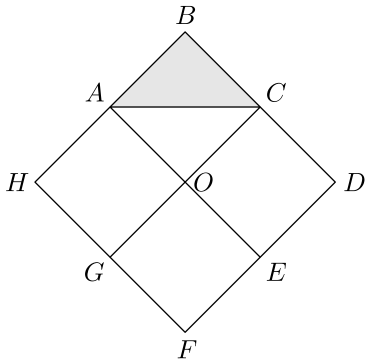
Seconde/Des vecteurs en plus

1. Autour des vecteurs :

Exercice 866

$ABCO$, $CDEO$, $EFGO$ et $GHAO$ sont des carrés représentés ci-après. $BDFH$ est un carré de centre O.



1. a. Quelle est l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (GC) ?

   b. Quelle est l'image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle 90^o qui amène E en C ?

2. En utilisant des transformations dont on précisera les éléments caractéristiques *(centre de symétrie, axe de symétrie, ...)*, recopier et compléter les phrases suivantes sans justifier la réponse.

   a. le triangle GFE est l'image du triangle ABC par ...

   b. Le triangle OCD est l'image du triangle ABC par ...

Exercice 942

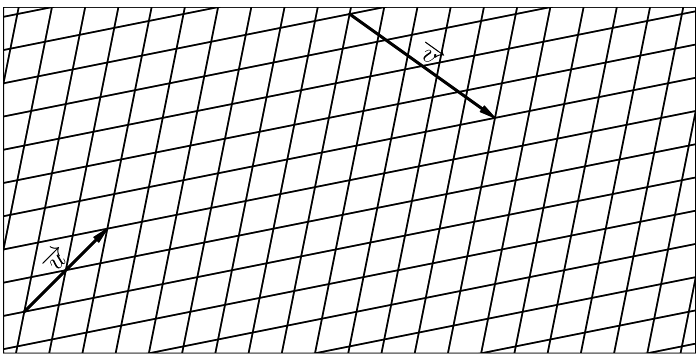
Pour chaque ligne du tableau suivant, trois réponses sont proposées, désignées par les numéros **1.**, **2.**, **3.**. Une seule est exacte.
Ecrire dans la colonne de droite le numéro correspondant à la bonne réponse.
Toutes les questions sont indépendantes.

	Réponse **1.**	Réponse **2.**	Réponse **3.**
A. Si $A(5;1)$ et $B(2;3)$, alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :	$(3;-4)$	$(7;2)$	$(-3;2)$
B. Si $A(5;-1)$ et $B(2;3)$ dans un repère orthonormal, alors AB est égal à :	5	1	7
C. Si D est l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$, alors :	$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{MN}$	$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{NM}$
D. Si $RSTU$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{RS}+\overrightarrow{RU}$ est égal à :	$\overrightarrow{TR}$	$\overrightarrow{SU}$	$\overrightarrow{RT}$

2. Repères non-orthogonaux :

Exercice 2077

On considère, dans le plan, les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ci-dessous :



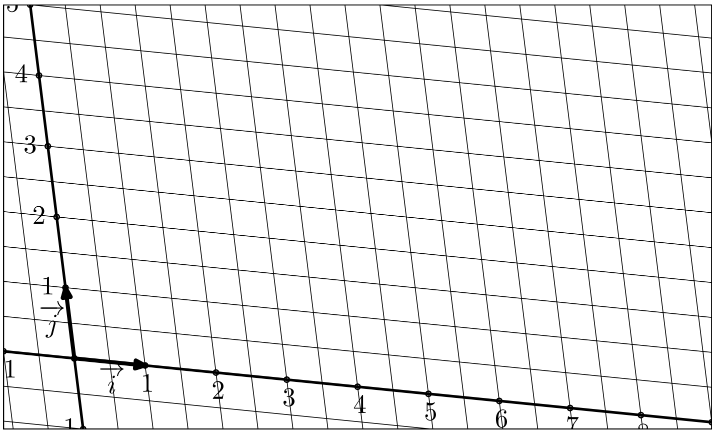
1. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{w}$ de la somme $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.

2. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{y}$ de la différence $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$.

3. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{z}$ de la combinaison linéaire suivante :
   $2\,\overrightarrow{u}+3\,\overrightarrow{v}$.

Exercice 497

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ quelconque représenté ci-dessous :



1. Tracer un représentant de chacun des deux vecteurs : $\vec{u}\,(5\,;2)$; $\vec{v}\,(-3\,;-2)$

2. a. Tracer un représentant du vecteur $\vec{w}$ définie par : $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

   b. Graphiquement, déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w}$.

   c. Comparer les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ relativement à celles des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

3. Un peu plus loin dans la géométrie analytique :

Exercice 512

Soit $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ un repère du plan. Montrer que les deux vecteurs définies ci-dessous sont colinéaires :

$$\vec{u} = \left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 \cdot \vec{i} + \left(1-\sqrt{10}\right)\cdot\vec{j}$$

$$\vec{v} = \left(5\sqrt{2}+4\sqrt{3}\right)\cdot\vec{i} + \left(\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)\cdot\vec{j}$$

Exercice 951

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.
L'unité de longueur est le cetimètre.

1. a. Placer le point $A(5\,;3)$.

   b. Par lecture graphique, donner les coordonnées de $\overrightarrow{IA}$

   c. En déduire la distance IA.

2. On considère le point $B\left(-1\,;\sqrt{21}\right)$.

   a. Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.

   b. Tracer ce cercle et placer le point B.

3. a. Placer le point C, symétrique de A par rapport à I.

   b. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 504

On considère le plan munit de la base $(i\,;j)$ de vecteurs.

1. Montrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, définis ci-dessous, sont colinéaires :

$$\vec{u} = \left(1-2\sqrt{3}\right)\cdot\vec{i} + \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\vec{j}$$

$$\vec{v} = \left(6-\sqrt{3}\right)\cdot\vec{i} - \left(3+\sqrt{6}\right)\cdot\vec{j}$$

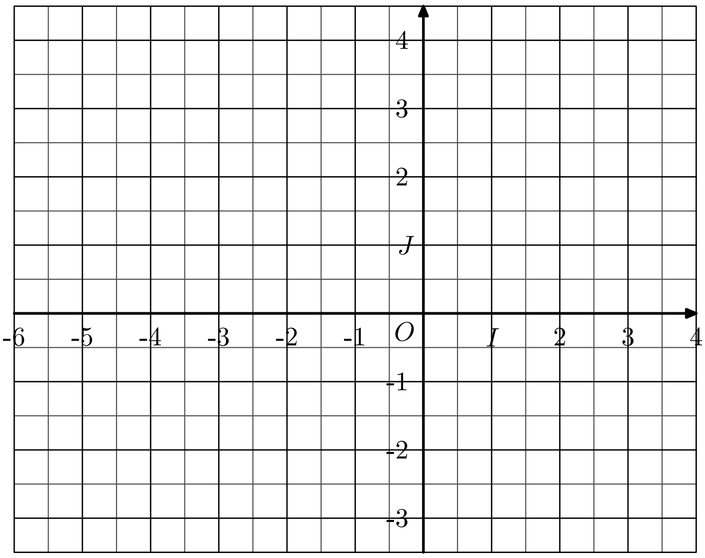
2. Soit x et y deux nombres réels. Déterminer la valeur de x et de y de sorte que les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{t}$ soient colinéaires :

$$\vec{w} = \left(x+y\sqrt{2}\right)\cdot\vec{i} + 4\cdot\vec{j}$$

$$\vec{t} = \left(2\sqrt{2}-1\right)\cdot\vec{i} - 2\cdot\vec{j}$$

Exercice 2107

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$:



1. Placer les trois points A, B, C dans le repère ci-dessous :
   $A(3\,;-3)$; $B(-4\,;3)$; $C(-5\,;-1)$

2. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.

3. a. Déterminer les longueurs AB et MC

   b. Etablir que le triangle ABC est rectangle en C.

