Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Seconde/Fonctions du second degré

1. Expression algébriques :

Exercice 435

On considère l'expression algébrique suivante :

$E = (x+1)(2x-1)$

1. Répondre, à l'aide d'un calcul mental, aux questions suivantes :
   a. Déterminer le coefficient du terme en x^2.
   b. Détermienr le coefficient du terme numérique.
2. Justifier que l'expression E n'est égale à aucune des deux expressions suivantes :
   $F = 4x^2 + x - 1 \quad ; \quad G = 2(x+1)^2 + 1$

Exercice 441

On considère la fonction f définie par :

$f(x) = -6x^2 + 10x - 4$

1. Etablir les égalités suivantes :
   $f(x) = 2(x-1)(2-3x) = -6\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{1}{6}$
2. Calculer l'image des nombres ci-dessous par la fonction f
   a. 0 b. $\frac{2}{3}$ c. $\frac{5}{6}$

Exercice 432

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par :

$f(x) = 2x^2 + x - 1$

1. a. Etablir l'égalité : $f(x) = (x+1)(2x-1)$
   b. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$.
2. a. Etablir l'égalité : $f(x) = 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$.
   b. Etablir l'inégalité ci-dessous pour tout nombre x réel :
   $f(x) \geqslant -\frac{9}{8}$
   c. La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum?

Exercice 3001

Répondre aux questions suivantes sans aucune justification :

1. On considère le polynôme $P = 2\cdot(2x-1)(3-x)(x+2)$:
   a. Donner, sans justification, le coefficient du terme de degré 3 du polynôme P et la valeur de son terme numérique.
   b. Parmi les polynômes ci-dessous, lequel est la forme développée et réduite du polynôme P?
   - $-4x^3 + 6x^2 + 22x + 12$
   - $4x^3 + 6x^2 + 22x - 12$
   - $-4x^3 + 6x^2 + 22x - 12$
   - $4x^3 + 6x^2 + 22x + 12$
2. Déterminer la valeur de a, un nombre réel, vérifiant l'égalité suivante :
   $(2x+1)(3x^2 + a\cdot x + 1) = 6x^3 - 7x^2 - 3x + 1$

2. Sens de variations :

Exercice 414

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par :

$f(x) = -9x^2 - 12x + 1$

1. Etablir l'égalité : $f(x) = -(3x+2)^2 + 5$.
2. Démontrer que, sur $\left]-\infty\,;-\frac{2}{3}\right]$, la fonction f est croissante.

Exercice 1760

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation :

$f(x) = 2x^2 + 4x - 1$

1. Etablir l'égalité : $f(x) = 2(x+1)^2 - 3$
2. Montrer que :
   a. f est strictement décroissante sur $\left]-\infty;-1\right]$.

b. f est strictement croissante sur $\left[-1;+\infty\right[$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. En déduire que -3 est le minimum de la fonction f.

3. Tableau de variation :

Exercice 2976

Pour chacune des fonctions, déterminer les caractéristiques de leur extrémum et dresser le tableau de variations:

a. $f : x \longmapsto 2x^2 + 8x + 1$

b. $g : x \longmapsto -x^2 + 2x + 1$

c. $h : x \longmapsto x^2 + 4x + 4$

d. $j : x \longmapsto -3x^2 + 9x - 2$

e. $k : x \longmapsto 3x^2 + 2x + 2$

f. $\ell : x \longmapsto -x^2 + 2\sqrt{3}x - 1$

Exercice 2977

1. Soit f la fonction définie par la relation:
$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

b. Justifier que la fonction f s'annule en deux valeurs.

2. Soit g la fonction définie par la relation:
$g(x) = -4x^2 + 4x - 1$

a. Dresser le tableau de variations de la fonction g.

b. Justifier que la fonction g s'annule en une unique valeur qu'on précisera.

3. Soit h la fonction définie par la relation:
$h(x) = 4x^2 + 2x + 1$

a. Dresser le tableau de variations de la fonction h.

b. Justifier que la fonction h ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$.

