

Seconde/Calcul algébrique, équation du premier degré, problèmes

1. Rappels :

Exercice 4399

Dire si les équations suivantes acceptent pour solution $x=2$:

- a. $3x + 1 = 2x - 1$ b. $3(x + 1) - 3(2 - x) = x + 1$
 c. $\frac{2x + 1}{3x + 4} = \frac{1}{2}$ d. $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$

Exercice 433

Au travers de contre-exemple, montrer que les égalités suivantes sont fausses :

- a. $3x + 1 = 4x$ b. $(x + 1)^2 = x^2 + 1$
 c. $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ d. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x + y}$
 e. $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y$

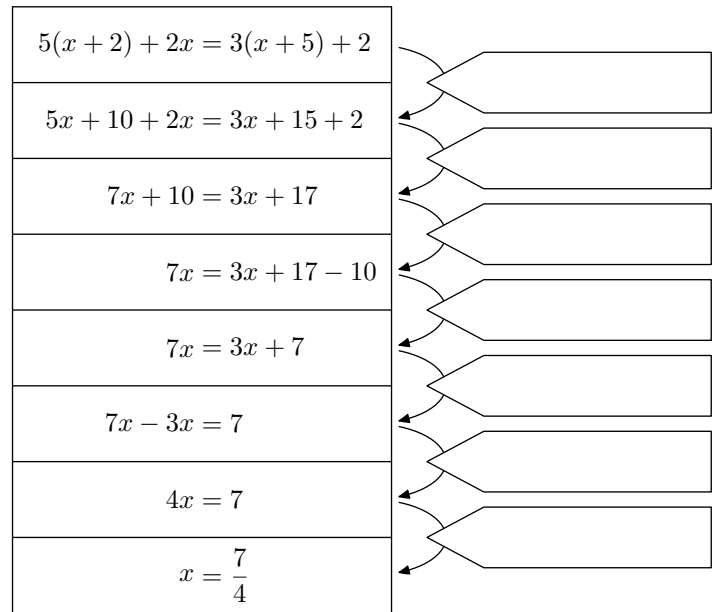
Exercice 4382

Développer et donner la forme réduite des expressions ci-dessous :

- a. $(3x + 2)(5 - 2x)$ b. $(x - 1)(3x^2 - 2)$
 c. $2(3 - 2x)x - 2(x - 2)$ d. $[2 + 2(x - 5)](x - 1)$
 e. $(5x + 1)[2(x - 1) - 5x]$

Exercice 4401

Le diagramme ci-dessous présente la résolution d'une équation.



Compléter chacune des étiquettes à l'aide d'une "action" mathématique.

Exercice 463

Résoudre les équations suivantes :

- a. $x - 1 = \frac{3}{2}$ b. $\frac{1}{2}x - 1 = 0$
 c. $x + 1 = 2x - 1$ d. $2(x - 1) - 4(2 - x) = 3x - 7$
 e. $x^2 + x + 1 = (x + 1)(x - 1)$

2. Factorisation: avec facteur commun :

Exercice 4381

Factoriser les expressions suivantes :

- a. $(3x - 1)(2x + 1) + (5 - x)(2x + 1)$
 b. $x(2 - x) + (3x + 1)(2 - x)$
 c. $(x + 1)(x - 1) - (2x + 3)(x - 1)$
 d. $(3x + 4)(2x - 1) + 4(3x + 4)$
 e. $(2x + 4)(3 - 3x) + (2x + 4)$
 f. $(x + 1)(3 - 2x) + (3 - 2x)^2$

Exercice 6558 

1. Factoriser les expressions suivantes :

- a. $(3x + 2)(2 - 2x) + (3x + 2)(x + 4)$
 b. $(x - 1)(2x - 2) + (2x - 2)(5 - 2x)$
 c. $(4 - 3x)(x + 5) - (4 - 3x)(x + 2)$
 d. $(2x + 5)(x + 2) - (2x + 5)$

