Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Première S/Vecteurs et repères

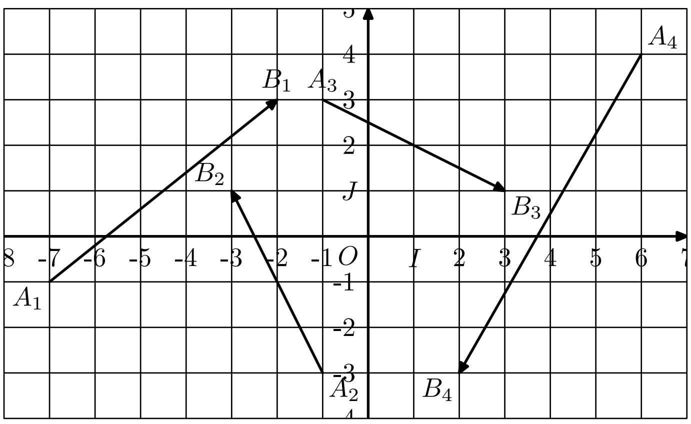
1. Rappels :

Exercice 6486

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. On considère les points A et B de coordonnées :
$A(x_A\,;y_A)$; $B(x_B\,;y_B)$.

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$

Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, sont représentés quatres vecteurs :



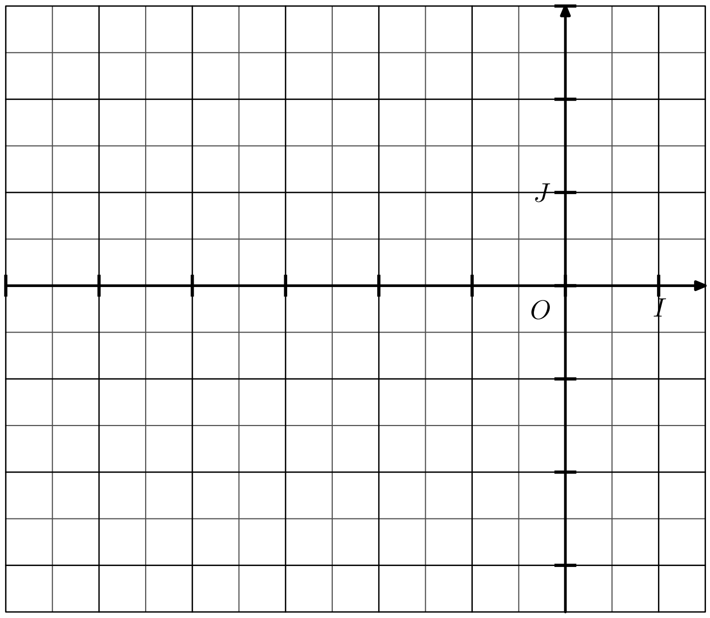
Graphiquement, déterminer les coordonnées de ces quatres vecteurs.

Exercice 6481

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. On considère les points A et B de coordonnées :
$A(x_A\,;y_A)$; $B(x_B\,;y_B)$.

- La distance AB est définie par :
$$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$$
- Notons K le milieu du segment $[AB]$. Le point K a pour coordonnées :
$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les trois points suivants :
$A(-4\,;-2)$; $B(-1\,;2)$; $C(-2{,}5\,;-2{,}5)$



1. Placer les points A, B et C.

Le graphique sera complété au fur et à mesure des questions l'exercice.

2. a. Déterminer les longueurs AC et BC.
   b. On admet que le segment $[AB]$ a pour longueur 5. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
3. On note K le milieu du segment $[AB]$.
   a. Montrer que le point K a pour coordonnées : $K(-2{,}5\,;0)$.
   b. Déterminer la longueur KC.
   c. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre K et passant par le point A.

Exercice 7146

Propriétés caractérisantes du parallélogramme :

Soit $ABCD$ un quadrilatère.

- Si les diagonales de $ABCD$ se coupent en leurs milieux alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés de $ABCD$ sont parallèles deux à deux alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés de $ABCD$ sont de même longueur alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si deux des côtés opposés sont parallèles et de même longueur alors $ABCD$ est un parallélogramme.

