Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Seconde/Fonctions homographiques

1. Fonctions homographiques :

Exercice 419

On considère la fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto \frac{x+1}{x-2}$$

1. a. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

   b. Déterminer l'image de 3 par la fonction f.

   c. Déterminer les antécédents, pour la fonction f, des nombres -1 et 0.

   d. Justifier que 1 n'admet pas d'antécédent par la fonction f.

2. Etablir pour tout $x \in \mathbb{R} \backslash \{2\}$, l'égalité suivante :

$$\frac{x+1}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 1$$

Exercice 424

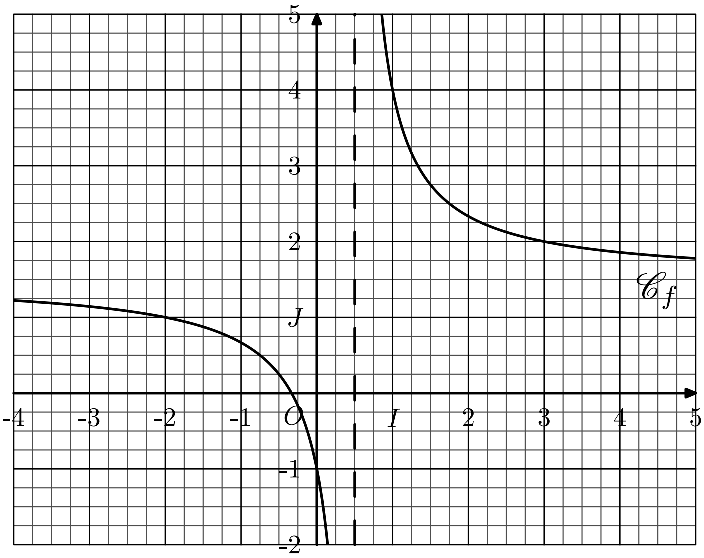
On considère la fonction : $f : x \longmapsto \dfrac{3x+1}{2x-1}$

1. a. Etablir l'égalité suivante :

$$\frac{3x+1}{2x-1} = \frac{5}{4x-2} + \frac{3}{2}$$

   b. Etablir la décroissance de la fonction f sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\frac{1}{2}\right[$.

2. On représente, dans le repère orthonormé ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f :



   a. Graphiquement, déterminer une valeur approchée de l'antécédent du nombre 3 par la fonction f.

   b. Algébriquement, rechercher l'antécédent du nombre 3 par la fonction f.

   c. Graphiquement, déterminer les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 3$

Exercice 427

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f : x \longmapsto \frac{2-6x}{1-2x}.$$

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Déterminer la valeur des réels a et b vérifiant :

$$\frac{2-6x}{1-2x} = \frac{a}{1-2x} + b$$

3. En déduire que la fonction f est décroissante sur $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$

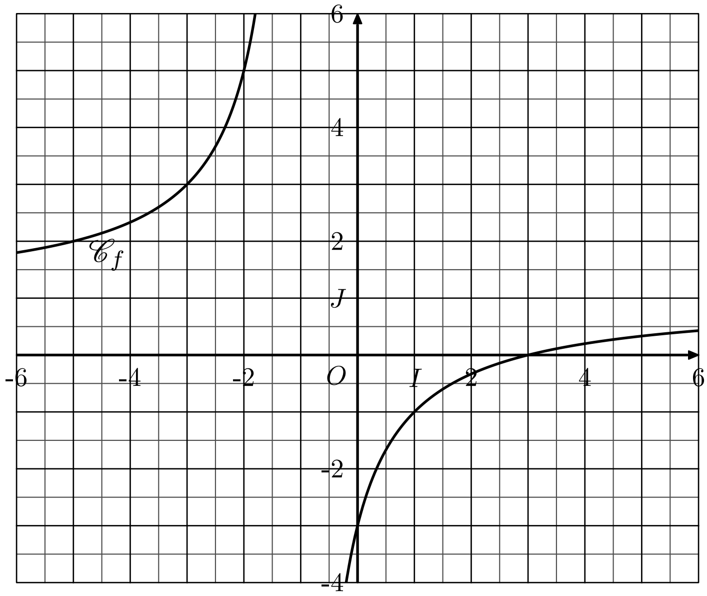
2. Fonctions homographiques et fonctions affines :

Exercice 6052

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{x-3}{x+1}$$

Dans le repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ donné ci-dessous, on a représenté la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.