2. Développer et réduire les expressions suivantes :

- a. $3(x + 2) - 4(2 - 2x)$
 b. $(3 - x)(2x + 1) + 2(x + 2)$
 c. $-(5 - 2x) + (x + 3)(2x + 1)$
 d. $x(1 + x) - (x + 2)(3 - x)$

3. Factorisation: reconnaissance du facteur commun :**Exercice 2095** 

1. a. Trouver une relation algébrique entre les deux expressions :

$$3x - 2 \quad ; \quad 6x - 4$$

b. En déduire une factorisation de l'expression algébrique suivante :

$$A = (x + 2)(3x - 2) + (5x - 2)(6x - 4)$$

2. a. Trouver une relation algébrique entre :

$$3 - x \quad ; \quad x - 3$$

b. En déduire une factorisation de l'expression algébrique suivante :

$$B = (2x + 1)(3 - x) - (2 - 2x)(x - 3)$$

3. a. Trouver une relation algébrique entre :

$$2x - 1 \quad ; \quad 2 - 4x?$$

b. En déduire une factorisation de l'expression algébrique suivante :

$$C = (5 - 2x)(2x - 1) + (2 - 4x)$$

Exercice 6597 

Factoriser les expressions suivants :

- a. $(x - 2)(x + 1) - 2(x - 2)(2x + 3)$
 b. $(x + 3)^2 + (x + 3)(2x - 4)$
 c. $(2x - 4)(x + 4) + (6 - 3x)(4x + 2)$

4. Equation produit: reconnaissance du facteur commun :**Exercice 2823** 

1. a. Factoriser l'expression algébrique suivante :

$$(3x + 2)(2x - 1) + (4x - 2)(3 - 5x)$$

b. Résoudre l'équation suivante :

$$(3x + 2)(2x - 1) + (4x - 2)(3 - 5x) = 0$$

2. a. Factoriser l'expressions suivante :

$$(2x + 1)(3 - 2x) - (3x - 2)(2x - 3)$$

b. Résoudre l'équation suivante :

$$(2x + 1)(3 - 2x) = (3x - 2)(2x - 3)$$

Exercice 4388 

1. a. Montrer que les deux équations suivantes sont équivalentes :

$$x^2 = x \quad ; \quad x(x - 1) = 0$$

b. En déduire les solutions de l'équation : $x^2 = x$


2. Résoudre les équations suivantes :

- a. $(x - 2)(3 - 2x) = 0$
 b. $(5x - 1)(2 - x) + (2x - 4)(3 - 2x) = 0$

Exercice 2851 

En se ramenant à une équation produit, résoudre les équations suivantes :

- a. $(3x - 1)(2x + 2) + 3(5 - 2x)(x + 1) = 0$
 b. $3(5x + 1)(2 - 3x) + (6x - 4)(x - 1) = 0$
 c. $(4x + 6)(1 - 2x) = 5(2x + 3)^2$

5. Equation produit et du 1er degré :**Exercice 2110** 

Résoudre par la méthode de votre choix les équations suivantes :

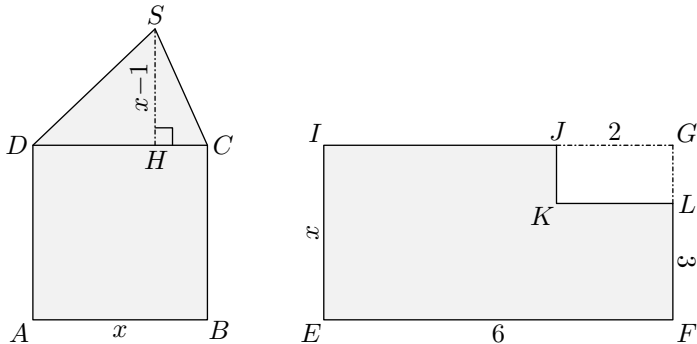
- a. $(3x + 1)(2 - 3x) - (5x - 1)(3x + 1) = 0$
 b. $(2x + 4)(3 - x) = (x + 2)(5x - 7)$
 c. $(2x + 3)(6x + 7) + (2 - 4x)(3x + 1) = 3x - 7$
 d. $-(12x - 2)(2 - 3x) = 36x^2 - 12x + 1$

6. Problèmes :

Exercice 6599



On considère les deux surfaces $ABCS D$ et $EFLKJI$ représentées ci-dessous où x est un nombre réel.



