Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Seconde/Calcul algébrique, équation, problèmes

1. Rappels :

Exercice 4399

Dire si les équations suivantes acceptent pour solution $x=2$:

a. $3x+1=2x-1$
b. $3(x+1)-3(2-x)=x+1$
c. $\dfrac{2x+1}{3x+4}=\dfrac{1}{2}$
d. $\sqrt{3x^2+4}=4$

Exercice 433

Au travers de contre-exemple, montrer que les égalités suivantes sont fausses :

a. $3x+1=4x$
b. $(x+1)^2=x^2+1$
c. $(x+y)^2=x^2+y^2$
d. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{x+y}$
e. $\sqrt{x^2+y^2}=x+y$

Exercice 4382

Développer et donner la forme réduite des expressions ci-dessous :

a. $(3x+2)(5-2x)$
b. $(x-1)(3x^2-2)$
c. $2(3-2x)x-2(x-2)$
d. $\big[2+2(x-5)\big](x-1)$
e. $(5x+1)\big[2(x-1)-5x\big]$

Exercice 4401

Le diagramme ci-dessous présente la résolution d'une équation.

$5(x+2)+2x=3(x+5)+2$
$5x+10+2x=3x+15+2$
$7x+10=3x+17$
$7x=3x+17-10$
$7x=3x+7$
$7x-3x=7$
$4x=7$
$x=\dfrac{7}{4}$

Compléter chacune des étiquettes à l'aide d'une "*action*" mathématique.

Exercice 463

Résoudre les équations suivantes :

a. $x-1=\dfrac{3}{2}$
b. $\dfrac{1}{2}x-1=0$
c. $x+1=2x-1$
d. $2(x-1)-4(2-x)=3x-7$
e. $x^2+x+1=(x+1)(x-1)$

2. Factorisation : avec facteur commun :

Exercice 4381

Factoriser les expressions suivantes :

a. $(3x-1)(2x+1)+(5-x)(2x+1)$
b. $x(2-x)+(3x+1)(2-x)$
c. $(x+1)(x-1)-(2x+3)(x-1)$
d. $(3x+4)(2x-1)+4(3x+4)$
e. $(2x+4)(3-3x)+(2x+4)$
f. $(x+1)(3-2x)+(3-2x)^2$

Exercice 6558

1. Factoriser les expressions suivantes :

   a. $(3x+2)(2-2x)+(3x+2)(x+4)$

   b. $(x-1)(2x-2)+(2x-2)(5-2x)$

   c. $(4-3x)(x+5)-(4-3x)(x+2)$

   d. $(2x+5)(x+2)-(2x+5)$

2. Développer et réduire les expressions suivantes :

   a. $3(x+2)-4(2-2x)$

   b. $(3-x)(2x+1)+2(x+2)$

   c. $-(5-2x)+(x+3)(2x+1)$

   d. $x(1+x)-(x+2)(3-x)$

3. Factorisation : reconnaissance du facteur commun :

Exercice 2095

1. a. Trouver une relation algébrique entre les deux expressions :
   $3x-2 \quad ; \quad 6x-4$

   b. En déduire une factorisation de l'expression algébrique suivante :
   $A=(x+2)(3x-2)+(5x-2)(6x-4)$

2. a. Trouver une relation algébrique entre :
   $3-x \quad ; \quad x-3$

   b. En déduire une factorisation de l'expression algébrique suivante :
   $B=(2x+1)(3-x)-(2-2x)(x-3)$

3. a. Trouver une relation algébrique entre :
   $2x-1 \quad ; \quad 2-4x$?

   b. En déduire une factorisation de l'expression algébrique suivante :
   $C=(5-2x)(2x-1)+(2-4x)$