4. Extrémum :

Exercice 406

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f : x \longmapsto -2x^2 + 2x + 12$$

1. Etablir les égalités suivantes:
$$-2x^2 + 2x + 12 = (3 - x)(2x + 4) = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$$

2. a. Justifier que la fonction f s'annule pour deux nombres qu'on précisera.

b. Justifier que la fonction f admet $\dfrac{25}{2}$ pour maximum.

3. a. Etablir que la fonction f est croissante sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\frac{1}{2}\right]$.

b. Dresser, sans justification, le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 1762

On considère la fonction: $f : x \longmapsto x^2+4x+1$:

1. Etablir l'égalité: $f(x) = (x+2)^2 - 3$

2. a. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $\left]-\infty\,;-2\right]$

b. Dresser, sans justification, son tableau de variation.

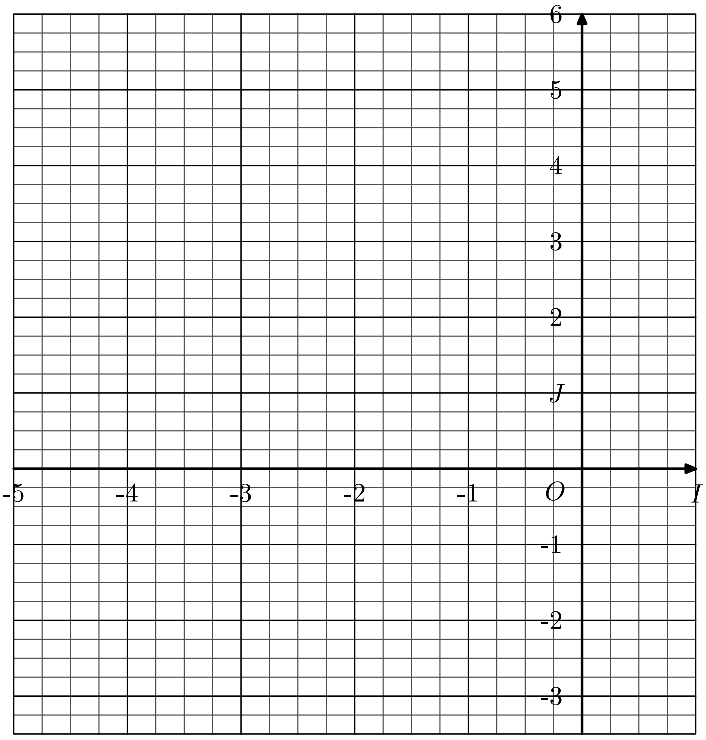
c. Donner les caractéristiques de l'extremum de la fonction f.

3. a. Compléter le tableau ci-dessous de valeurs de la fonction f:

x	-5	-4	$-3{,}5$	-3	$-2{,}5$	-2
$f(x)$						

x	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	1
$f(x)$					

b. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans le repère ci-dessous:

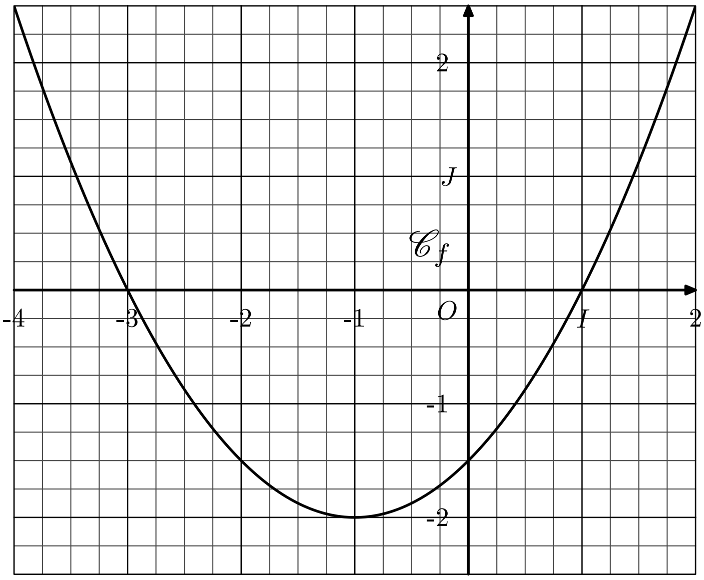


Exercice 437

On considère la fonction f, qui à tout nombre x, associe son image $f(x)$ définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

Le graphique ci-dessous donne la représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



Partie A : étude graphique

Graphiquement, répondre aux questions suivantes :

1. Donner les antécédents du nombre 0 par f.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4\,;2]$.
3. Donner les caractéristiques de l'extrémum de la fonction f.