- $ABCD$ est un carré de côté x et SDC est un triangle dont la hauteur $[SH]$ a pour mesure $x-1$.
- Les quadrilatères $EFGI$ et $GJKL$ sont deux rectangles.

1. Quelles sont les valeurs possibles de la variable x en fonction des contraintes des figures?

2. Exprimer l'aire de ces deux surfaces en fonction de x .

3. a. Etablir la factorisation :

$$\frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x - 6 = \left(\frac{3}{2}x - 6\right)(x + 1)$$

b. Déterminer la ou les valeurs possibles de la variable x permettant d'obtenir l'égalité d'aires de ces deux surfaces.

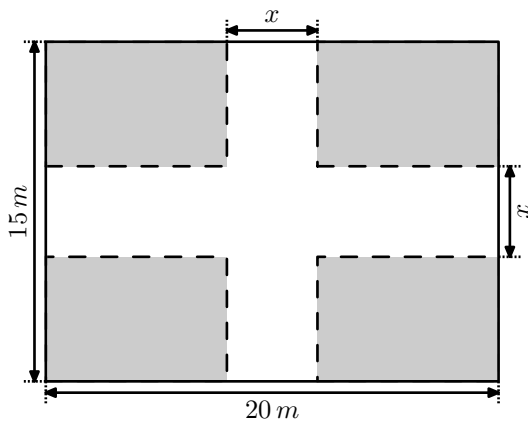
Exercice 1859



Un jardin a une forme carrée ayant pour dimension 20 m de longueur et 15 m de largeur.

Deux allées de largeur $x\text{ m}$ partagent transversalement ce jardin ; du gazon sera planté sur le reste du jardin.

Une clôture doit être posée autour du gazon : elle est représentée en pointillés sur la représentation.



1. Indiquer quelles valeurs peut prendre la variable x .

2. a. Déterminer en fonction de x l'aire totale des deux allées.

b. Déterminer en fonction de x l'aire du gazon de ce jardin.

3. a. Déterminer les valeurs des réels a et b vérifiant l'égalité :

$$2x^2 - 70x + 300 = (x - 30)(ax + b)$$

b. L'architecte chargé de la réalisation de ce jardin décide de choisir la largeur de l'allée afin que les aires des allées et du jardin soient égales.

4. Le propriétaire du jardin décide d'investir $5\,600$ euros dans l'aménagement du jardin.

Le m^2 de gazon coûte 7 € ; Le m^2 du parquet composant l'allée coûte 30 € ; Le m de la clôture coûte 12 € .

a. Etablir l'égalité suivante :

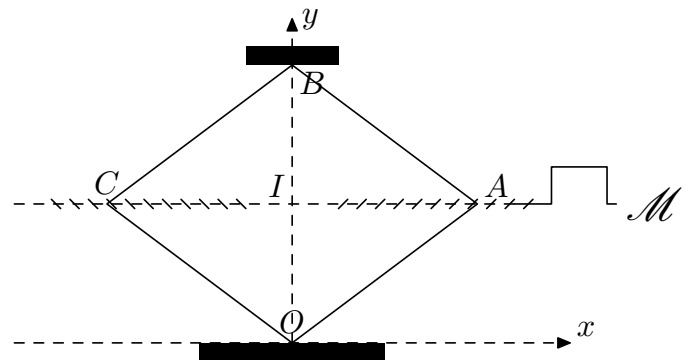
$$23x^2 - 757x + 2660 = (x - 4)(23x - 665)$$

b. En déduire la largeur des allées réalisant les dessins du propriétaire.

Exercice 2867



La figure ci-dessous est le schéma d'un cric de voiture.