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O;I;J)$ orthonormé :

$$A(2;3) \quad ; \quad B(-2;1) \quad ; \quad C(-4;-3) \quad ; \quad D(0;-1)$$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 6482

Propriété caractérisante du rectangle :

Soit $ABCD$ un quadrilatère :

- Si $ABCD$ possède trois angles droits alors $ABCD$ est un rectangle.

Soit $ABCD$ un parallélogramme :

- Si $ABCD$ a ses diagonales de même longueur alors $ABCD$ est un rectangle.
- Si $ABCD$ a un angle droit alors $ABCD$ est un rectangle.

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O;I;J)$ orthonormé :

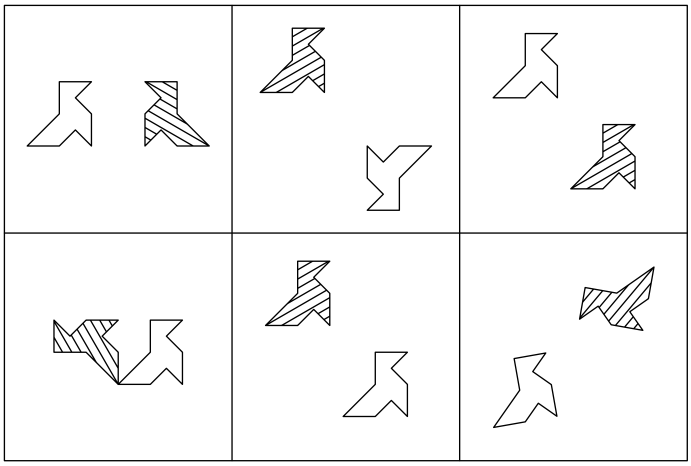
$$A(-4;-1) \quad ; \quad B(-3;-4) \quad ; \quad C(3;-2) \quad ; \quad D(2;1)$$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 6484

La figure hachurée est obtenue après application d'une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :

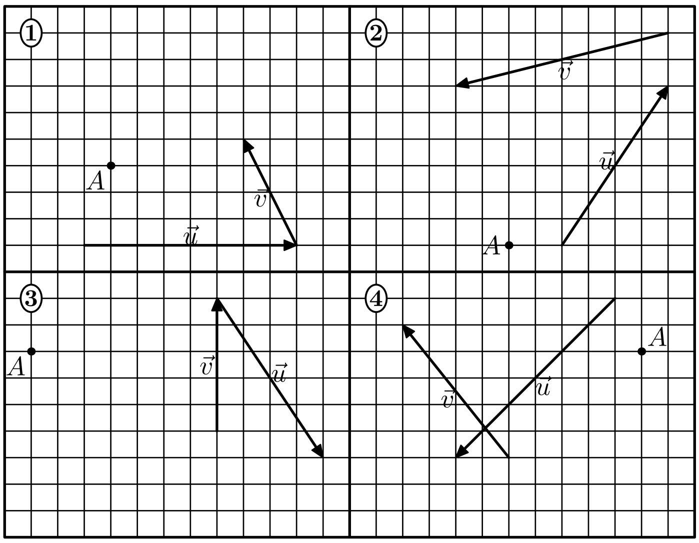
- Préciser le type de transformation *(symétrie axiale, centrale, translation, rotation)*.
- Faire apparaître et préciser le*(s)* élément*(s)* caractéristique*(s)* de cette transformation *(axe, centre, angle, sens de rotation)*



Exercice 6485

1. Pour chacun des quadrans ci-dessous :
   a. Placer le point B translaté du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.
   b. Tracer le point C translaté du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{v}$.