Partie B : étude algébrique

1. a. Etablir l'egalité suivante : $f(x)=\frac{1}{2}\cdot(x+3)(x-1)$
   b. Résoudre l'équation : $f(x)=0$.
2. a. Etablir l'égalité suivante : $f(x)=\frac{1}{2}\cdot(x+1)^2-2$
   b. Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;-1]$.

Exercice 4869

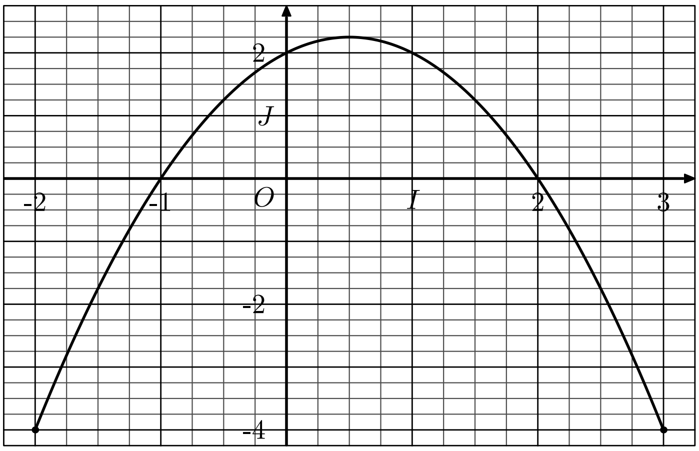
On considère la fonction f définie par l'expression :
$f(x) = a\cdot x^2 + b\cdot x + c$ où a, b, c sont des nombres réels.

La parabole $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f admet pour sommet le point de coordonnées $(-1\,;2)$ et elle passe par le point de coodonnées $(-3\,;0)$.

Déterminer, sans justification, les valeurs des nombres réels a, b et c.

Exercice 6689

La courbe ci-contre est la représentation d'une fonction f définie sur $[-2\,;3]$.



1. Graphiquement, répondre aux questions suivantes :
   a. Quelles sont les images de 0 et 2 par f ?
   b. Donner, si possible :
      - les antécédents éventuels de -4 par f ;
      - les antécédents éventuels de 4 par f ;
   c. Quelles sont les solutions de l'équation : $f(x)=-\frac{7}{4}$?
   d. Quelles sont les solutions de l'inéquation : $f(x)<0$?
2. On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ et admet pour expression :
   $f(x) = -x^2 + x + 2$.
   a. Justifier que : $f(x)=(-x+2)(x+1)$
   b. Résoudre l'équation : $f(x)=0$
   c. A l'aide d'un tableau de signes, résoudre l'inéquation $f(x)\geqslant 0$.
   d. Justifier que : $f(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$.
   En déduire la croissance de f sur l'intervalle $\left[-2\,;\frac{1}{2}\right]$.

5. Symétrie de courbes :

Exercice 426

On considère la fonction f définie par :

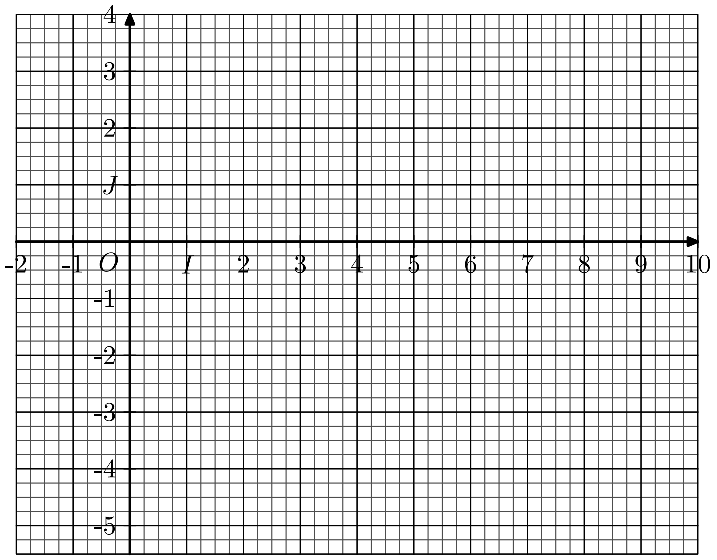
$$f : x \longmapsto \frac{1}{4}\cdot x^2 - 2\cdot x - 1$$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous avec des valeurs arrondies au centième près :

