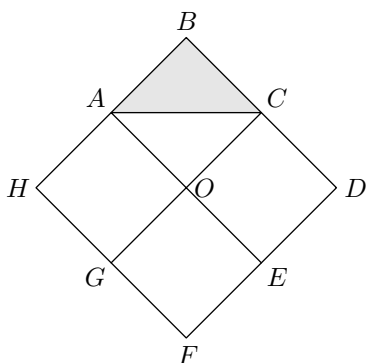


# Seconde/Des vecteurs en plus

## 1. Autour des vecteurs :

**Exercice 866** ☺

$ABCO$ ,  $CDEO$ ,  $EFGO$  et  $GHAO$  sont des carrés représentés ci-après.  $BDFH$  est un carré de centre  $O$ .



1. a. Quelle est l'image du triangle  $ABC$  par la symétrie orthogonale d'axe  $(GC)$  ?  
 b. Quelle est l'image du triangle  $ABC$  par la rotation de centre  $O$ , d'angle  $90^\circ$  qui amène  $E$  en  $C$  ?
2. En utilisant des transformations dont on précisera les éléments caractéristiques (centre de symétrie, axe de symétrie, ...), recopier et compléter les phrases suivantes sans justifier la réponse.  
 a. le triangle  $GFE$  est l'image du triangle  $ABC$  par ...

- b. Le triangle  $OCD$  est l'image du triangle  $ABC$  par ...

**Exercice 942** ☺ ⚠

Pour chaque ligne du tableau suivant, trois réponses sont proposées, désignées par les numéros 1., 2., 3.. Une seule est exacte.

Ecrire dans la colonne de droite le numéro correspondant à la bonne réponse.

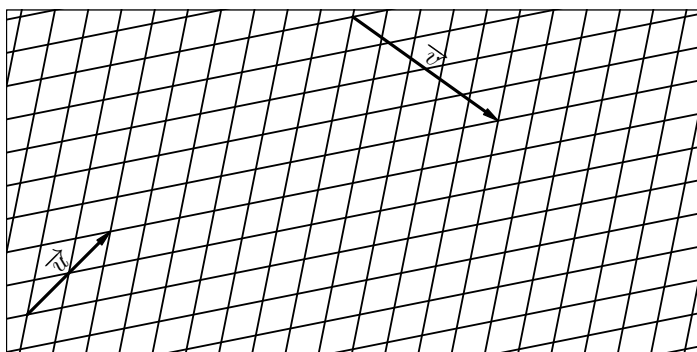
Toutes les questions sont indépendantes.

	Réponse 1.	Réponse 2.	Réponse 3.
<b>A.</b> Si $A(5;1)$ et $B(2;3)$ , alors $\vec{AB}$ a pour coordonnées :	$(3; -4)$	$(7; 2)$	$(-3; 2)$
<b>B.</b> Si $A(5; -1)$ et $B(2; 3)$ dans un repère orthonormal, alors $AB$ est égal à :	5	1	7
<b>C.</b> Si $D$ est l'image de $E$ par la translation de vecteur $\vec{MN}$ , alors :	$\frac{\vec{MN}}{\vec{DE}}$	$\frac{\vec{ED}}{\vec{MN}}$	$\frac{\vec{ED}}{\vec{NM}}$
<b>D.</b> Si $RSTU$ est un parallélogramme, alors $\vec{RS} + \vec{RU}$ est égal à :	$\vec{TR}$	$\vec{SU}$	$\vec{RT}$

## 2. Repères non-orthogonaux :

**Exercice 2077** ☺

On considère, dans le plan, les deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ci-dessous :