Exercice 6597

Factoriser les expressions suivants :

a. $(x-2)(x+1)-2(x-2)(2x+3)$

b. $(x+3)^2+(x+3)(2x-4)$

c. $(2x-4)(x+4)+(6-3x)(4x+2)$

4. Equation produit : reconnaissance du facteur commun :

Exercice 2823

1. a. Factoriser l'expression algébrique suivante :
   $(3x+2)(2x-1)+(4x-2)(3-5x)$

   b. Résoudre l'équation suivante :
   $(3x+2)(2x-1)+(4x-2)(3-5x)=0$

2. a. Factoriser l'expressions suivante :
   $(2x+1)(3-2x)-(3x-2)(2x-3)$

   b. Résoudre l'équation suivante :
   $(2x+1)(3-2x)=(3x-2)(2x-3)$

Exercice 4388

1. a. Montrer que les deux équations suivantes sont équivalentes :
   $x^2=x \quad ; \quad x(x-1)=0$

   b. En déduire les solutions de l'équation : $x^2=x$

2. Résoudre les équations suivantes :

   a. $(x-2)(3-2x)=0$

   b. $(5x-1)(2-x)+(2x-4)(3-2x)=0$

Exercice 4560

Résoudre les équations suivantes :

a. $(x+2)(3-x)+2(x-3)(2x-5)=0$

b. $(6-2x)(3x+2)=(3x-9)(x+2)$

Exercice 2851

En se ramenant à une équation produit, résoudre les équations suivantes :

a. $(3x-1)(2x+2)+3(5-2x)(x+1)=0$

b. $3(5x+1)(2-3x)+(6x-4)(x-1)=0$

c. $(4x+6)(1-2x)=5(2x+3)^2$

Exercice 2875

1. Factoriser les expressions suivantes :

   a. $(5x+1)(6+4x)+(3x+9)(2x+3)$

   b. $(3-2x)(4x+1)+4x^2-12x+9$

2. Résoudre les équations suivantes :

   a. $(4-2x)(3x+2)=3(2x+3)(x-2)$

   b. $(4x+3)(2-3x)+(2-6x)(3x-2)=0$

5. Equation produit et du 1er degré :

Exercice 2110

Résoudre par la méthode de votre choix les équations suivantes :

a. $(3x+1)(2-3x)-(5x-1)(3x+1)=0$

b. $(2x+4)(3-x)=(x+2)(5x-7)$

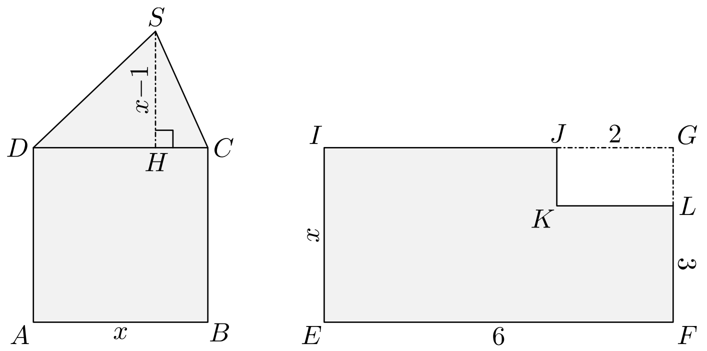
c. $(2x+3)(6x+7)+(2-4x)(3x+1)=3x-7$

d. $-(12x-2)(2-3x)=36x^2-12x+1$

6. Problèmes :

Exercice 6599

On considère les deux surfaces $ABCSD$ et $EFLKJI$ représentées ci-dessous où x est un nombre réel.



- $ABCD$ est un carré de côté x et SDC est un triangle dont la hauteur $[SH]$ a pour mesure $x-1$.
- Les quadrilatères $EFGI$ et $GJKL$ sont deux rectangles.

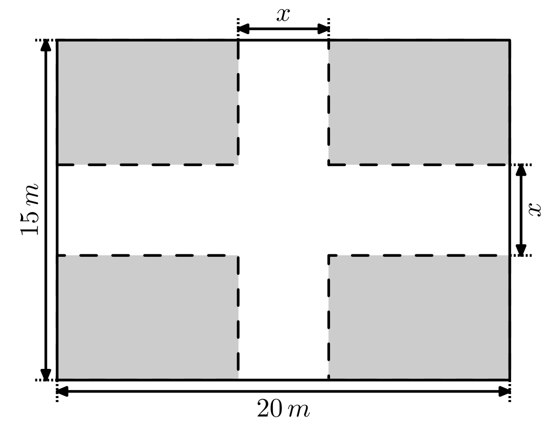
1. Quelles sont les valeurs possibles de la variable x en fonction des contraintes des figures?
2. Exprimer l'aire de ces deux surfaces en fonction de x.
3. a. Etablir la factorisation :
$$\frac{3}{2}\cdot x^2-\frac{9}{2}\cdot x-6=\Big(\frac{3}{2}\cdot x-6\Big)(x+1)$$
   b. Déterminer la ou les valeurs possibles de la variable x permettant d'obtenir l'égalité d'aires de ces deux surfaces.