x	-2	$-0{,}5$	1	2	3	3,5	4
$f(x)$							

x	4,5	5	6	7	8,5	10
$f(x)$						

2. Effectuer le tracé de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



3. Cette courbe possède un axe de symétrie, tracer cet axe sur votre représentation.

Exercice 404

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par :

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 3$$

1. a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

   b. Préciser les caractéristiques de l'extrémum de la fonction f.

2. Soit h un nombre quelconque positif :

   a. Déterminer la forme développée et réduite des deux expressions suivantes :
   $f(1-h)$; $f(1+h)$

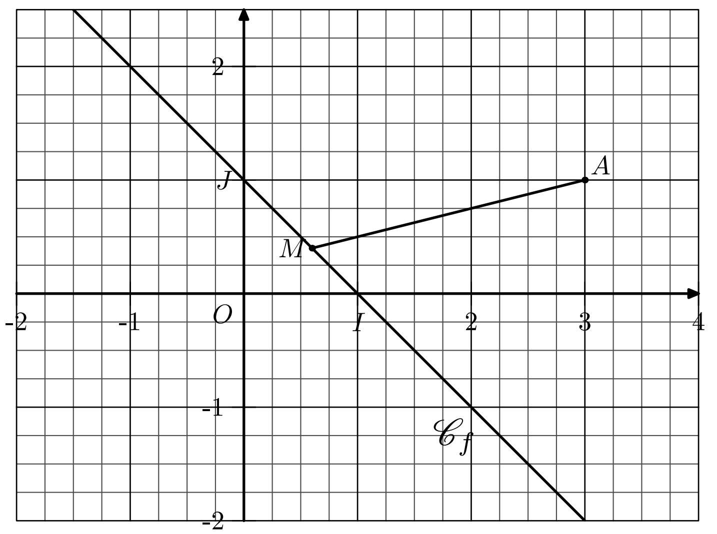
   b. Que peut-on dire sur les deux points de $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectives $(1-h)$ et $(1+h)$.

6. Problèmes :

Exercice 2838

On considère la fonction f définie par la relation :
$f(x) = -x + 1$

La représentation graphique est donnée ci-dessous :

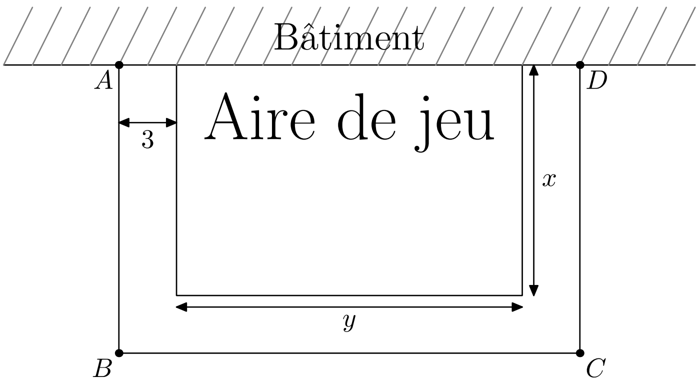


On considère le point A de coordonnée $(3\,;1)$ et M un point de la courbe $\mathscr{C}_f$.

Déterminer la position du point M sur $\mathscr{C}_f$ afin que la longueur AM est minimale.