Celui-ci est constitué d'un losange déformable $OABC$, le point O étant le point d'appui sur le sol et le point B étant le point par lequel la voiture est soulevée.

A chaque tour de la manivelle \mathcal{M} , les écrous A et C se rapprochent (ou s'éloignent) de 2 cm , ce qui fait monter (ou descendre) l'appui B , selon l'axe (Oy) .

On donne : $OA = OC = AB = BC = 25\text{ cm}$

Dans le repère orthonormé $(O; x; y)$ d'unité un centimètre, x_A désigne l'abscisse du point A et varie de 0 à 25 .

L'ordonnée du point B est notée y_B :

- Pour $x_A = 0$, on a : $y_B = 50$;
- Pour $x_A = 25$ on a : $y_B = 0$.

1. Démontrer que les valeurs x_A et y_B vérifient la relation :

$$y_B = 2\sqrt{625 - x_A^2}$$

2. a. Déterminer la valeur de y_B lorsque x_A est égal à 7 .

b. Déterminer la valeur de x_A lorsque y_B est égal à 40 .

3. Supposons que le cric est fermé ; la hauteur du point B est alors de 0 cm :

a. Lorsque le cric est complètement fermé, combien de tours de manivelles permettent d'atteindre une hauteur de 24 cm pour le point B ?

- b. Combien de tours supplémentaire faut-il pour doubler la hauteur du point B ?

Exercice 476



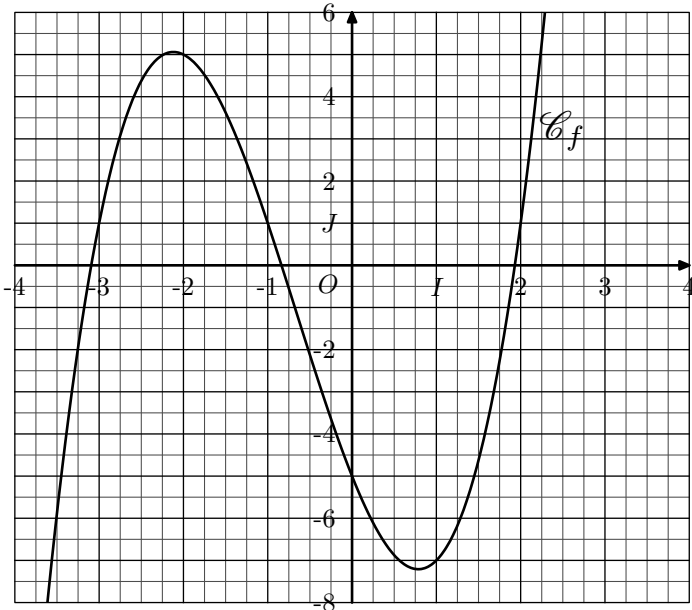
Trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2010.

7. Fonctions et équations :

Exercice 4444



Dans le repère $(O; I; J)$ orthogonal représenté ci-dessous, la courbe \mathcal{C}_f est la représentation graphique d'une fonction f définie sur \mathbb{R} :



- Déterminer l'image du nombre -3 par la fonction f . Justifier votre réponse.
 - Résoudre, graphiquement, l'équation $f(x)=1$. Justifier votre réponse.
- L'image d'un nombre x par la fonction f est donnée par la relation :

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 5$$
 - Justifier, par le calcul, la valeur de l'image du nombre -3 .
 - Etablir l'égalité suivante :

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 5 = (x+3)(x-2)(x+1) + 1$$
 - Résoudre, par le calcul, l'équation $f(x)=1$.