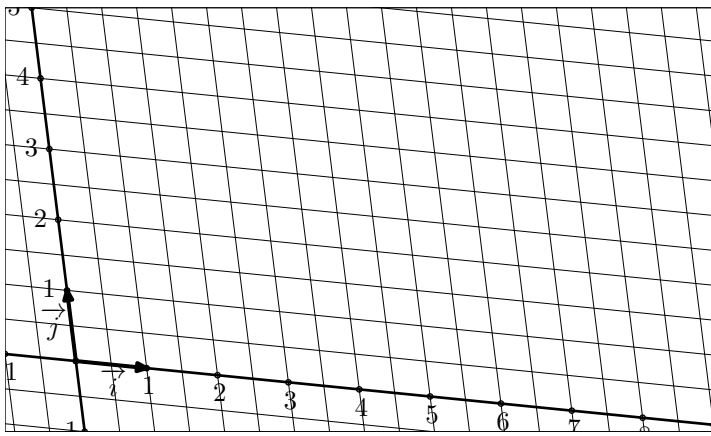
1. Tracer dans le quadrillage un représentant  $\vec{w}$  de la

somme  $\vec{u} + \vec{v}$ .

2. Tracer dans le quadrillage un représentant  $\vec{y}$  de la différence  $\vec{u} - \vec{v}$ .
3. Tracer dans le quadrillage un représentant  $\vec{z}$  de la combinaison linéaire suivante :  
 $2\vec{u} + 3\vec{v}$ .

**Exercice 497** ☺

On munit le plan d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  quelconque représenté ci-dessous :



- Tracer un représentant de chacun des deux vecteurs :  
 $\vec{u}(5;2)$  ;  $\vec{v}(-3;-2)$
- a. Tracer un représentant du vecteur  $\vec{w}$  définie par :  
 $w = u + v$
- b. Graphiquement, déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{w}$ .
- c. Comparer les coordonnées du vecteur  $\vec{w}$  relativement à celles des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

### 3. Un peu plus loin dans la géométrie analytique :

#### Exercice 512

Soit  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  un repère du plan. Montrer que les deux vecteurs définies ci-dessous sont colinéaires :

$$\vec{u} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \cdot \vec{i} + (1 - \sqrt{10}) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v} = (5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}) \cdot \vec{i} + (\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \cdot \vec{j}$$

#### Exercice 951

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$ .  
L'unité de longueur est le centimètre.

- a. Placer le point  $A(5;3)$ .  
 b. Par lecture graphique, donner les coordonnées de  $\vec{IA}$   
 c. En déduire la distance  $IA$ .
- On considère le point  $B(-1; \sqrt{21})$ .  
 a. Prouver que  $A$  et  $B$  sont sur le cercle de centre  $I$  et de rayon 5.  
 b. Tracer ce cercle et placer le point  $B$ .
- a. Placer le point  $C$ , symétrique de  $A$  par rapport à  $I$ .  
 b. Prouver que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $B$ .

#### Exercice 504

On considère le plan muni de la base  $(\vec{i}; \vec{j})$  de vecteurs.

- Montrer que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , définis ci-dessous, sont colinéaires :  

$$\vec{u} = (1 - 2\sqrt{3}) \cdot \vec{i} + (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot \vec{j}$$

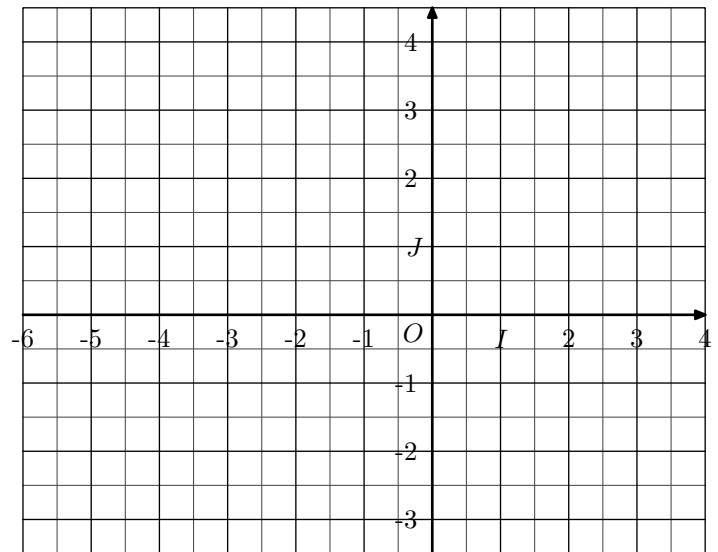
$$\vec{v} = (6 - \sqrt{3}) \cdot \vec{i} - (3 + \sqrt{6}) \cdot \vec{j}$$
- Soit  $x$  et  $y$  deux nombres réels. Déterminer la valeur de  $x$  et de  $y$  de sorte que les vecteurs  $\vec{w}$  et  $\vec{t}$  soient colinéaires :  