Exercice 2865

On veut construire le long d'un bâtiment une aire de jeu rectangulaire. De plus, on souhaite que les dimensions de ce rectangle soient supérieures ou égales à $10\,m$. Cet espace de jeu est entouré sur trois côtés d'une allé de $3\,m$ de large comme l'indique le croquis ci-dessous.



L'ensemble est clôturé sur les trois côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.
On s'intéresse à la longueur $\mathscr{L}$ de la clôture :
$\mathscr{L} = AB + BC + CD$.
On note x et y les dimensions en mètres de l'aire de jeu *(la valeur de x et de y sont nécessairement positifs)*.

1. Exprimer la longueur $\mathscr{L}$ de la cloture en fonction des valeurs des valeurs de x et de y.

2. On dispose de 100 mètres de clôture qu'on souhaite entièrement utilisé :

   a. Exprimer, dans ces conditions, la valeur de y en fonction de x.

   b. Justifier que la valeur de x doit être inférieure à 44.

   c. Justifier que l'aire de jeux a pour aire :
   $\mathscr{A}(x) = 88x - 2x^2$

3. a. Justifier l'égalité ci-dessous :
   $\mathscr{A}(x) = 968 - 2(x-22)^2$

   b. En déduire la croissance de la fonction $\mathscr{A}$ sur l'intervalle $]0\,;22]$.

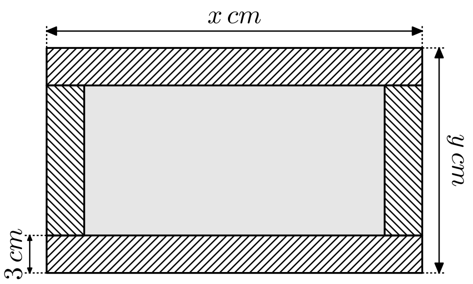
   c. Dresser, sans justification, le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$ sur l'intervalle $]0\,;44[$.

4. En déduire les dimensions afin que les 100 mètres de clô-

tures soient utilisés et que l'aire de jeu soit maximale.

Exercice 2877

Un menuisier dispose d'une baguette de bois de 100 centimètres de longueur et de 3 centimètres de largeur. Il souhaite utiliser toute la longueur de cette baguette pour la confection d'un cadre en bois à l'image du dessin ci-dessous :



1. a. Déterminer la valeur de y en fonction de x.

   b. En déduire les valeurs possibles de x.

2. Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}(x)$ de l'intérieur du cadre en fonction de x.

3. a. Etablir l'égalité suivante :
   $\mathcal{A}(x) = -(x-28)^2 + 484$

   b. Montrer que la fonction $\mathcal{A}$ est croissante sur $]6\,;28]$ et qu'elle est décroissante sur $[28\,;50[$.

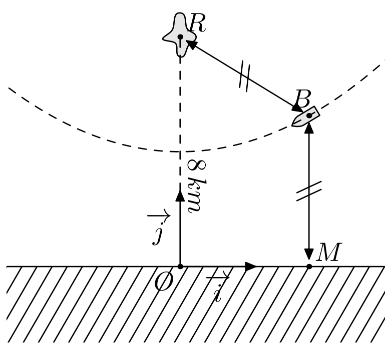
   c. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$, puis en déduire l'aire maximale que peut prendre un tel cadre.

Exercice 2988

Un bateau doit naviguer entre le rivage et un rocher. Ce rocher se situe à $8\,km$ du bord.

Par mesure de sécurité, le capitaine souhaite rester à égale du distance du rocher et du rivage.

Pour modéliser ce problème, on utilisera le repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ dont le point O est le projeté orthogonal du point R sur le rivage.



On note $(x\,;y)$ les coordonnées du bateau dans ce repère.

1. Exprimer en fonction de x et de y de la distance séparant le bateau :

   a. du rocher   b. du rivage

2. a. En utilisant l'égalité $BR=BM$, exprimer la valeur de y en fonction de x.

   b. Quel est le nom de la trajectoire du bateau?

Exercice 3024

Dans une fête forraine, le gérant de l'attraction "*la chenille en folie*" fait le constat suivant :

- Son manège peut accueillir 70 personnes par tour ;
- S'il fixe le prix à 1 €, son manège est plein à chaque tour ;
- Chaque fois qu'il augmente le prix de 0,50 €, il perd 5 clients.