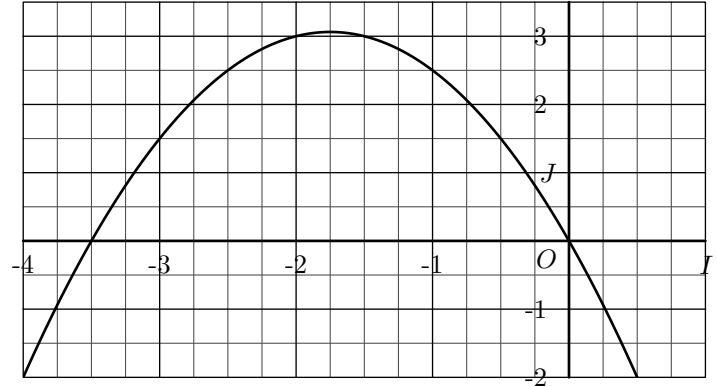
Exercice 4450



On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = -\frac{1}{2}(4x+7)(x+2) + x^2 + 4x + 7$$

Dans le repère $(O; I; J)$ orthogonal ci-dessous sont représentés la courbe \mathcal{C}_f de la fonction f :



- Répondre graphiquement aux questions suivantes :
 - Déterminer l'image du nombre -3 par la fonction f . Justifier votre réponse.
 - Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f . Justifier votre réponse.
- Développer l'expression :

$$-\frac{1}{2}(4x+7)(x+2) + x^2 + 4x + 7$$
 - En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :

$$f(x)=0.$$
- Factoriser l'expression x^2+4x+4 .
 - En déduire la factorisation de l'expression :

$$\left(-2x - \frac{7}{2}\right)(x+2) + x^2 + 4x + 4$$
 - En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :

$$f(x) = 3$$

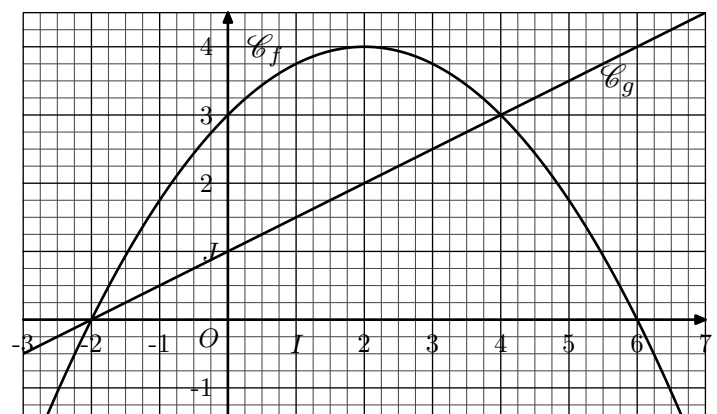
Exercice 4472



On considère les deux fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont données par la relation :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3 \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

La représentation \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g des fonctions f et g sont données ci-dessous dans le repère $(O; I; J)$:



1. a. Déterminer les valeurs des réels a et b vérifiant l'égalité :

$$-x^2 + 4x + 12 = (x - 6)(a \cdot x + b)$$

- b. En déduire les solutions de l'équation : $f(x) = 0$

2. a. Etablir l'égalité suivante :

$$-\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 2 = -\frac{(x-4)(x+2)}{4}$$

- b. Résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$

- c. En déduire les coordonnées des points d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

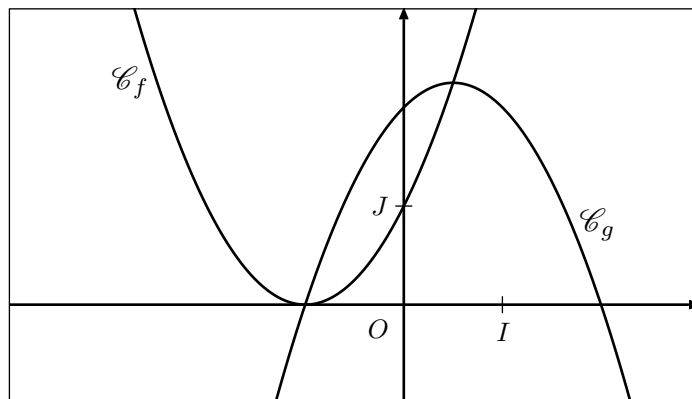
Exercice 6600

On considère les deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par les relations :

$$f(x) = x^2 + 2 \cdot x + 1 \quad ; \quad g(x) = -(x + 1)(x - 2)$$

Les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives respectivement des

fonctions f et g sont données dans le repère orthonormé $(O; I; J)$.