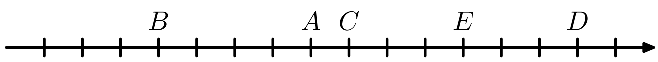
   Dans chaque cadran, le point C obtenu s'appelle le translaté du point A par le vecteur $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.
2. Dans le premier quadran :
   a. Placer le point B' translaté du point A par le vecteur $\overrightarrow{v}$.
   b. Placer le point C' translaté du point B' par le vecteur $\overrightarrow{u}$.
   c. Que pouvez-vous dire de la translation composé des translations de vecteurs $\overrightarrow{u}$ puis celle de $\overrightarrow{v}$ et de la translation composée des translations de vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\vec{u}$?



2. Vecteurs colinéaires : proportionnalités :

Exercice 5287

Sur une droite graduée, on place les points A, B, C, D, E :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre k vérifiant l'égalité :

a. $\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ b. $\overrightarrow{ED} = k \cdot \overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{CA}$ d. $\overrightarrow{ED} = k \cdot \overrightarrow{CA}$

e. $\overrightarrow{EA} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ f. $\overrightarrow{AC} = k \cdot \overrightarrow{BA}$

Exercice 5295

Pour chaque question, préciser si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires et, le cas échéant, donner le coefficient de colinéarité du vecteur $\overrightarrow{u}$ par rapport au vecteur $\overrightarrow{v}$:

a. $\overrightarrow{u}(-2;-10)$ et $\overrightarrow{v}(4;20)$ b. $\overrightarrow{u}(-6;9)$ et $\overrightarrow{v}\left(\frac{1}{4};-\frac{1}{2}\right)$

c. $\overrightarrow{u}(0;5)$ et $\overrightarrow{v}(-5;0)$ d. $\overrightarrow{u}\left(-\frac{4}{3};4\right)$ et $\overrightarrow{v}(3;-9)$

e. $\overrightarrow{u}\left(\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right)$ et $\overrightarrow{v}(5;6)$ f. $\overrightarrow{u}(6;-5)$ et $\overrightarrow{v}\left(\frac{14}{5};-2\right)$

3. Propriétés de colinéarité :

Exercice 5288

Dans un un repere $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$, on considère les points :

$$A(3;-5) \quad ; \quad B(1;-1) \quad ; \quad C(13;2) \quad ; \quad D(18;-8)$$

Etablir que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 5313

On considère le plan muni du repère $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ représenté ci-dessous :

On considère les quatre vecteurs ci-dessous :

$$\overrightarrow{u}\left(\frac{9}{4};-\frac{3}{4}\right) \quad ; \quad \overrightarrow{v}\left(\frac{7}{2};-\frac{3}{2}\right) \quad ; \quad \overrightarrow{w}\left(-\frac{15}{4};\frac{5}{4}\right)$$

1. Représenter les trois vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ avec pour origine le point O.
2. a. Graphiquement, émettre une conjecture sur la colinéarité de couples de vecteurs parmi $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$.

   b. Etablir votre conjecture.

4. Manipulation algébrique et relation de Chasles :

Exercice 5293

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Dans chaque cas, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$, vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ b. $5\cdot\overrightarrow{AD} = 2\cdot\overrightarrow{AC} + 3\cdot\overrightarrow{BD}$

c. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + 2\cdot\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$ d. $3\cdot\overrightarrow{AD} + 4\cdot\overrightarrow{BC} = 7\cdot\overrightarrow{AC}$

Exercice 8122

On considère les quatre points A, B, C et D vérifiant la relation vectorielle :

$$2\cdot\overrightarrow{DC} + 5\cdot\overrightarrow{CB} + 5\cdot\overrightarrow{AD} - 3\cdot\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$$

Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

5. Recherche des coordonnées de points :

Exercice 5291

On considère le plan muni d'un repère $\left(O;I;J\right)$.
Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$$A(-5;1) \quad ; \quad B(2;4) \quad ; \quad C(-1;-2) \quad ; \quad D(3;y_D)$$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

Exercice 5822

Dans le plan muni d'un repère $\left(O;I;J\right)$ orthonormé, on considère les trois points suivants :

