

# Seconde/Nombres et opérations

## 1. Niveau troisième :

### Exercice 270

Effectuer les calculs ci-dessous (*chercher de petites astuces pour simplifier votre démarche*):

a.  $8 \times \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{8}\right)$

b.  $\frac{8}{3} \times \left(6 - \frac{3}{4}\right)$

c.  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8}$

### Exercice 1021

Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous formes simplifiées :

a.  $\frac{7 \times 81 \times 15}{10 \times 9 \times 14}$

b.  $\frac{2 + 11 \times 2}{2 + 19 \times 2}$

c.  $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{12}}{7\sqrt{3} + \sqrt{75}}$

d.  $\frac{5 + 3 \times \frac{5}{12}}{1 + \frac{1}{2}}$

e.  $\frac{2 + 3}{3 - 5} + \frac{2 \times 6}{3 + 1}$

f.  $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$

### Exercice 4377

Effectuer les calculs suivants et donner les résultats sous formes simplifiées :

a.  $\frac{77 \times 16 \times 36}{18 \times 49 \times 8}$

b.  $\frac{4 + 3 \times 5}{2 - 4 \times 5}$

c.  $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{27} + \sqrt{12}}$

d.  $\frac{1 - \frac{5}{3} \times 4}{2 + \frac{7}{9}}$

e.  $\frac{2}{1 + \frac{1}{3}} - 1$

f.  $\frac{2}{1 + \frac{3}{1 + \frac{2}{2}}}$

### Exercice 4418

Effectuer les calculs suivants :

a.  $\frac{5 - 3 \times 7}{5 + 9 \times 3}$

b.  $\frac{1 + \frac{3}{7}}{2 - \frac{8}{3}}$

c.  $\frac{\frac{5}{2} + \frac{7}{2}}{\frac{11}{3} - \frac{5}{2}}$

d.  $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$

### Exercice 244

Déterminer le signe de chacune des opérations ci-dessous :

a.  $(-7)^8$

b.  $-7^8$

c.  $10^{-5}$

d.  $-2^6$

e.  $-4^{-7}$

f.  $(-4)^7$

g.  $(-3^{-4})^5$

### Exercice 2700

Simplifier chacune des expressions ci-dessous :

a.  $(a^2 \times b)^{-3} \times a^5$

b.  $\frac{a^5 \times (a^3 \times b^{-2})^5}{a^{-7} \times b^5}$

c.  $a^6 \times a^6$

d.  $\sqrt{a^{52}}$

### Exercice 4341

1. Donner les écritures scientifiques des nombres suivants :

a.  $546,7 \times 10^9$

b.  $0,045 \times 10^{-3}$

c.  $87,5 \times 10^{-4}$

2. Donner les formes simplifiées des expressions suivantes :

a.  $\frac{15 \times 10^5 \times 12 \times 10^{-14}}{6 \times 10^7 \times 20 \times 10^{12}}$

b.  $\frac{(5 \times 10^{-2})^2}{\sqrt{9 \times 10^4}}$

### Exercice 2693

1. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

a. 123546

b.  $5121,1 \times 10^{780}$

c.  $\frac{14 \times 10^4 \times 75 \times 10^{-7}}{35 \times 10^{-3}}$

d.  $\frac{33 \times 10^{-3} \times 8 \times (10^5)^2}{12 \times 10^2}$

2. Simplifier l'écriture des nombres suivants :

a.  $\frac{6^{10} \times 5^4}{10^{-3} \times 2^5}$

b.  $\frac{12^7 \times 15^4}{10^3 \times 21^{-4}}$

### Exercice 4419

Simplifier les calculs suivants :

a.  $2^5 \times 3^4 \times 6^2$

b.  $(5^2 \times 6^4)^2 \times 10^4$

c.  $\frac{2^5 \times 3^4 \times 5^2}{2^8 \times 3^3 \times 5^4}$

d.  $\frac{6^3 \times 14^5}{4^2 \times 21^9}$

e.  $\frac{(2^3 \times 3^4)^3}{6^6}$

f.  $\frac{3^{15} + 3^{15}}{2^5 \times 3^{10}}$

### Exercice 236

Effectuer les opérations suivantes en mettant le résultat sous la forme suivante  $p\sqrt{q}$  où  $p$  est un entier relatif et  $q$  est un entier naturel le plus petit possible :