$$\vec{w} = (x + y\sqrt{2}) \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$$

$$\vec{t} = (2\sqrt{2} - 1) \cdot \vec{i} - 2 \cdot \vec{j}$$

#### Exercice 2107

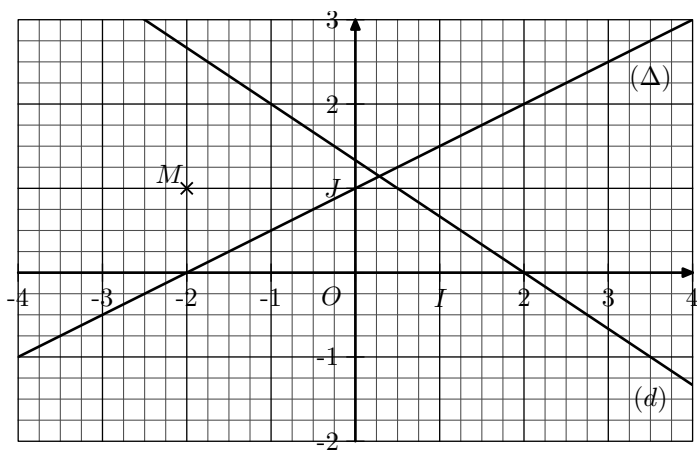
On considère le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$  :



- Placer les trois points  $A, B, C$  dans le repère ci-dessous :  
 $A(3; -3)$  ;  $B(-4;3)$  ;  $C(-5;-1)$
- Déterminer les coordonnées du milieu  $M$  du segment  $[AB]$ .
- a. Déterminer les longueurs  $AB$  et  $MC$   
 b. Etablir que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ .
- On note  $N$  le point d'intersection de l'axe des ordonnées avec la droite parallèle à  $(CM)$  passant par le point  $B$ .  
 a. Placer le point  $N$  dans le repère.  
 b. Déterminer les coordonnées du point  $N$ .

#### Exercice 2902

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé, on considère la droite  $(d)$  représentée ci-dessous et le point  $M$  de coordonnée  $(-2; 1)$  :



1. Déterminer l'équation réduite de la droite  $(d)$ .
2. a. Tracer un représentant du vecteur  $\vec{u}(2; 1)$ .  
b. Déterminer les coordonnées du point  $P$  appartenant à la droite  $(d)$  tel que les vecteurs  $\vec{MP}$  et  $\vec{u}$  soient colinéaires.
3. Soit  $N$  le point de coordonnées  $(-\frac{13}{10}; \frac{1}{5})$ . Soit  $x$  un nombre réel, on considère les deux points  $R$  et  $S$  appartenant respectivement aux droites  $(d)$  et  $(\Delta)$  ayant chacun pour abscisse la valeur  $x$ 
  - a. On admet que l'équation réduite de la droite  $(\Delta)$  est :  $y = \frac{1}{2} \cdot x + 1$   
Exprimer en fonction de  $x$  les coordonnées des deux vecteurs  $\vec{MR}$  et  $\vec{NS}$   
On souhaite déterminer une valeur de  $x$  pour laquelle les vecteurs  $\vec{MR}$  et  $\vec{NS}$  sont colinéaires.  
Supposons désormais que  $x$  vérifie cette contrainte :

- b. Justifier que  $x$  vérifie la condition suivante :  $(x + \frac{13}{10})(-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}) = (x + 2)(\frac{1}{2}x + \frac{4}{5})$
- c. Résoudre l'équation suivante :  $(1 - 2x)(10x + 13) = (x + 2)(15x + 24)$
- d. En déduire les coordonnées des points  $R$  et  $S$ .