Déterminer les coordonnées des points d'intersections de ces deux courbes.

Toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

8. Expression algébrique : antécédents :

Exercice 6498

1. On considère les trois fonctions suivantes :

$$f(x) = (x+1)(1-x^2) \quad ; \quad g(x) = \frac{(1+x)^2}{x-2} \quad ; \quad h(x) = 3 - 2 \cdot (x+1)$$

Déterminer l'image du nombre 1 par chacune de ces trois

fonctions.

2. On considère les trois fonctions suivantes :

$$j(x) = \frac{1}{1-x} \quad ; \quad k(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1} \quad ; \quad \ell(x) = \frac{3 \cdot x - 1}{2 - 3 \cdot x}$$

Déterminer les antécédents du nombre -1 par chacune de ces trois fonctions.

9. Expression algébrique : antécédents et ensemble de définition :

Exercice 8022

1. On considère la fonction f carré dont l'expression algébrique est : $f(x) = x^2$

La fonction f admet-elle un ou des antécédents du nombre -4 ? Justifier votre réponse.

2. On considère la fonction g dont l'expression est donnée

$$\text{par la relation : } g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

Que peut-on dire de l'ensemble des antécédents du nombre 2 par la fonction g ?

3. On considère la fonction h définie par l'expression :

$$h(x) = \frac{3 \cdot x + 1}{x}$$

Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 3 par la fonction h .

10. Expression algébrique : image et antécédents :

Exercice 6562

1. Soit f une fonction réalisant la relation : $f(2) = \sqrt{5}$

- a. Traduire cette relation par une phrase utilisant le mot "image".

- b. Traduire cette relation par une phrase utilisant le mot "antécédent".

2. Soit g une fonction telle que l'équation $g(x) = 1$ admet

pour solution les nombres -1 et 2 .

Traduire cette propriété par une phrase utilisant le mot "antécédente".

Exercice 367


On définit six fonctions et, pour chacune d'elles, deux valeurs numériques :

- a. $f(x) = 3x + 5$; $a = 2$; $b = -1$
- b. $g(x) = -2x - 2$; $a = 1$; $b = 8$
- c. $h(x) = x^2$; $a = 5$; $b = 9$
- d. $j(x) = 3x^2$; $a = -3$; $b = -1$
- e. $k(x) = \frac{3x + 1}{x + 1}$; $a = 2$; $b = 1$
- f. $l(x) = \frac{2x - 2}{x + \pi}$; $a = 1$; $b = 2$

- Pour chaque question, déterminer l'image du nombre a par la fonction associée.
- Pour chaque question, déterminer l'ensemble des antécédents du nombre b par la fonction associée.

Exercice 4673 

11. Etude algébrique :

Exercice 361 

On considère les trois fonctions ci-dessous

$$f : x \mapsto 3x + 2 \quad ; \quad g : x \mapsto \frac{3x - 1}{x + 3} \quad ; \quad h : x \mapsto \sqrt{x - 5}$$

- Déterminer l'image de 5 pour chacune de ces fonctions.
- Déterminer les antécédents du nombre 4 pour chacune de ces trois fonctions.
- Pour chaque fonction, préciser si elle est définie pour tout nombre réel. Si ce n'est pas le cas, citer au moins un nombre n'admettant d'image par cette fonction.

Exercice 364 

On considère la fonction f définie, pour tout réel strictement positif, par :

$$f(x) = \frac{-x^2}{3} + \frac{2}{x}$$

- Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- Donner, sous forme simplifiée, les images des nombres suivants par la fonction f :
 - a. -2
 - b. 1
 - c. $\sqrt{2}$
- Justifier que le nombre 2 est un antécédent de $-\frac{1}{3}$ par la fonction f .