On note x le prix d'une place : le nombre x appartient à l'intervalle $[1\,;+\infty[$.

On s'intéresse à la valeur de la recette faîte par cette attraction à chaque tour en fonction du prix x des places ; on note $\mathcal{R}(x)$ la valeur de cette recette.

1. Justifier que le la recette admet l'expression :
   $\mathcal{R}(x) = 80x - 10x^2$

2. a. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{R}$.

   b. En déduire la recette maximale que peut réaliser cette attraction. Quel doit-être le prix d'un tour pour réaliser ce maximum?

3. Le gérant souhaite réaliser une recette supérieure à 150 € à chaque tour de manège. Déterminons les prix possibles d'une place réalisant cette condition :

   a. Développer l'expression : $(x-4)^2-1$.
   En déduire l'expression de la forme canonique de l'expression $\mathcal{R}(x)-150$.

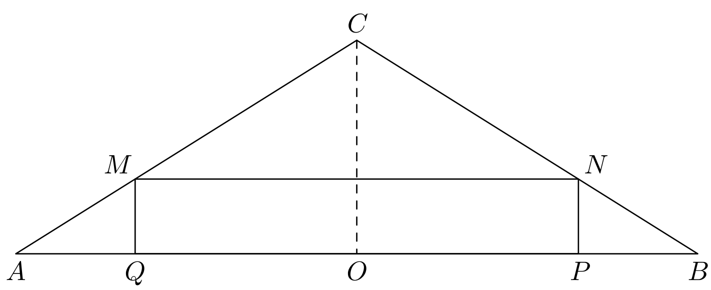
   b. Factoriser l'expression : $(x-4)^2-1^2$.
   Puis, factoriser l'expression $\mathcal{R}(x)-150$.

   c. Déterminer les solutions de l'équation : $\mathcal{R}(x)=150$.

   d. En utilisant la question précédente et le tableau de variations de la fonction $\mathcal{R}$, donner sans justification l'ensemble des solutions de l'inéquation $\mathcal{R}(x)\geqslant 150$.

Exercice 4852

On considère le triangle isocèle ABC de dimensions :
$OA = 8\,cm \quad ; \quad OC = 5\,cm$
$[CO]$ représente la hauteur du triangle ABC issue du sommet C.



On souhaite inscrire un rectangle $MNPQ$ à l'intérieur du triangle et centré autour de l'axe (OC) comme représenté ci-dessus.

On note x la longueur du segment $[OP]$.

1. Justifier brièvement les valeurs possibles prises par la variable x.

2. Déterminer la mesure du segment $[NP]$ en fonction de la longueur x.

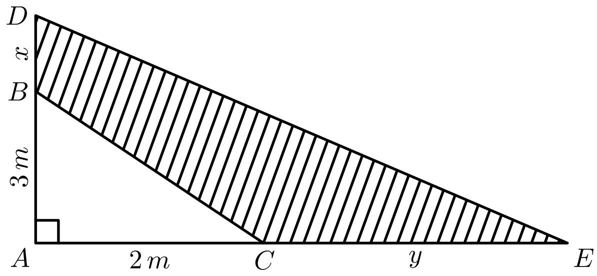
3. Démontrer que l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $MNPQ$ a pour expression en fonction de x :

$$\mathcal{A}(x) = -\frac{5}{4}\cdot x^2 + 10\cdot x$$

4. Pour quelle valeur l'aire du rectangle $MNPQ$ est maximale?

Exercice 4878

On considère la figure ci-dessous :



Elle vérifie les conditions suivantes :

- Le triangle ABC est rectangle en A tel que :
  $AB = 3\,m$; $AC = 2\,cm$
- Le point D est définie par : $D \in [AB)$; $D \notin [AB]$
- Le point E est définie par : $E \in [AC)$; $E \notin [AC]$
- On a la relation : $BD + CE = 10\,m$.