### Exercice 915

1. Dans un repère orthonormé  $(O; I; J)$  dont l'unité est le centimètre, placer les trois points suivants :  $A(6; 0)$  ;  $L(0; 8)$  ;  $K(4; 10)$
2. Calculer la longueur  $AL$ .
3. On donne :  $AK = \sqrt{104}$  et  $LK = \sqrt{20}$ .  
Démontrer que le triangle  $AKL$  n'est pas rectangle en  $L$ .
4. a. Construire le point  $L'$ , symétrique de  $L$  par rapport à la hauteur issue de  $A$  du triangle  $AKL$ .  
b. En déduire la longueur  $AL'$ .  
c. Déterminer approximativement (par lecture graphique) les coordonnées de  $L'$ .
5. On admet que, si  $x$  est l'abscisse d'un point  $M$  de la droite  $(LK)$  alors l'ordonnée de  $M$  est  $\frac{1}{2}x + 8$  :
  - a. Etablir l'égalité ci-dessous :  $AM^2 = \frac{5}{4}x^2 - 4x + 100$
  - b. En déduire les valeurs de  $x$  pour lesquelles, on a :  $AM = 10$ .
  - c. Quelles sont alors les coordonnées exactes de  $L'$ .

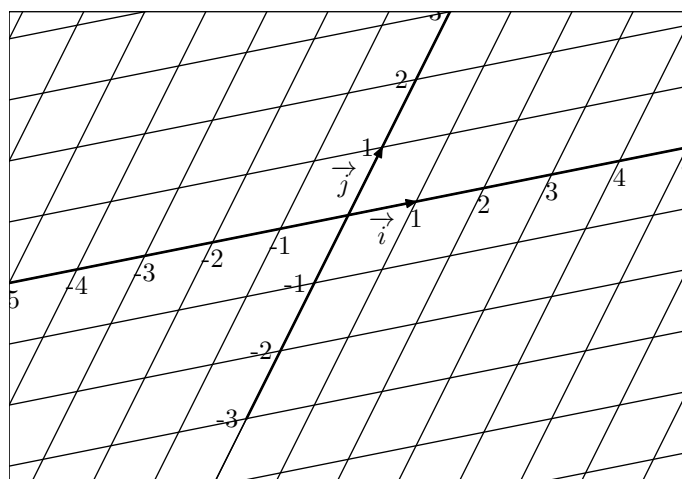
## 4. Autour du centre de gravité d'un triangle :

### Exercice 513

Dans le plan muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  quelconque, on considère les trois points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(5; -2) \quad ; \quad B(-3; -1) \quad ; \quad C(-5; 3)$$

1. a. Déterminer les coordonnées du point  $M$  vérifiant la relation suivante :  $7 \cdot \vec{BM} = \frac{7}{3} \cdot \vec{CM}$   
b. Placer le point  $M$  dans le repère. Vérifier graphiquement que les trois points  $B, C$  et  $M$  sont alignés.
2. a. Déterminer les coordonnées du point  $G$  vérifiant la relation vectorielle :  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$   
b. Placer le point  $G$  dans le repère.  
c. Tracer les trois médianes du triangle  $ABC$ . Que remarque-t-on ?



### Exercice 2895

1. Dans le plan, placer trois points  $A, B, C$  non-alignés et le point  $I$  milieu du segment  $[AB]$ .
2. a. Placer le point  $M$  tel que :  $\vec{AM} = 2 \cdot \vec{MC}$ .  
b. Placer le point  $N$  tel que :  $\vec{CN} = \vec{CA} + \vec{CB}$
3. a. Placer le point  $G$  centre de gravité du triangle  $ABC$ .

- b. En utilisant la position du point  $G$  sur la médiane  $[CI]$ , établir l'égalité suivante :

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

4. On munit le plan du repère  $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$  quelconque.

- a. Donner, sans justification, les coordonnées des points  $A, B, C, I, M$  et  $N$ .