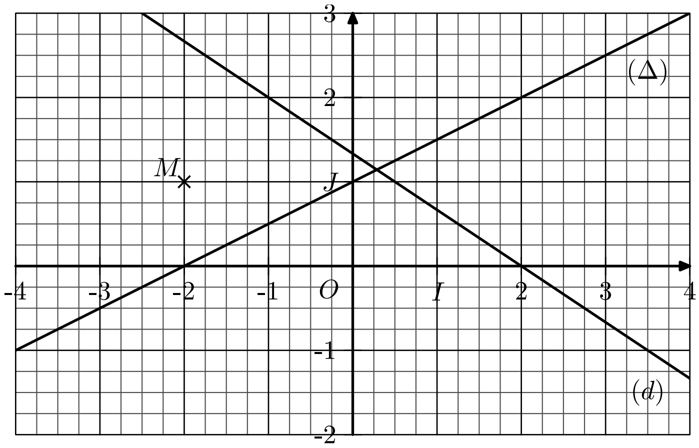
4. On note N le point d'intersection de l'axe des ordonnées avec la droite parallèle à (CM) passant par le point B.

   a. Placer le point N dans le repère.

   b. Déterminer les coordonnées du point N.

Exercice 2902

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la droite (d) représentée ci-dessous et le point M de coordonnée $(-2\,;1)$:



1. Déterminer l'équation réduite de la droite (d).

2. a. Tracer un représentant du vecteur $\overrightarrow{u}\,(2\,;1)$.

b. Déterminer les coordonnées du point P appartenant à la droite (d) tel que les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{u}$ soient colinéaires.

3. Soit N le point de coordonnées $\left(-\dfrac{13}{10}\,;\dfrac{1}{5}\right)$. Soit x un nombre réel, on considère les deux points R et S appartenant respectivement aux droites (d) et (Δ) ayant chacun pour abscisse la valeur x

a. On admet que l'équation réduite de la droite (Δ) est : $y=\dfrac{1}{2}\cdot x+1$
Exprimer en fonction de x les coordonnées des deux vecteurs $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NS}$

On souhaite déterminer une valeur de x pour laquelle les vecteurs $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NS}$ sont colinéaires.

Supposons désormais que x vérifie cette contrainte :

b. Justifier que x vérifie la condition suivante :
$$\left(x+\frac{13}{10}\right)\left(-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\right)=\left(x+2\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{4}{5}\right)$$

c. Résoudre l'équation suivante :
$$(1-2x)\ (10x+13)=(x+2)\ (15x+24)$$

d. En déduire les coordonnées des points R et S.

Exercice 915

1. Dans un repère orthonormé $\big(O\,;I\,;J\big)$ dont l'unité est le centimètre, placer les trois points suivants :

$A(6\,;0)$; $L(0\,;8)$; $K(4\,;10)$

2. Calculer la longueur AL.

3. On donne : $AK=\sqrt{104}$ et $LK=\sqrt{20}$.
Démontrer que le triangle AKL n'est pas rectangle en L.

4. a. Construire le point L', symétrique de L par rapport à la hauteur issue de A du triangle AKL.

b. En déduire la longueur AL'.

c. Déterminer approximativement *(par lecture graphique)* les coordonnés de L'.

5. On admet que, si x est l'abscisse d'un point M de la droite (LK) alors l'ordonnée de M est $\dfrac{1}{2}x+8$:

a. Etablir l'égalité ci-dessous :
$$AM^2=\frac{5}{4}x^2-4x+100$$

b. En déduire les valeurs de x pour lesquelles, on a : $AM=10$.

c. Quelles sont alors les coordonnées exactes de L'.

4. Autour du centre de gravité d'un triangle :

Exercice 513

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\big)$ quelconque, on considère les trois points suivants définis par leurs coordonnées :