a.  $\sqrt{500}$

b.  $\sqrt{252}$

c.  $\sqrt{6} \times \sqrt{48}$

d.  $\sqrt{3^2 + 4^2}$

e.  $5\sqrt{3} + 2\sqrt{75} - 3\sqrt{12}$

f.  $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

### Exercice 4378

Donner la forme simplifiée de chacune des expressions suivantes :

a.  $\sqrt{7500}$       b.  $\sqrt{50} \times \sqrt{48}$       c.  $\sqrt{45} + 2\sqrt{500} - \sqrt{80}$   
 d.  $2\sqrt{75} - \sqrt{48}$       e.  $\frac{15 \times 10^4}{\sqrt{16 \times 10^{-6}}}$       f.  $\sqrt{98} \times \sqrt{6}$

## 2. Fractions :

### Exercice 243

1. Effectuer les calculs suivant :

a.  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$       b.  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$       c.  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$       d.  $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$

2. a. Soit  $m$  un entier strictement positif, faites une conjecture sur l'écriture de la différence suivante :

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

b. Démontrer cette conjecture.

### Exercice 1717

Effectuer les calculs ci-dessous ; attention, on ne peut simplifier une fraction que lorsque son numérateur et son dénominateur sont entièrement déterminés :

a.  $\frac{1 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{23}{7}}$       b.  $\frac{5 - \frac{2-3}{5-9}}{\frac{3+1}{4} + \frac{9-4}{3}}$       c.  $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}$

### Exercice 241

Etablir que le résultat de chacun des calculs ci-dessous est un nombre relatif négatif :

## 3. Puissances :

### Exercice 257

Ecrire les nombres suivants sous la forme  $2^n \times 3^m \times 5^k$  où les nombres  $n, m, k$  des entiers relatifs.

a.  $18 \times 15^2 \times 12^4$       b.  $\frac{6^{10} \times 5^3 \times 10^2}{15^7 \times 2^3}$   
 c.  $\frac{(-3)^3 \times 15^2 \times (-4)^3}{16^2 \times (-9)^2}$

### Exercice 245

Transformer chacun des calculs ci-dessous afin d'obtenir une écriture de la forme :

$$2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q \quad \text{où } m, n, p, q \text{ sont des entiers relatifs :}$$

### Exercice 4420

Simplifier les calculs suivants :

a.  $4\sqrt{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{48}$       b.  $\sqrt{27} + 2\sqrt{12} - 5\sqrt{75}$   
 c.  $\frac{\sqrt{75} + \sqrt{12}}{2\sqrt{3}}$       d.  $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{75}}{\sqrt{5} \times \sqrt{90} + \sqrt{24} \times \sqrt{12}}$

### Exercice 280

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme de fraction simplifiée :

a.  $\frac{2}{\frac{2}{\frac{1}{4} + 2} - 1}$       b.  $\frac{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^3}{3}$       c.  $\frac{52}{\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5}}} - 3}$

### Exercice 1781

Effectuer les calculs suivants et donner les différents résultats sous la forme de fraction simplifiée :

a.  $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6}}}}}$       b.  $\frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right)^2}{\frac{1}{9} + \frac{1}{12}}$   
 a.  $\frac{1}{1 + \frac{1}{2 - \frac{1}{3 + \frac{2}{7}}}}$       b.  $\frac{\left(2 - \frac{1}{3}\right)^2}{\frac{7}{4} - \frac{6^2}{18}}$

### Exercice 271

Les deux questions suivantes sont indépendantes :

1. On considère la somme suivante :  
 $S = 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4$

- a. Par laquelle des phrases ci-dessous peut-on traduire cette somme :
- ➔ La somme des puissances des cinq premiers entiers naturels à l'exposant 3.
  - ➔ La somme des cinq premières puissances de 3 dont l'exposant est un entier naturel.