Exercice 1859

Un jardin a une forme carrée ayant pour dimension $20\,m$ de longueur et $15\,m$ de largeur.

Deux allées de largeur $x\,m$ partagent transversalement ce jardin ; du gazon sera planté sur le reste du jardin.

Une cloture doit être poser autour du gazon : elle est représentée en pointillées sur la représentation.

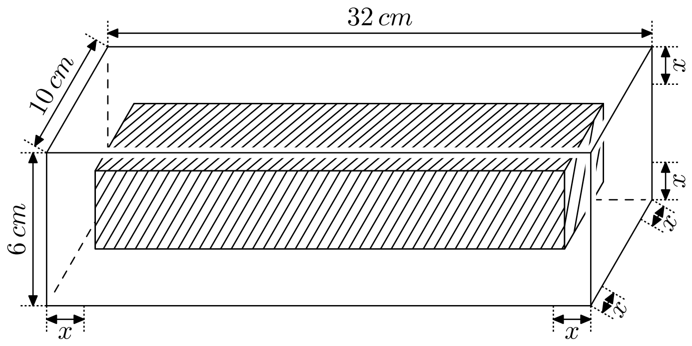


1. Indiquer quelles valeurs peut prendre la variable x.
2. a. Déterminer en fonction de x l'aire totale des deux allées.
   b. Déterminer en fonction de x l'aire du gazon de ce jardin.
3. a. Déterminer les valeurs des réels a et b vérifiant l'égalité :
   $2\cdot x^2-70\cdot x+300=(x-30)(a\cdot x+b)$
   b. L'architecte chargé de la réalisation de ce jardin décide de choisir la largeur de l'allée afin que les aires des allées et du jardin soient égales.
4. Le propriétaire du jardin décide d'investir 5 600 euros dans l'aménagement du jardin.
   Le m^2 de gazon coûte 7 € ; Le m^2 du parquet composant l'allée coûte 30 € ; Le m de la clôture coûte 12 €.
   a. Etablir l'égalité suivante :
   $23x^2-757x+2660=(x-4)(23x-665)$
   b. En déduire la largeur des allées réalisant les dessins du propriétaire.

Exercice 4527

Un atelier possède un bloc de marbre de forme parallélépipède et de dimensions : $32\,cm$ de long, $10\,cm$ de profondeur et de $6\,cm$ de hauteur.

On souhaite récupérer le "*coeur*" de ce bloc. Pour se faire, on rabotte chaque côté de ce pavé droit d'une longueur de $x\,cm$:



1. Donner les valeurs possibles prises par la variable x.

2. a. Déterminer le volume du "*coeur*" de ce bloc de marbre.

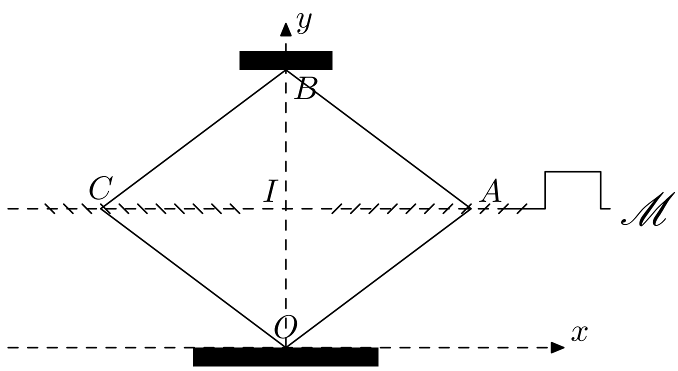
   b. En déduire le volume de la partie rabotée.

3. a. Développer : $-16\cdot(x-1)(x-8)(x-15)$

   b. Pour quelle valeur de x, le volume de la partie rabotée est égale au volume du "*coeur*" de cette pièce.

Exercice 2867

La figure ci-dessous est le schéma d'un cric de voiture.



Celui-ci est constitué d'un losange déformable $OABC$, le point O étant le point d'appui sur le sol et le point B étant le point par lequel la voiture est soulevée.

A chaque tour de la manivelle $\mathscr{M}$, les écrous A et C se rapprochent *(ou s'éloigne)* de $2\,cm$, ce qui fait monter *(ou descendre)* l'appui B, selon l'axe (Oy).