$A(5\,;-2)$; $B(-3\,;-1)$; $C(-5\,;3)$

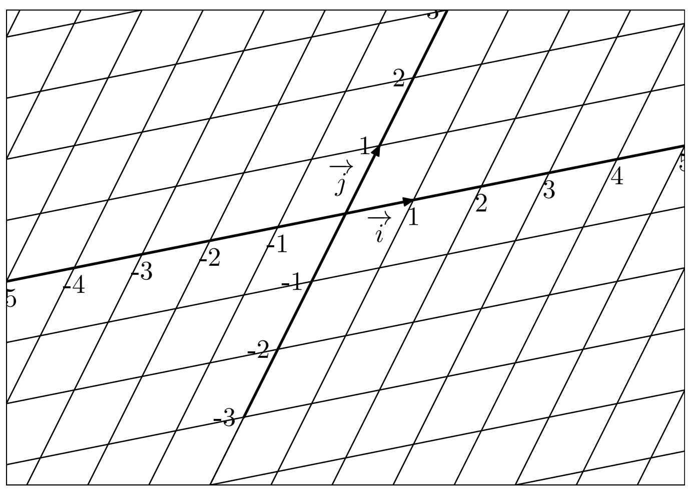
1. a. Déterminer les coordonnés du point M vérifiant la relation suivante : $7\cdot\overrightarrow{BM}=\dfrac{7}{3}\cdot\overrightarrow{CM}$

b. Placer le point M dans le repère. Vérifier graphiquement que les trois points B, C et M sont alignés.

2. a. Déterminer les coordonnés du point G vérifiant la relation vectorielle : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

b. Placer le point G dans le repère.

c. Tracer les trois médianes du triangle ABC. Que remarque-t-on ?



Exercice 2895

1. Dans le plan, placer trois points A, B, C non-alignés et le point I milieu du segment $[AB]$.

2. a. Placer le point M tel que : $\overrightarrow{AM}=2\cdot\overrightarrow{MC}$.

b. Placer le point N tel que : $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$

3. a. Placer le point G centre de gravité du triangle ABC.

b. En utilisant la position du point G sur la médiane $[CI]$, établir l'égalité suivante :
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

4. On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right)$ quelconque.

a. Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, C, I, M et N.

b. En utilisant l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}$ démontrer que le point G a pour coordonnées :
$G\left(\frac{1}{3}\,;\frac{1}{3}\right)$

5. Repères choisis :

Exercice 2896

Dans le plan, on considère un parallélogramme $ABCD$ et les deux points E et F définis par les relations :

$$\overrightarrow{AE}=\frac{5}{3}\cdot\overrightarrow{AD} \quad ; \quad \overrightarrow{AF}=\frac{5}{2}\cdot\overrightarrow{AB}$$

1. Tracer une représentation de cette configuration.

2. On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\right)$.

a. Donner, sans justification, les coordonnées des points F, C et E.

b. Démontrer que les points E, C et F sont alignés.

Exercice 502

On considère un trapèze $ABCD$ vérifiant l'égalité vectorielle :
$\overrightarrow{DC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

On note I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$. Les droites (AC) et (BD) se coupent en M et les droites (AD) et (BC) se coupent en N.

1. a. Tracer une représentation de cette configuration.

b. Emettre une conjecture quant à la position relative des points I, J, M, N ?

On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ quelconque :

2. Déterminer les coordonnées des points :
$A \;;\; B \;;\; D \;;\; I \;;\; C \;;\; J$

3. a. A quel axe appartient le point N ? En déduire l'abscisse du point N.

b. On note α l'unique nombre réel positif réalisant l'égalité :
$DN=\alpha\cdot DA$
A l'aide du théorème de Thalès, déterminer la valeur de α.

c. En déduire les coordonnées du point N.

4. a. Démontrer que : $AM=\frac{3}{4}\cdot AC$.

b. En déduire les coordonnées du point M.

5. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{NJ}$, $\overrightarrow{NI}$ et $\overrightarrow{NM}$.

b. Confirmer la conjecture faite à la question 1. b. .

6. Manipulations algébriques :

Exercice 2047

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

a. $3\vec{u}-2\vec{v}+2\vec{u}-\vec{v}$

b. $2\cdot\left(\vec{u}+\vec{v}\right)-\vec{u}$

d. $-\left(\vec{u}+\vec{v}\right)+2\cdot\left(\vec{u}-\vec{v}\right)$

e. $\frac{2}{3}\cdot\left(2\cdot\vec{u}-\frac{3}{2}\cdot\vec{v}\right)-\frac{1}{6}\vec{u}$

Exercice 2947

Soit A, B, C trois points du plans non-alignés :