- b. Montrer que  $S$  est le carré d'un entier dont on précisera la valeur.

2. Trouver l'entier  $n \in \mathbb{N}$  vérifiant l'égalité :  $10^n = 100^{100}$

#### 4. Racines carrées :

##### Exercice 272

Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

- a.  $\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}$       b.  $\sqrt{(2 + \sqrt{12})^2 - 8\sqrt{3}}$   
 c.  $\sqrt{(\pi - 3)^2}$       d.  $\sqrt{\sqrt{81}}$   
 e.  $\sqrt{(-2)^2}$       f.  $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$

##### Exercice 275

Justifier que chacune des expressions présentées ci-dessous représentent l'inverse du nombre  $\frac{\sqrt{8}}{3}$  :

- a.  $\frac{3}{\sqrt{8}}$       b.  $\frac{3\sqrt{8}}{8}$       c.  $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{16}}$

##### Exercice 267

1. Montrer que les deux nombres suivants sont inverses l'un de l'autre :

$$\frac{\sqrt{5} + 1}{2} ; \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

2. Montrer que :  $\left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)^2 = 1 + \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

##### Exercice 268

1. a. Montrer que  $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$  est un nombre entier.

- b. Pour simplifier l'écriture du quotient  $\frac{2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$ , nous allons multiplier son numérateur et son dénominateur par  $(2 - \sqrt{3})$ .

Remarquer que le dénominateur a, alors, une valeur entière.

2. a. Montrer que  $(2 + 3\sqrt{5})(2 - 3\sqrt{5})$  est un nombre entier relatif.

- b. Utiliser ce résultat pour écrire  $\frac{\sqrt{5} - 2}{2 - 3\sqrt{5}}$  avec un dénominateur entier.

3. Ecrire  $\frac{4}{\sqrt{5} - 1}$  avec un dénominateur entier.

4. Ecrire  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  avec un dénominateur entier.

##### Exercice 258

Simplifier l'écriture de chacun des expressions suivantes :

- a.  $\sqrt{63} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{2800}$       b.  $(2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$   
 c.  $\frac{2 + \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$       d.  $\frac{\sqrt{5} - 2}{1 - \sqrt{2}}$

##### Exercice 239

Simplifier les écritures suivantes :

- a.  $\sqrt{175} - 10\sqrt{112} + \sqrt{7}$   
 b.  $(2\sqrt{2} - 2)(\sqrt{200} + \sqrt{98} + \sqrt{18})$       c.  $\frac{3\sqrt{3} - 6}{\sqrt{3}}$   
 d.  $\frac{\sqrt{27} - 5}{\sqrt{3} - 2}$       e.  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

##### Exercice 232

Démontrer les égalités suivantes :

1.  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 10$   
 2.  $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$

Rechercher l'expression simplifiée de  $(\sqrt{3} - 1)^2$

3.  $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} - y} = \frac{\sqrt{x} - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$   
 avec  $x \in \mathbb{R}_*^+$  et  $y \in \mathbb{R}_*^+$  tels que :  $x \neq y$ .

##### Exercice 254

1. Ecrire  $(2 + \sqrt{3})^2$  sous la forme  $a + b\sqrt{3}$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels.

2. En déduire une simplification d'écriture de  $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ .

##### Exercice 263

1. a. Etablir l'égalité suivante :  $(1 - 2\sqrt{2})^2 = 9 - 4\sqrt{2}$   
 b. En déduire une expression simplifiée de  $\sqrt{9 - 4\sqrt{2}}$

2. Démontrer l'égalité suivante :  $\sqrt{37 + 12\sqrt{7}} = 3 + 2\sqrt{7}$

#### 5. Valeurs approchées :

##### Exercice 251

1. a. Soit  $ABC$  un triangle équilatéral de côté  $x$  cm.

Déterminer la longueur de ses hauteurs.

- b. Déterminer la valeur approchée à  $10^{-3}$  près de la

longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral de 4 cm de côté.