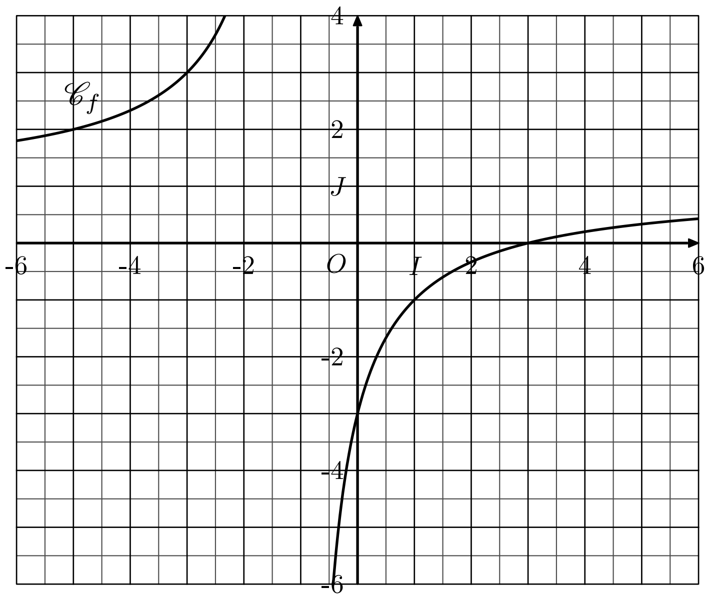


1. a. Déterminer les coordonnées des deux points A et B de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse respective -2 et 3.
   b. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
   c. Tracer, dans le repère, la droite (AB).
2. On considère la droite (Δ) ayant pour équation réduite : (Δ): $y=-2x-3$
   a. Déterminer algébriquement les solutions de l'équation :
   $f(x) \geqslant -2x-3$
   b. En déduire la positition relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ relativement à la droite (Δ).
   c. Tracer la droite (Δ) dans le repère.

Exercice 6053

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par la relation :
$f(x)=\dfrac{x-3}{x+1}$

Dans le repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ donné ci-dessous, on a représenté la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.

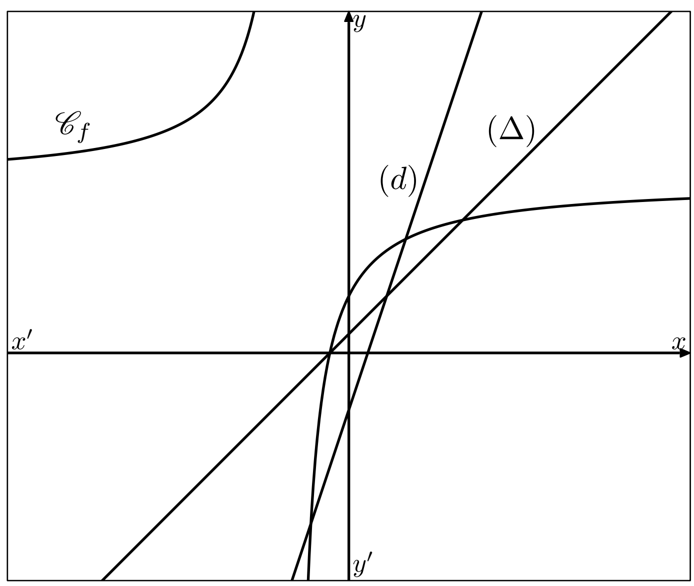


1. a. Déterminer les coordonnées des deux points A et B de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse respective 1 et 3.
   b. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
   c. Tracer, dans le repère, la droite (AB).
2. On considère la droite (Δ) ayant pour équation réduite : (Δ): $y=3x-4$
   a. Etablir la factorisation suivante :
   $-3x^2+2x+1=(1-x)(3x+1)$
   b. Résoudre algébriquement l'inéquation :
   $f(x) \leqslant 3x-4$
   c. En déduire la positition relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ relativement à la droite (Δ).
   d. Tracer la droite (Δ) dans le repère.