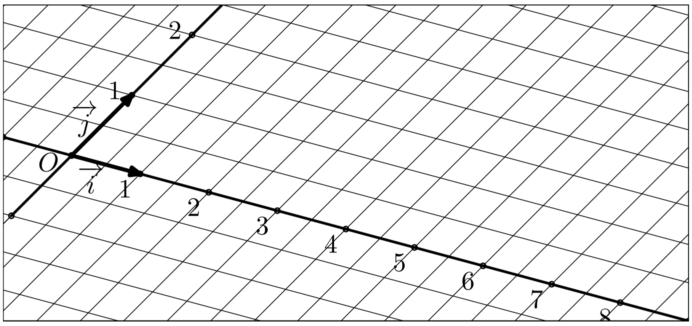
$$A(-1;1) \quad ; \quad B(-3;-1) \quad ; \quad C(2;3)$$

1. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer les coordonnées de l'unique point D ayant pour abscisse -2 tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

6. Repères quelconques :

Exercice 4968

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ quelconque représenté ci-dessous :



1. a. Dans le repère ci-dessous, placer les deux points : $A(-1\,;2)$; $B(4\,;1)$

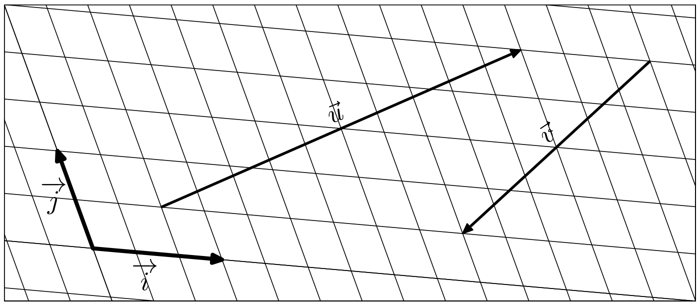
   b. Justifier graphiquement que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(\,5\,;-1\,)$.

2. On considère les deux vecteurs suivants : $\overrightarrow{u}\,(3\,;2)$; $\overrightarrow{v}\,(\,-2\,;-2\,)$

   Donner un représentant de votre choix de chacun de ces deux vecteurs dans le repère ci-dessus.

Exercice 5744

Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ non-colinéaire représentés ci-dessous :



La représentation des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont également représentés ci-dessus.

1. Dans la base vectorielle de $\left(\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$, donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

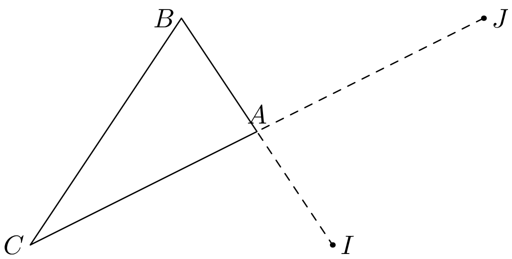
2. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur somme : $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.

3. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{t}$ réalisant l'égalité suivante : $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{t}$

7. Décomposition de vecteurs :

Exercice 5290

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC. On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A :



Exprimer en fonctions des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ les vecteurs suivants :

a. $\overrightarrow{IA}$ b. $\overrightarrow{AJ}$ c. $\overrightarrow{BC}$

d. $\overrightarrow{CB}$ e. $\overrightarrow{IJ}$ f. $\overrightarrow{IC}$

Exercice 5294

Considérons un triangle ABC et M un point appartenant au côté $[AB]$ vérifiant la relation : $AM = \dfrac{2}{3}\cdot AB$

P est le point d'intersection de la droite (BC) et de la parallèle à (AC) passant par le point M. N est le point d'intersection des droites (AC) et de la parallèle à (AB) passant par le point P

1. Réaliser une représentation de cette configuration.

2. Montrer que : $AN = \dfrac{1}{3}\cdot AC$; $CP = \dfrac{2}{3}\cdot CB$.

3. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

   a. $\overrightarrow{AP}$ b. $\overrightarrow{MC}$

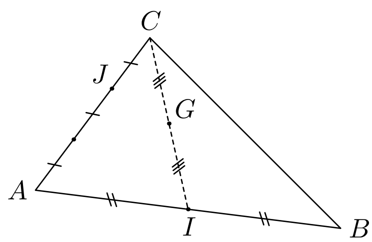
4. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$:

   a. $\overrightarrow{AP}$ b. $\overrightarrow{NM}$

Exercice 5393

On considère le triangle ci-contre où I et G sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CI]$, le point J est définie par la relation :

$$\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA}$$



On considère la base vectorielle $\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}\right)$.

1. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ dans la base vectorielle $\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}\right)$.

2. Etablir que la décomposition vectorielle du vecteur $\overrightarrow{AG}$: $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{4}\cdot\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AC}$

3. En déduire l'alignement des points B, G, J.

Exercice 5343

Dans le plan, on considère un triangle ABC non-aplati. On considère les trois points M, N et P définis par :

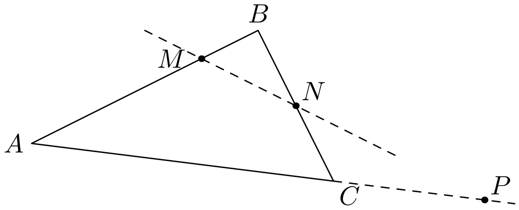
$$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BA}\quad ;\quad \overrightarrow{BN}=\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC}\quad ;\quad \overrightarrow{AP}=2\cdot\overrightarrow{AC}$$

Montrer que les points M, N et P sont alignés.

8. Coordonnées :

Exercice 5342

Dans le plan, on considère le triangle ABC :



On considère les points M et N définis par :

$$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{4}\cdot\overrightarrow{BA}\quad ;\quad \overrightarrow{BN}=\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC}$$

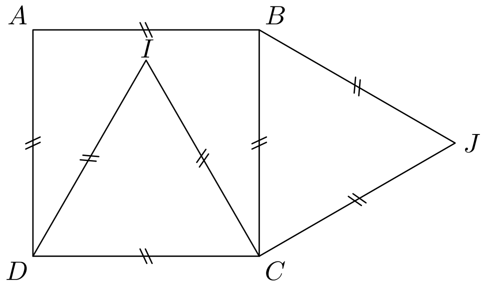
On définit le point P par la relation vectorielle :

$$\overrightarrow{AP}=\alpha\cdot\overrightarrow{AC}\quad \text{où } \alpha\in\mathbb{R}$$

1. Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. On munit le plan du repère $\left(B\,;\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right)$:
   a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ et du vecteur $\overrightarrow{MP}$ en fonction du réel α.
   b. Déterminer la valeur de α afin que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 5394

On considère la figure ci-dessus composée d'un carrée $ABCD$ et de deux triangles équilatéral DIC et BJC :



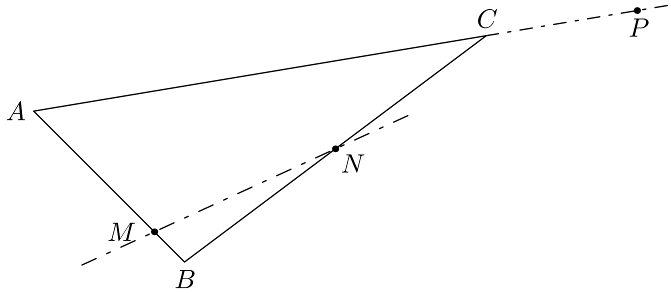
Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Démontrer que les points A, I, J sont alignés.

(Dans un triangle équilatéral de côté a, on admet que toutes ses hauteurs ont pour longueur $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$).

Exercice 6664

Dans le plan, on considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



Les points M, N et P sont définis par les relations :

$$\overrightarrow{AM}=\frac{4}{5}\cdot\overrightarrow{AB}\quad ;\quad \overrightarrow{BN}=\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{BC}\quad ;\quad \overrightarrow{AP}=\frac{4}{3}\cdot\overrightarrow{AC}$$

L'étude s'effectuera dans le repère $\left(B\,;\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right)$.

1. Donner les coordonnées des points M et N.
2. a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b. En déduire les coordonnées du point P.
3. Justifier que les points M, N et P sont alignés.