2. Déterminer la mesure, au millimètre près, de la longueur des cotés d'un triangle équilatéral dont l'aire est de  $25 \text{ cm}^2$ .

### Exercice 237

1. Ecrire  $A$  sous forme de fraction irréductible.

## 6. Nature des nombres :

### Exercice 278

Indiquer la nature de chacun des nombres présentés ci-dessous (*indiquer vos calculs si nécessaire*):

- a.  $1 + \frac{1}{3}$     b.  $-\frac{3}{\frac{2}{9}}$     c.  $\sqrt{2}$     d.  $\sqrt{7^{500}}$   
 e.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$     f.  $1 + \pi$     g.  $(1 + \sqrt{2})^2$     h.  $(\cos \frac{\pi}{3})^2$

## 7. Intervalles :

### Exercice 316

Compléter à l'aide des symboles  $\in$  et  $\notin$ :

- a.  $\pi \dots ]3, 14; 5]$     b.  $3 \dots [0; \frac{5}{2}[$     c.  $\sqrt{2} \dots [2; 3]$   
 d.  $0,33 \dots [\frac{1}{3}; 1]$     e.  $-3 \dots [2; 4]$

### Exercice 311

1. Recopier et compléter à l'aide du symbole d'appartenance ( $\in$ ) et de non-appartenance les lignes suivantes:

- a.  $\sqrt{2} \dots ]1; 3[$     b.  $\frac{2}{\sqrt{2}} \dots [\sqrt{2}; 5]$   
 c.  $\frac{1 - \sqrt{11}}{\sqrt{11}} \dots ]-\infty; 0[$

2. Pour chaque couple d'intervalle, donner l'ensemble résultat de leur intersection et de leur réunion:

- a.  $[-\sqrt{2}; \frac{1}{3}[$  et  $[\frac{1}{3}; 5]$     b.  $[1; 6[$  et  $[3; 8]$   
 c.  $] -\infty; \pi]$  et  $]1; +\infty[$

### Exercice 1794

Pour chaque question, on a représenté un sous-ensemble de  $\mathbb{R}$ :

- en hachurant les intervalles constituant ce sous-ensemble;
- en marquant les points isolés lui-appartenant.

A l'aide des notations ensemblistes, décrire chacun de ces sous-ensembles:

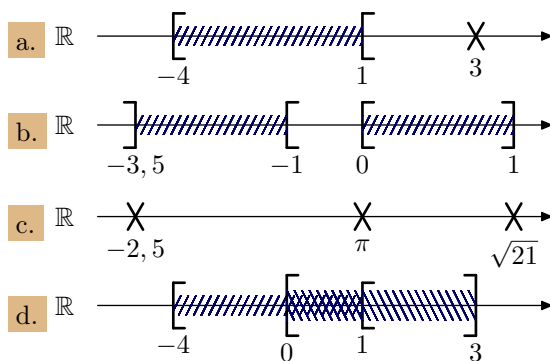
$$A = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}$$

2. a. Montrer que  $A$  est une valeur approchée de  $\sqrt{7}$  à  $10^{-1}$  près.  
 b.  $A$  est-il une valeur approchée de  $\sqrt{7}$  à  $10^{-2}$  près?

### Exercice 269

Pour chacun des nombres ci-dessous, déterminer son ensemble d'appartenance:

- a.  $\frac{3}{4}$     b.  $\frac{5}{3}$     c.  $\frac{0,3}{24}$     d.  $\frac{5,1}{1,7}$   
 e.  $\sqrt{18}$     f.  $\sqrt{121}$     g.  $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$     h.  $\sqrt{1,44}$



### Exercice 2711

1. Simplifier l'écriture des ensembles suivants:

- a.  $] -\infty; 3] \cap [-2; 5[$     b.  $[\frac{5}{2}; \sqrt{10}[ \cap [3; \pi[$   
 c.  $] -\frac{12}{5}; \sqrt{3}[ \cup [-\sqrt{3}; \frac{9}{4}[$

2. Dire si les inclusions suivantes sont vraies ou fausses:

- a.  $]3; \sqrt{17}[ \subset ]-\infty; 4[$   
 b.  $[-\frac{2}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2}[ \subset ]-1; \frac{1}{\sqrt{2}}[$

### Exercice 1935

Avant d'effectuer l'opération sur les intervalles demandées, représenter chacun des deux intervalles sur une droite graduée, puis donner l'ensemble résultant.