On donne : $OA=OC=AB=BC=25\,cm$

Dans le repère orthonormal $(O\,;\,x\,;\,y)$ d'unité un centimètre, x_A désigne l'abscisse du point A et varie de 0 à 25.
L'ordonnée du point B est notée y_B :
- Pour $x_A=0$, on a : $y_B=50$;
- Pour $x_A=25$ on a : $y_B=0$.

1. Démontrer que les valeurs x_A et y_B vérifient la relation :
$$y_B = 2\sqrt{625-x_A^2}$$

2. a. Déterminer la valeur de y_B lorsque x_A est égal à 7.

   b. Déterminer la valeur de x_A lorsque y_B est égal à 40.

3. Supposons que le cric est fermé ; la hauteur du point B est alors de $0\,cm$:

   a. Lorsque le cric est complétement fermé, combien de tours de manivelles permettent d'atteindre une hauteur de $24\,cm$ pour le point B?

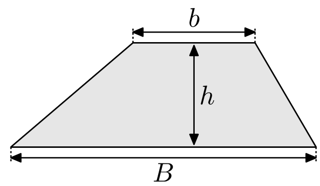
   b. Combien de tours supplémentaire faut-il pour doubler la hauteur du point B?

Exercice 476

Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2 010.

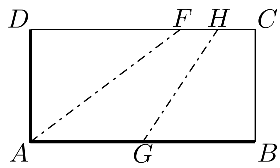
Exercice 6695

Rappel : Aire d'un trapèze
$$A = \frac{(B+b)\times h}{2}$$



Une pizza rectangulaire $ABCD$ comporte de la croûte sur deux côtés consécutifs, $[DA]$ et $[AB]$. On cherche comment partager la pizza en trois morceaux équitables : chaque part doit avoir la même longueur de croûte et la même aire.

On fixe la longueur du petit côté $AD=1$.
Dans le cas particulier ci-contre, on suppose que le partage réalisé est équitable.



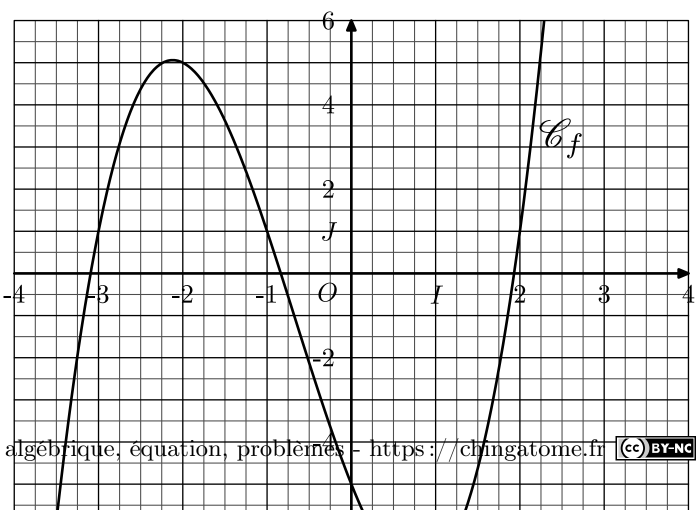
Déterminer les longueurs : DF, FH et HC.

Toute trace de recherches et d'initiatives même incomplète sera pris en compte lors de l'évaluation.

7. Fonctions et équations :

Exercice 4444

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthogonal représenté ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$:



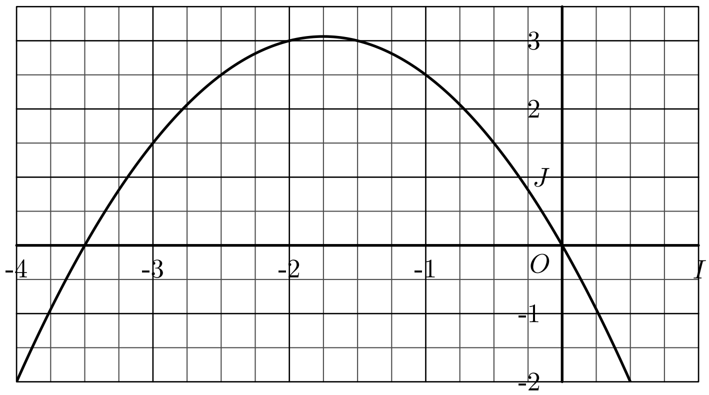
1. a. Déterminer l'image du nombre -3 par la fonction f. Justifier votre réponse.
   b. Résoudre, graphiquement, l'équation $f(x)=1$. Justifier votre réponse.
2. L'image d'un nombre x par la fonction f est donnée par la relation :
   $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 5$
   a. Justifier, par le calcul, la valeur de l'image du nombre -3.
   b. Etablir l'égalité suivante :
   $x^3 + 2x^2 - 5x - 5 = (x+3)(x-2)(x+1) + 1$
   c. Résoudre, par le calcul, l'équation $f(x)=1$.