- b. En utilisant l'égalité vectorielle :  $\vec{IC} = \vec{AC} - \vec{AI}$  démontrer que le point  $G$  a pour coordonnées :

$$G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

## 5. Repères choisis :

### Exercice 2896

Dans le plan, on considère un parallélogramme  $ABCD$  et les deux points  $E$  et  $F$  définis par les relations :

$$\vec{AE} = \frac{5}{3} \cdot \vec{AD} \quad ; \quad \vec{AF} = \frac{5}{2} \cdot \vec{AB}$$

1. Tracer une représentation de cette configuration.

2. On munit le plan du repère  $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$ .

- a. Donner, sans justification, les coordonnées des points  $F, C$  et  $E$ .

- b. Démontrer que les points  $E, C$  et  $F$  sont alignés.

### Exercice 502

On considère un trapèze  $ABCD$  vérifiant l'égalité vectorielle :

$$\vec{DC} = \frac{1}{3} \vec{AB}.$$

On note  $I$  et  $J$  les milieux respectifs des segments  $[AB]$  et  $[CD]$ . Les droites  $(AC)$  et  $(BD)$  se coupent en  $M$  et les droites  $(AD)$  et  $(BC)$  se coupent en  $N$ .

1. a. Tracer une représentation de cette configuration.

- b. Emettre une conjecture quant à la position relative des points  $I, J, M, N$  ?

On munit le plan du repère  $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$  quelconque :

2. Déterminer les coordonnées des points :  
 $A ; B ; D ; I ; C ; J$

3. a. A quel axe appartient le point  $N$  ? En déduire l'abscisse du point  $N$ .

- b. On note  $\alpha$  l'unique nombre réel positif réalisant l'égalité :

$$DN = \alpha \cdot DA$$

A l'aide du théorème de Thalès, déterminer la valeur de  $\alpha$ .

- c. En déduire les coordonnées du point  $N$ .

4. a. Démontrer que :  $AM = \frac{3}{4} \cdot AC$ .

- b. En déduire les coordonnées du point  $M$ .

5. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{NJ}, \vec{NI}$  et  $\vec{NM}$ .

- b. Confirmer la conjecture faite à la question 1. b. .

## 6. Manipulations algébriques :

### Exercice 2047

Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs. Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

a.  $3\vec{u} - 2\vec{v} + 2\vec{u} - \vec{v}$       b.  $2 \cdot (\vec{u} + \vec{v}) - \vec{u}$

d.  $-(\vec{u} + \vec{v}) + 2 \cdot (\vec{u} - \vec{v})$       e.  $\frac{2}{3} \cdot (2 \cdot \vec{u} - \frac{3}{2} \cdot \vec{v}) - \frac{1}{6} \vec{u}$

### Exercice 2947

Soit  $A, B, C$  trois points du plans non-alignés :

1. Simplifier, si possible, les expressions suivantes :

a.  $2 \cdot \vec{AB} - \vec{BA}$       b.  $3 \cdot \vec{AB} - 3 \cdot \vec{CB}$

c.  $3 \vec{AB} - \vec{CB} + 2 \vec{AB} + \vec{BC}$       d.  $2 \cdot \vec{AB} + 3 \vec{CB}$

2. Dans chaque question, déterminer la valeur du réel  $k$  vérifiant l'égalité :

a.  $2 \cdot \vec{AB} + 2 \cdot \vec{BC} + \vec{AC} = k \cdot \vec{AC}$

b.  $\vec{AB} + 2 \cdot \vec{AC} + 4 \vec{BC} = k \cdot (\vec{AC} + \vec{BC})$

c.  $3 \cdot \vec{AB} - \vec{CB} + \vec{CA} = k \cdot \vec{AB}$

d.  $3 \vec{AB} - \vec{BC} + \vec{AC} + 2 \cdot \vec{BA} = k \cdot \vec{AB}$

### Exercice 505

On considère un parallélogramme quelconque  $ABCD$ . On note  $I, J, K, L$  les milieux respectifs des segments  $[AD]$ ,  $[AB]$ ,  $[BC]$  et  $[CD]$ .