- a.  $[2; 5] \cup ]-1; 7]$     b.  $]3; +\infty[ \cup [0; 3[ \cup \{3\}$   
 c.  $[2; 5] \cap ]-1; 7]$     d.  $] -\infty; 3] \cap [3; +\infty[$

## 8. Divers :

### Exercice 262

1. Effectuer le calcul suivant :  $A = 1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{3 + \frac{1}{3}}}$

2. Donner l'écriture du quotient suivant sous la forme  $2^m \times 3^n \times 5^p \times 7^q$  où  $m, n, p, q$  sont des entiers relatifs :

$$B = \frac{3 \times 15^2 \times (2 \times 5^3)^{-2}}{7^3 \times 12^4}$$

3. Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

$$C = (3\sqrt{2} + 5\sqrt{2})(3\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) \quad ; \quad D = \frac{1 - \sqrt{6}}{1 + \sqrt{6}}$$

### Exercice 1782

1. Etablir pour tout entier naturel non nul  $p$  l'égalité suivante :

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1} = \frac{1}{p(p+1)}$$

2. En déduire la valeur de la somme suivante :

$$S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2003 \times 2004} + \frac{1}{2004 \times 2005}$$

### Exercice 233

Dans cet exercice, nous utiliserons le fait que tout entier naturel pair (*resp. impair*) s'écrit sous la forme  $2 \times n$  (*resp.  $2 \times n + 1$* ) où  $n$  est un entier naturel.

Démontrer les assertions suivantes :

1. La somme de deux entiers impairs est un entier pair.
2. Le produit d'un entier pair par un entier impair est pair.
3. Le produit de deux entiers consécutifs est un entier pair.
4. La somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5.

## 9. Comparaison de nombres :

### Exercice 292

Comparer sans l'aide de la calculatrice :

- |  |  |
|--|--|
| a. 6 et $\sqrt{33}$                      | b. $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$ et 6             |
| c. $10\sqrt{10}$ et 30                   | d. $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{\sqrt{15}}$      |
| e. $\sqrt{5+3}$ et $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ | f. $2\sqrt{2} - 3$ et $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$ |

### Exercice 355

Comparer les nombres suivants en justifiant votre méthode :

- |  |   |
|--|---|
| a. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ et $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ | b. $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ et $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$         |
| c. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ et $\sqrt{2} - 1$                  | d. $\frac{15 - \sqrt{2}}{14}$ et $\frac{14 - \sqrt{2}}{15}$ |

### Exercice 1934

Sans l'aide de la calculatrice, effectuer la comparaison des couples de nombres proposées :

- |   |   |
|---|---|
| a. $2\sqrt{19}$ et $5\sqrt{3}$                              | b. $\frac{1}{\sqrt{35}}$ et $\frac{1}{6}$                         |
| c. $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ et $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ | d. $\sqrt{12} - \sqrt{7}$ et 5                                    |
| e. $3\sqrt{5} + \sqrt{2}$ et $\sqrt{47 + 6\sqrt{10}}$       | f. $\frac{6^{11} \times 3 \times 4^7}{3^{12}}$ et $\sqrt{2^{50}}$ |

### Exercice 2848

Comparer les nombres suivants en justifiant votre méthode :

- |   |  |
|---|--|
| a. $\frac{1}{\sqrt{46}}$ et $\frac{1}{3\sqrt{5}}$                             | b. $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ et $\sqrt{35 + 12\sqrt{6}}$               |
| c. $\frac{2 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{2}}$ et $\frac{2 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2}}$ | d. $\sqrt{\frac{3^4 \times 12^2}{3^8 \times 4^4}}$ et $\frac{1}{36}$ |