

# Première S/Vecteurs et repères

## 1. Rappels :

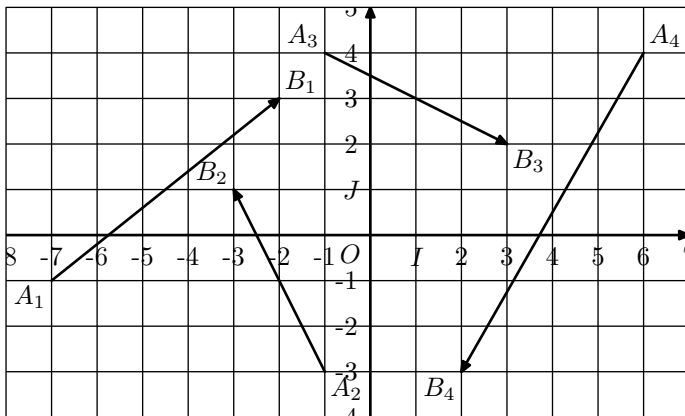
### Exercice 6486



On considère le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$ . On considère les points  $A$  et  $B$  de coordonnées:  $A(x_A; y_A)$  ;  $B(x_B; y_B)$ .

Les coordonnées de  $\vec{AB}$  sont:  $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

Dans le repère orthonormé  $(O; I; J)$  ci-dessous, sont représentés quatre vecteurs:



Graphiquement, déterminer les coordonnées de ces quatre vecteurs.

### Exercice 6481



On considère le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$ . On considère les points  $A$  et  $B$  de coordonnées:  $A(x_A; y_A)$  ;  $B(x_B; y_B)$ .

- La distance  $AB$  est définie par:

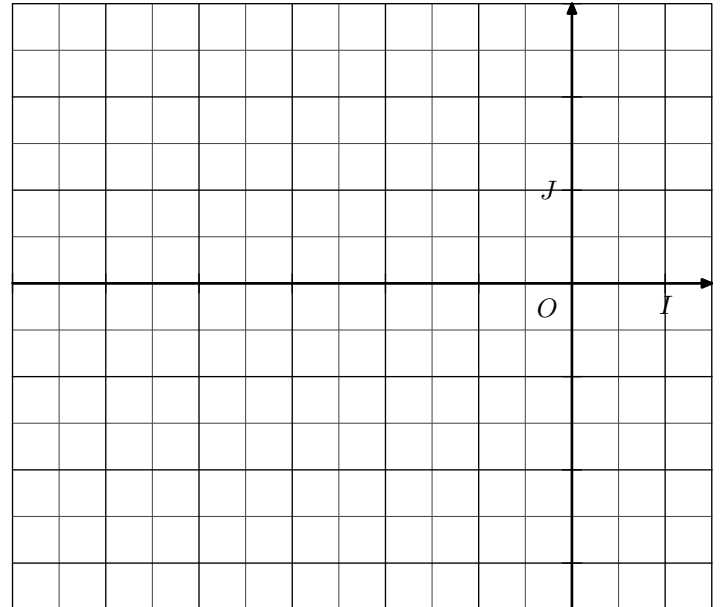
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

- Notons  $I$  le milieu du segment  $[AB]$ . Le point  $I$  a pour coordonnées:

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé, on considère les deux points suivants:

$$A(-4; -2) ; B(-1; 2)$$



- Placer les points  $A$  et  $B$ .

Le graphique sera complété au fur et à mesure des questions l'exercice.

- On note  $K$  le milieu du segment  $[AB]$ . Montrer que le point  $K$  a pour coordonnées:  $K(-2,5; 0)$ .
- On considère le point  $C$  de coordonnées  $(-2,5; -2,5)$ .

- Déterminer les longueurs  $AB$  et  $KC$ .
- Que représente le segment  $[KC]$  pour le triangle  $ABC$ ?
- En déduire que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ .

### Exercice 7146



#### Propriétés caractérisantes du parallélogramme:

Soit  $ABCD$  un quadrilatère.

- Si les diagonales de  $ABCD$  se coupent en leurs milieux alors  $ABCD$  est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés de  $ABCD$  sont parallèles deux à deux alors  $ABCD$  est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés de  $ABCD$  sont de même longueur alors  $ABCD$  est un parallélogramme.
- Si deux des côtés opposés sont parallèles et de même longueur alors  $ABCD$  est un parallélogramme.

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère  $(O; I; J)$  orthonormé :

$$A(2; 3) \quad ; \quad B(-2; 1) \quad ; \quad C(-4; -3) \quad ; \quad D(0; -1)$$

Montrer que le quadrilatère  $ABCD$  est un parallélogramme.

**Exercice 6482** 

**Propriété caractérisante du rectangle :**

Soit  $ABCD$  un quadrilatère :

- Si  $ABCD$  possède trois angles droits alors  $ABCD$  est un rectangle.

Soit  $ABCD$  un parallélogramme :

- Si  $ABCD$  a ses diagonales de même longueur alors  $ABCD$  est un rectangle.
- Si  $ABCD$  a un angle droit alors  $ABCD$  est un rectangle.

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère  $(O; I; J)$  orthonormé :

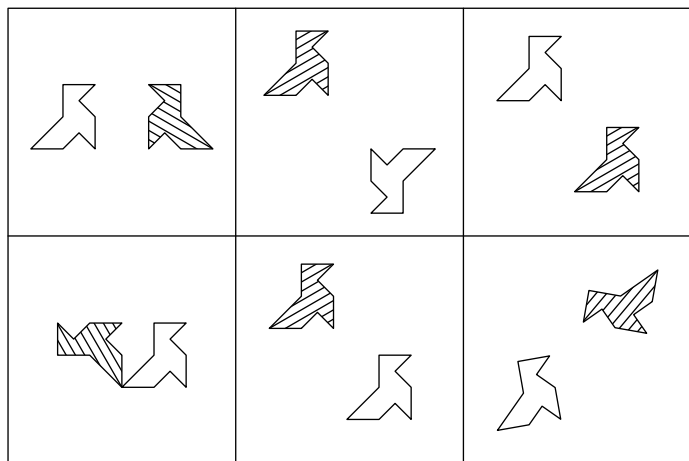
$$A(-4; -1) \quad ; \quad B(-3; -4) \quad ; \quad C(3; -2) \quad ; \quad D(2; 1)$$

Montrer que le quadrilatère  $ABCD$  est un rectangle.

**Exercice 6484** 

La figure hachurée est obtenue après application d'une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :

- Préciser le type de transformation (*symétrie axiale, centrale, translation, rotation*).
- Faire apparaître et préciser le(s) élément(s) caractéristique(s) de cette transformation (*axe, centre, angle, sens de rotation*)

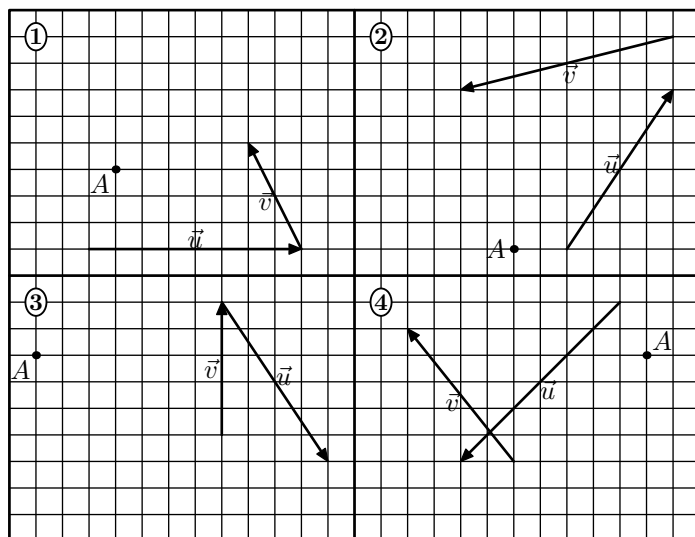


**Exercice 6485** 

- Pour chacun des quadrans ci-dessous :
  - Placer le point  $B$  translaté du point  $A$  par la translation de vecteur  $\vec{u}$ .
  - Tracer le point  $C$  translaté du point  $B$  par la translation de vecteur  $\vec{v}$ .