Etablir les deux relations suivantes :

a.  $\vec{IJ} + \vec{IL} = \vec{DC}$       b.  $2 \cdot \vec{AJ} + \vec{BD} + \vec{JB} = \vec{JC}$

### Exercice 2056

1. Placer deux points  $A$  et  $B$  dans le plan.

2. On considère le point  $M$  définie par la relation  
 $2 \cdot \vec{AM} - 3 \cdot \vec{MB} = \vec{0}$

- a. Donner une expression du vecteur  $\vec{AM}$  en fonction du vecteur  $\vec{AB}$ .

- b. Placer le point  $M$  dans le plan.

### Exercice 510

Soit  $A, B, C$  et  $D$  quatre points du plan vérifiant la relation :

$$\vec{AC} - 3 \cdot \vec{BD} + 2 \cdot \vec{BC} = \vec{0}$$

Montrer que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  sont colinéaires.

**Exercice 2055** 

Soit  $A, B, C$  trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{5}{2} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

1. Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont colinéaires.
2. Que peut-on dire des points  $A, B, C$  ?

**Exercice 2903** 

Soit  $A, B, C$  trois points du plan.

1. Montrer que le vecteur  $\vec{u}$  défini ci-dessous est colinéaire au vecteur  $\overrightarrow{AC}$  par :

$$\vec{u} = 3 \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{BC} - \frac{5}{3} \cdot \overrightarrow{CA} + \frac{7}{3} \cdot \overrightarrow{BA}$$

2. Exprimer le vecteur  $\vec{v}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  :

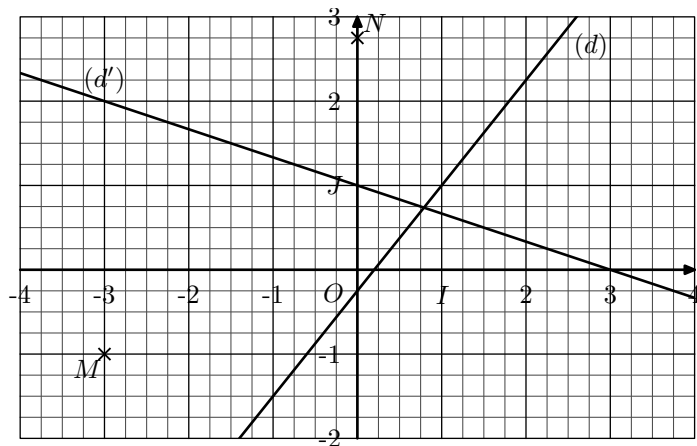
$$\vec{v} = \frac{5}{6} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{CA}$$

3. Montrer que les deux vecteurs  $\vec{r}$  et  $\vec{s}$  sont égaux :

$$\vec{r} = 5 \cdot \overrightarrow{AC} - 2 \cdot \overrightarrow{BC} \quad ; \quad \vec{s} = 2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \overrightarrow{AC}$$

**255. Exercices non-classés :****Exercice 2918** 

Dans le plan muni du repère  $(O; I; J)$ , on considère les droites  $(d)$  et  $(d')$  ci-dessous :



1. Déterminer graphiquement les équations réduites des

droites  $(d)$  et  $(d')$ .

2. a. Déterminer graphiquement les coordonnées des points  $M$  et  $N$ .

- b. Justifier que la droite  $(MN)$  est parallèle à la droite  $(d)$ .

3. Soit  $Q$  un point de la droite  $(d)$  tel que la droite  $(MQ)$  soit parallèle à  $(d')$ . On note  $x$  l'abscisse du point  $Q$ .

- a. Justifier que les vecteurs  $\overrightarrow{MQ}$  et  $\vec{u} \left( 1; -\frac{1}{3} \right)$  sont colinéaires.

- b. Justifier que le vecteur  $\overrightarrow{MQ}$  a pour coordonnée en fonction de  $x$  :

$$\overrightarrow{MQ} \left( x + 3; \frac{5}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \right)$$

- c. Résoudre l'équation :  $x + 3 = -3 \cdot \left( \frac{5}{4} \cdot x - \frac{1}{4} \right)$ .

- d. En déduire les coordonnées du point  $Q$ .