Exercice 4450

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = -\frac{1}{2}(4x+7)(x+2) + x^2 + 4x + 7$$

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthogonal ci-dessous sont représentés la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f :



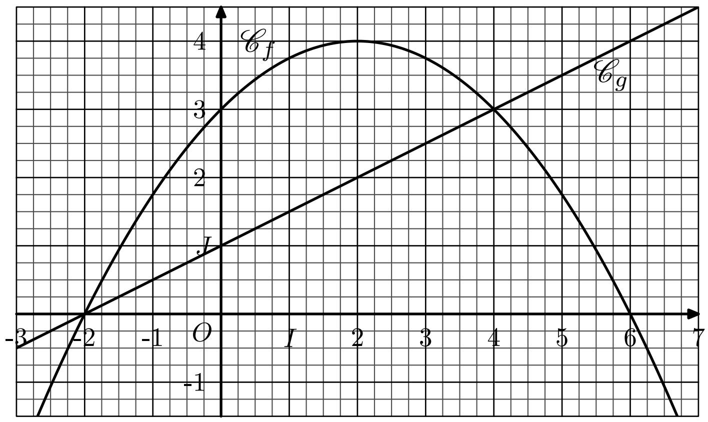
1. Répondre graphiquement aux questions suivantes :
   a. Déterminer l'image du nombre -3 par la fonction f. Justifier votre réponse.
   b. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f. Justifier votre réponse.
2. a. Développer l'expression :
   $-\frac{1}{2}(4x+7)(x+2) + x^2 + 4x + 7$
   b. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :
   $f(x)=0$.
3. a. Factoriser l'expression x^2+4x+4.
   b. En déduire la factorisation de l'expression :
   $\left(-2x - \frac{7}{2}\right)(x+2) + x^2 + 4x + 4$
   c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :
   $f(x) = 3$

Exercice 4472

On considère les deux fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont données par la relation :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

La représentation $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g sont données ci-dessous dans le repère $(O\,;I\,;J)$:



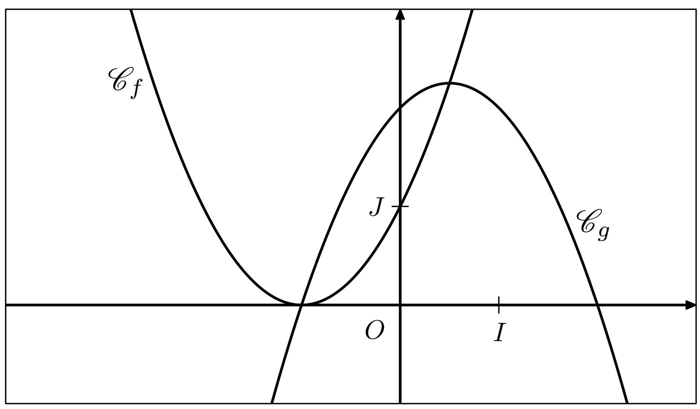
1. a. Déterminer les valeurs des réels a et b vérifiant l'égalité :
   $-x^2 + 4x + 12 = (x-6)(a{\cdot}x + b)$
   b. En déduire les solutions de l'équation : $f(x) = 0$
2. a. Etablir l'égalité suivante :
   $-\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 2 = -\frac{(x-4)(x+2)}{4}$
   b. Résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$
   c. En déduire les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 6600

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x) = x^2 + 2{\cdot}x + 1 \quad ; \quad g(x) = -(x+1)(x-2)$$

Les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g sont données dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.



Déterminer les coordonnées des points d'intersections de ces deux courbes.

Toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