Exercice 1801 

- On considère la fonction f dont l'image du nombre x est définie par :

- Ci-dessous est présenté trois fonctions qui ont été saisies sur une calculatrice :

- a. $\mathbf{Y1}=\sqrt{(1+\sqrt{(3-X)})\div\sqrt{X+3}}$
- b. $\mathbf{Y2}=(3X-2)\div(2\sqrt{X+1})$
- c. $\mathbf{Y3}=\sqrt{(3+X)(2-X)}$

Ré-écrire sur votre copie ces trois fonctions avec la présentation habituelle des expressions mathématiques.

- Pour chacune des fonctions ci-dessous, écrire les caractères à saisir dans une calculatrice pour les insérer :

- a. $f : x \mapsto \frac{1 + \frac{3+x}{x}}{2 - 3x}$
- b. $g : x \mapsto \sqrt{(1 - 2x) \times (3x - 1)}$
- c. $h : x \mapsto \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}$

$$f(x) = \sqrt{1-x} \times \sqrt{2x+3}$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
- b. Déterminer, sous forme simplifiée, les images de -1 et de $\frac{1}{2}$ par la fonction f .

- On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = \frac{\sqrt{2}x + 1}{3x - 1}$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g .
- b. Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction g .

Exercice 6543 

- On considère les fonctions f, g, h, j, k définies par les relations :

$$f(x) = 3 \cdot x + 1 \quad ; \quad g(x) = x^2 - 2 \cdot x + 3 \quad ; \quad h(x) = \sqrt{9 - 8 \cdot x}$$

$$j(x) = \frac{6 - 3 \cdot x}{-1 + x^2} \quad ; \quad k(x) = (x^2 - 9)^2$$

Pour trois de ces fonctions, le nombre -2 a eu respectivement pour image les nombres 4, 5, 11.

Sans justification, associer à chacune de ces images la fonction correspondante.

- On considère les trois fonctions suivantes :

$$\ell(x) = 2 - 3 \cdot x \quad ; \quad m(x) = \frac{3 - 2 \cdot x}{1 + 2x} \quad ; \quad n(x) = 12 - x^2$$

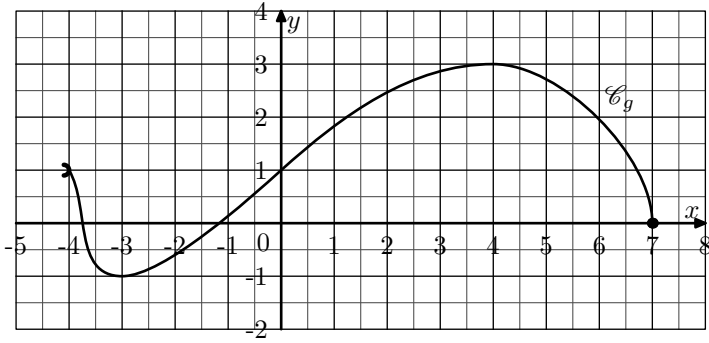
Déterminer les antécédents du nombre 3 par les fonctions ℓ, m et n .

12. Etude de fonctions :

Exercice 373

On considère les deux fonctions f et g :

- la fonction f définie par : $f : x \mapsto x^2 - 6x + 2$.
- La fonction g est définie par la représentation graphique ci-dessous :



Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées sont exactes ; citer la réponse exacte.

- L'image de 1 par la fonction f est :
 a. 1 b. 0 c. -1 d. -3
- L'ensemble des antécédents de -7 par f est :
 a. {3} b. {2} c. {-2; 3} d. {1; 2}
- L'ensemble de définition de la fonction g est :
 a. $[-1; -3[$ b. $[-1; 3]$ c. $[-4; 7]$ d. $] -4; 7]$
- L'image de 0 par la fonction g vaut :
 a. 1 b. -1 c. 7 d. 0
- Un de ces points n'appartient pas à \mathcal{C}_g . Lequel ?
 a. $(-3; -1)$ b. $(-4; 1)$ c. $(6; 2)$ d. $(-2; -0,5)$

Exercice 2731

- On considère une fonction f . On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de la fonction f .