1. Simplifier, si possible, les expressions suivantes :

a. $2\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BA}$

b. $3\cdot\overrightarrow{AB}-3\cdot\overrightarrow{CB}$

c. $3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

d. $2\cdot\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC}$

2. Dans chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant l'égalité :

a. $2\cdot\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=k\cdot\overrightarrow{AC}$

b. $\overrightarrow{AB}+2\cdot\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{BC}=k\cdot\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)$

c. $3\cdot\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

d. $3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}+2\cdot\overrightarrow{BA}=k\cdot\overrightarrow{AB}$

Exercice 505

On considère un parallélogramme quelconque $ABCD$. On note I, J, K, L les milieux respectifs des segments $[AD]$, $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.

Etablir les deux relations suivantes :

a. $\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IL}=\overrightarrow{DC}$

b. $2\cdot\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{JB}=\overrightarrow{JC}$

Exercice 2056

1. Placer deux points A et B dans le plan.

2. On considère le point M définie par la relation
$2\cdot\overrightarrow{AM}-3\cdot\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{0}$

a. Donner une expression du vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b. Placer le point M dans le plan.

Exercice 510

Soit A, B, C et D quatre points du plan vérifiant la relation :
$\overrightarrow{AC}-3\cdot\overrightarrow{BD}+2\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

☐ **Exercice 2055**

Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{0}$$

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

2. Que peut-on dire des points A, B, C ?

☐ **Exercice 2903**

Soit A, B, C trois points du plan.

1. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{u}$ défini ci-dessous est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AC}$ par :
$$\overrightarrow{u}=3\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{BC}-\frac{5}{3}\cdot\overrightarrow{CA}+\frac{7}{3}\cdot\overrightarrow{BA}$$

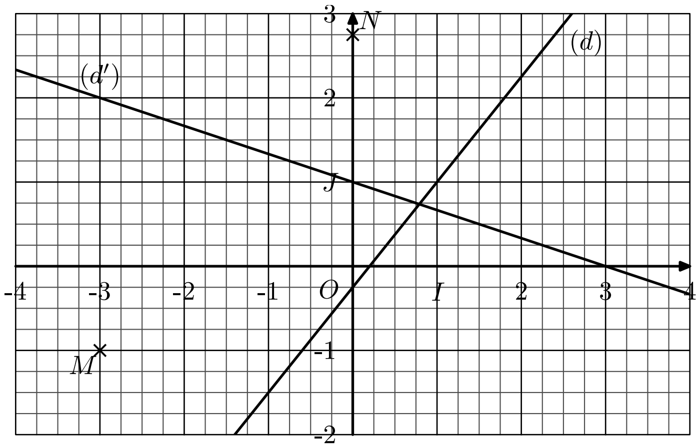
2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{v}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
$$\overrightarrow{v}=\frac{5}{6}\cdot\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA}$$

3. Montrer que les deux vecteurs $\overrightarrow{r}$ et $\overrightarrow{s}$ sont égaux :
$$\overrightarrow{r}=5\cdot\overrightarrow{AC}-2\cdot\overrightarrow{BC}\quad ;\quad \overrightarrow{s}=2\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{AC}$$

255. Exercices non-classés :

☐ **Exercice 2918**

Dans le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les droites (d) et (d') ci-dessous :



1. Déterminer graphiquement les équations réduites des droites (d) et (d').

2. a. Déterminer graphiquement les coordonnées des points M et N.

   b. Justifier que la droite (MN) est parallèle à la droite (d).

3. Soit Q un point de la droite (d) tel que la droite (MQ) soit parallèle à (d'). On note x l'abscisse du point Q.

   a. Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{MQ}$ et $\overrightarrow{u}\left(1\,;-\frac{1}{3}\right)$ sont colinéaires.

   b. Justifier que le vecteur $\overrightarrow{MQ}$ a pour coordonnée en fonction de x :
   $$\overrightarrow{MQ}\left(x+3\,;\frac{5}{4}\cdot x+\frac{3}{4}\right)$$

   c. Résoudre l'équation : $x+3=-3\cdot\left(\frac{5}{4}\cdot x-\frac{1}{4}\right)$.

   d. En déduire les coordonnées du point Q.

