d'appartenance (\in) et de non-appartenance les lignes suivantes :

- a. $\sqrt{2} \dots]1; 3[$ b. $\frac{2}{\sqrt{2}} \dots [\sqrt{2}; 5]$
 c. $\frac{1 - \sqrt{11}}{\sqrt{11}} \dots]-\infty; 0[$

2. Pour chaque couple d'intervalle, donner l'ensemble résultat de leur intersection et de leur réunion :

- a. $[-\sqrt{2}; \frac{1}{3}[$ et $[\frac{1}{3}; 5]$ b. $[1; 6[$ et $[3; 8]$
 c. $] -\infty; \pi]$ et $]1; +\infty[$

Exercice réservé 1794 

Pour chaque question, on a représenté un sous-ensemble de \mathbb{R} :

- en hachurant les intervalles constituant ce sous-ensemble ;
- en marquant les points isolés lui-appartenant.

A l'aide des notations ensemblistes, décrire chacun de ces sous-ensembles :

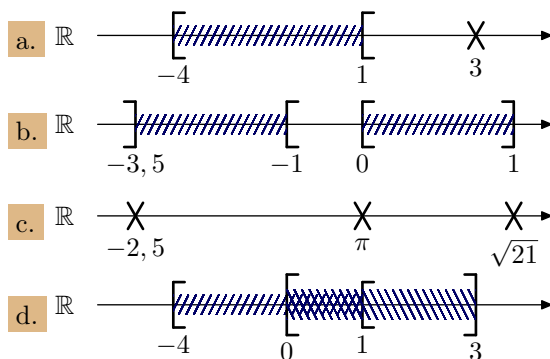
$$A = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}$$

2. a. Montrer que A est une valeur approchée de $\sqrt{7}$ à 10^{-1} près.
 b. A est-il une valeur approchée de $\sqrt{7}$ à 10^{-2} près?

Exercice réservé 269 

Pour chacun des nombres ci-dessous, déterminer son ensemble d'appartenance :

- a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{5}{3}$ c. $\frac{0,3}{24}$ d. $\frac{5,1}{1,7}$
 e. $\sqrt{18}$ f. $\sqrt{121}$ g. $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ h. $\sqrt{1,44}$



Exercice réservé 2711 

1. Simplifier l'écriture des ensembles suivants :
- a. $] -\infty; 3] \cap [-2; 5[$ b. $[\frac{5}{2}; \sqrt{10}[\cap [3; \pi[$
 c. $] -\frac{12}{5}; \sqrt{3}[\cup [-\sqrt{3}; \frac{9}{4}[$
2. Dire si les inclusions suivantes sont vraies ou fausses :
- a. $]3; \sqrt{17}[\subset]-\infty; 4[$
 b. $[-\frac{2}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2}[\subset]-1; \frac{1}{\sqrt{2}}[$

Exercice réservé 1935 

Avant d'effectuer l'opération sur les intervalles demandées, représenter chacun des deux intervalles sur une droite graduée, puis donner l'ensemble résultant.

- a. $[2; 5] \cup]-1; 7]$ b. $]3; +\infty[\cup [0; 3[\cup \{3\}$
 c. $[2; 5] \cap]-1; 7]$ d. $] -\infty; 3] \cap]3; +\infty[$

8. Divers :

Exercice réservé 262

- Effectuer le calcul suivant : $A = 1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{3 + \frac{1}{3}}}$
- Donner l'écriture du quotient suivant sous la forme $2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$ où m, n, p, q sont des entiers relatifs :

$$B = \frac{3 \times 15^2 \times (2 \times 5^3)^{-2}}{7^3 \times 12^4}$$

- Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

$$C = (3\sqrt{2} + 5\sqrt{2})(3\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) \quad ; \quad D = \frac{1 - \sqrt{6}}{1 + \sqrt{6}}$$

Exercice réservé 1782

- Etablir pour tout entier naturel non nul p l'égalité suivante :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1} = \frac{1}{p(p+1)}$$

- En déduire la valeur de la somme suivante :

$$S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2003 \times 2004} + \frac{1}{2004 \times 2005}$$

Exercice réservé 233

Dans cet exercice, nous utiliserons le fait que tout entier naturel pair (*resp. impair*) s'écrit sous la forme $2 \times n$ (*resp. $2 \times n + 1$*) où n est un entier naturel.

Démontrer les assertions suivantes :

- La somme de deux entiers impairs est un entier pair.
- Le produit d'un entier pair par un entier impair est pair.
- Le produit de deux entiers consécutifs est un entier pair.
- La somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5.

9. Comparaison de nombres :

Exercice réservé 292

Comparer sans l'aide de la calculatrice :

- | | |
|--|--|
| a. 6 et $\sqrt{33}$ | b. $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$ et 6 |
| c. $10\sqrt{10}$ et 30 | d. $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{\sqrt{15}}$ |
| e. $\sqrt{5+3}$ et $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ | f. $2\sqrt{2} - 3$ et $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$ |

Exercice réservé 355

Comparer les nombres suivants en justifiant votre méthode :

- | | |
|--|---|
| a. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ et $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ | b. $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ et $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$ |
| c. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ et $\sqrt{2} - 1$ | d. $\frac{15 - \sqrt{2}}{14}$ et $\frac{14 - \sqrt{2}}{15}$ |

Exercice réservé 1934

Sans l'aide de la calculatrice, effectuer la comparaison des couples de nombres proposées :

- | | |
|---|---|
| a. $2\sqrt{19}$ et $5\sqrt{3}$ | b. $\frac{1}{\sqrt{35}}$ et $\frac{1}{6}$ |
| c. $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ et $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ | d. $\sqrt{12} - \sqrt{7}$ et 5 |
| e. $3\sqrt{5} + \sqrt{2}$ et $\sqrt{47 + 6\sqrt{10}}$ | f. $\frac{6^{11} \times 3 \times 4^7}{3^{12}}$ et $\sqrt{2^{50}}$ |

Exercice réservé 2848

Comparer les nombres suivants en justifiant votre méthode :

- | | |
|---|--|
| a. $\frac{1}{\sqrt{46}}$ et $\frac{1}{3\sqrt{5}}$ | b. $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ et $\sqrt{35 + 12\sqrt{6}}$ |
| c. $\frac{2 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{2}}$ et $\frac{2 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2}}$ | d. $\sqrt{\frac{3^4 \times 12^2}{3^8 \times 4^4}}$ et $\frac{1}{36}$ |