On considère les propriétés suivantes de la courbe (\mathcal{C}) :

- Le point de coordonnées $(0; 3)$ appartient à (\mathcal{C}) .
- Le seul point de (\mathcal{C}) d'ordonnée 5 a pour abscisse -1.
- Aucun point de (\mathcal{C}) n'a pour abscisse -2.
- Il n'y a pas de point de (\mathcal{C}) d'ordonnée 6.

Traduire chacune de ces phrases par une phrase décrivant une propriété de la fonction f en utilisant, à chaque fois, au moins un des mots suivant *image, antécédent, défini*.

- Soit g la fonction définie dont l'image d'un nombre x est définie par :
 $g(x) = 2x^2 - 3$

On note (\mathcal{C}_g) la courbe représentative de la fonction g .

- A est un point d'abscisse 2 de (\mathcal{C}_g) . Quelle est l'ordonnée du point A ?
- B est un point de (\mathcal{C}_g) d'ordonnée -3. Donner l'abscisse du point B .
- Combien de points de la courbe (\mathcal{C}_g) ont pour ordonnées -1. Préciser, s'ils existent, les coordonnées de ces points.
- Combien de points de la courbe (\mathcal{C}_g) ont pour ordonnées -4. Préciser, s'ils existent, les coordonnées de ces points.

- On considère la fonction h définie par la relation :

$$h(x) = \frac{2}{x^2 + 3}$$

On note (\mathcal{C}_h) la courbe représentative de la fonction h .

- Donner l'ordonnée du point de (\mathcal{C}_h) d'abscisse 0.
- Combien de points (\mathcal{C}_h) ont pour ordonnée $\frac{1}{6}$? Donner, s'ils existent, les coordonnées de ces points.

13. Ensemble de définition H :**Exercice 363**

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1. $f : x \mapsto 2x + 5$ | 2. $g : x \mapsto \frac{1}{x}$ |
| 3. $h : x \mapsto \frac{1}{2x + 5}$ | 4. $j : x \mapsto \frac{x + 1}{2x + 5}$ |
| 5. $k : x \mapsto \sqrt{x}$ | 6. $\ell : x \mapsto \sqrt{x^2}$ |
| 7. $m : x \mapsto \sqrt{2x + 5}$ | 8. $n : x \mapsto \sqrt{-x + 2}$ |

Exercice 2755

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

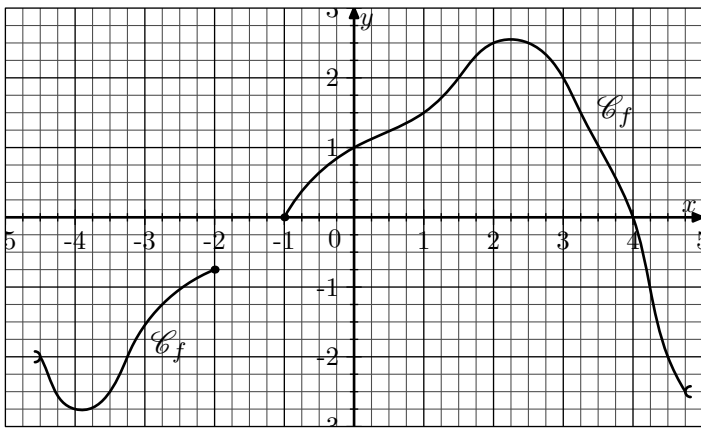
$$f(x) = \frac{\sqrt{2x + 1}}{x - 4}$$

- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

- Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f .
- Déterminer l'ensemble des antécédents de 0 par la fonction f .

Exercice 2710

Dans le repère ci-dessous, est représentée la courbe représentative de la fonction f



1. Déterminer les images des nombres suivants par la fonction f :
 - a. 1
 - b. 0
 - c. -2
2. Déterminer l'ensemble des antécédents pour chacun des nombres suivants :
 - a. 2
 - b. -2
3.
 - a. Donner deux nombres n'admettant pas d'images par la fonction f .
 - b. Donner un nombre n'admettant pas d'antécédents par la fonction f .