Exercice 6054

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par la relation :
$f(x)=\dfrac{3x+1}{x+1}$

Dans le repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ donné ci-dessous, on a représenté la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. Déterminer l'équation réduite de la droite (d) passant par les deux points de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant respectivement pour abscisses $-\dfrac{2}{3}$ et 1.
2. On considère la droite (Δ) ayant pour équation réduite :
   (Δ): $\quad y=x+\dfrac{1}{3}$
   a. Etablir la factorisation suivante :
   $-3x^2+5x+2=(2-x)(3x+1)$
   b. Résoudre algébriquement l'inéquation :
   $f(x) \leqslant x+\dfrac{1}{3}$
   c. En déduire la positition relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ relativement à la droite (Δ) sur $\mathbb{R}$.

3. Fonctions homographiques : problèmes :

Exercice 2987

Un automobiliste parcours sur les routes départementales une distance de $48\,km$ à une vitesse moyenne de $64\,{}^{km}\!/\!_{h}$, puis il parcourt la suite du parcours, de $x\,km$, sur autoroute à une vitesse moyenne de $115\,{}^{km}\!/\!_{h}$.

1. Déterminer la durée de son trajet sur les routes départementales.
2. a. Justifier que le trajet total a eu pour durée :
   $t = \dfrac{3}{4} + \dfrac{x}{115}$

   b. Justifier que la vitesse v moyenne de l'automaliste, sur l'ensemble du parcours, s'écrit en fonction de x :
   $v = \dfrac{460x + 22080}{4x + 345}$
3. Le conducteur sait qu'il a parcouru l'intégralité du parcours à une vitesse moyenne de $92\,{}^{km}\!/\!_{h}$.

   Déterminer la distance parcourue sur l'autoroute par l'automiliste. Puis, donner la distance totale de son parcours.

4. Etudes d'autres fonctions :

Exercice 3002

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+1}$$

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Etablir les égalités suivantes :
   $$f(x) = \frac{4}{(x-3)(x+1)} = \frac{4}{(x-1)^2 - 4}$$
3. a. Justifier que, pour x appartenant à $\left]-\infty\,;-1\right[$, l'image de x est positive.

   b. Etablir que la fonction f est croissante sur $\left]-\infty\,;-1\right[$.
4. Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :

   a. Pour tout nombre $h \in \mathbb{R}$ tel que les deux nombres $1+h$ et $1-h$ appartiennent à $\mathcal{D}_f$, vérifier l'égalité suivante : $f(1-h) = f(1+h)$

   b. En affichant la courbe $\mathscr{C}_f$ sur votre calculatrice, quelle propriété géométrique semble posséder la courbe $\mathscr{C}_f$?

Exercice 3025

1. On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :
   $$f(x) = \frac{x+2}{(2x-1)(3-x)}$$
   a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f

   b. Etablir l'égalité suivante :
   $$f(x) = \frac{1}{2x-1} + \frac{1}{3-x}$$
   c. Montrer que pour tout $x \in \left]-\infty\,;-2\right]$, l'image de x par f est un nombre positif.
2. Soit g la fonction définie par :
   $$g : x \longmapsto \frac{4}{4x-2} - \frac{2}{2x+5}$$
   a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.

   b. Déterminer les valeurs de a et de b vérifiant la relation suivante :
   $$g(x) = \frac{12}{4{\cdot}(x-a)^2 + b}$$
   c. Etablir le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{2}\,;+\infty\right[$