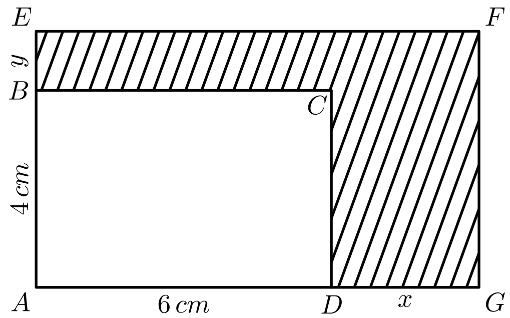
On note x et y les longueurs respectives des segments $[BD]$ et $[CE]$.

1. a. Etablir l'identité :
   $$2\cdot x^2 - 18\cdot x + 153 = 2\cdot\left[\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{225}{4}\right]$$
   b. Déterminer les valeurs de x et de y afin que la longueur du segment $[DE]$ soit minimale.

2. Déterminer les valeurs possibles de x et de y afin que l'aire de la partie hachurée mesure $15\,m^2$

Exercice 4879

Soit $ABCD$ un rectangle de dimension $6\,cm$ et $4\,cm$. On considère les points E et G, situés hors du rectangle $ABCD$, appartenant respectivement aux demi-droites $[AB)$ et $[AD)$ et le point F tels que le quadrilatère $AGFE$ est un rectangle.



On note x et y les deux distances suivantes :
$x = DG$; $y = BE$

On impose aux points E et G de former un rectangle $AEFG$ dont le périmètre est de $28\,cm$.

1. a. Montrer que la longueur y s'exprime en fonction de x par : $y = 4 - x$
   b. En déduire les valeurs possibles de x.

On note $\mathcal{A}$ l'aire de la partie hachurée *(celle du polygone $BEFGDC$)*.

2. Etablir que l'aire de la partie hachurée s'écrit en fonction de x est obtenue par l'égalité :
   $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 2x + 24$

3. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$ sur $\mathbb{R}$. *(on indiquera la valeur de l'extrémum local).*

4. Etudions les valeurs extrèmes prises par l'aire hachuée de cette figure :
   a. Quelle est l'aire maximale de la partie hachurée? Pour quelles valeurs de x est-elle atteinte?
   b. Quelle est l'aire minimale de la partie hachurée? Pour quelle valeur de x ce minimum est-il réalisé?

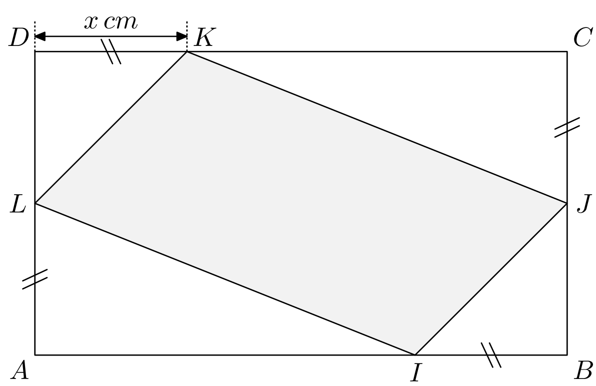
7. Problèmes et tableau de signes :

Exercice 2985

Dans le plan, on considère un rectangle $ABCD$ tel que :
$DC = 7\,cm$; $DA = 5\,cm$

Les points I, J, K, L sont des points appartenant respectivement aux côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ vérifiant les relations :

$DK = CJ = BI = LA = x\,cm$



1. Justifier, brièvement, que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

2. a. Déterminer les valeurs possibles pour x.
   b. Justifier que l'aire du parallélogramme $IJKL$ a pour expression en fonction de x :
   $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 12x + 35$

c. En déduire le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$.

d. Donner le minimum de la valeur de l'aire de $IJKL$ et la valeur de x pour lequel il est atteint.

3. On souhaite déterminer les valeurs de x pour lesquels, $\mathcal{A}$ est supérieure à $25\,cm^2$

a. Déterminer les valeurs de a et b de nombres réels vérifiant l'égalité :
$2x^2 - 12x + 10 = (a{\cdot}x + b)(x - 5)$

b. En déduire les solutions de l'inéquation :
$\mathcal{A}(x) \geqslant 25\,cm^2$.