Dans chaque cadran, le point  $C$  obtenu s'appelle le translaté du point  $A$  par le vecteur  $\vec{u} + \vec{v}$ .

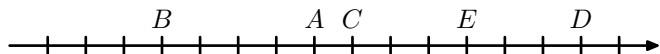
- Dans le premier quadrans :
  - Placer le point  $B'$  translaté du point  $A$  par le vecteur  $\vec{v}$ .
  - Placer le point  $C'$  translaté du point  $B'$  par le vecteur  $\vec{u}$ .
  - Que pouvez-vous dire de la translation composée des translations de vecteurs  $\vec{u}$  puis celle de  $\vec{v}$  et de la translation composée des translations de vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{u}$ ?



**2. Vecteurs colinéaires: proportionnalités :**

**Exercice 5287** 

Sur une droite graduée, on place les points  $A, B, C, D, E$  :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre  $k$  vérifiant l'égalité :

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a. $\vec{BC} = k \cdot \vec{AC}$ | b. $\vec{ED} = k \cdot \vec{AC}$ |
| c. $\vec{AC} = k \cdot \vec{CA}$ | d. $\vec{ED} = k \cdot \vec{CA}$ |
| e. $\vec{EA} = k \cdot \vec{AB}$ | f. $\vec{AC} = k \cdot \vec{BA}$ |

**Exercice 5295** 

Pour chaque question, préciser si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires et, le cas échéant, donner le coefficient de colinéarité.

ité du vecteur  $\vec{u}$  par rapport au vecteur  $\vec{v}$  :

- a.  $\vec{u}(-2; -10)$  et  $\vec{v}(4; 20)$     b.  $\vec{u}(-6; 9)$  et  $\vec{v}\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right)$   
 c.  $\vec{u}(0; 5)$  et  $\vec{v}(-5; 0)$     d.  $\vec{u}\left(-\frac{4}{3}; 4\right)$  et  $\vec{v}(3; -9)$   
 e.  $\vec{u}\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$  et  $\vec{v}(5; 6)$     f.  $\vec{u}(6; -5)$  et  $\vec{v}\left(\frac{14}{5}; -2\right)$

### 3. Propriétés de colinéarité :

#### Exercice 5288

Dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , on considère les points :

$$A(3; -5) ; B(1; -1) ; C(13; 2) ; D(18; -8)$$

Etablir que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

#### Exercice 5313

On considère le plan muni du repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  représenté ci-dessous :

On considère les quatre vecteurs ci-dessous :

$$\vec{u}\left(\frac{9}{4}; -\frac{3}{4}\right) ; \vec{v}\left(\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right) ; \vec{w}\left(-\frac{15}{4}; \frac{5}{4}\right)$$

- Représenter les trois vecteurs  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  avec pour origine le point  $O$ .
- Graphiquement, émettre une conjecture sur la colinéarité de couples de vecteurs parmi  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ .
  - Etablir votre conjecture.

#### Exercice 5293

Soit  $A, B, C$  et  $D$  quatre points du plan. Dans chaque cas, démontrer que les vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$ , vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

- a.  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$     b.  $5 \cdot \vec{AD} = 2 \cdot \vec{AC} + 3 \cdot \vec{BD}$   
 c.  $\vec{AD} + \vec{BD} + 2 \cdot \vec{CB} = \vec{0}$     d.  $3 \cdot \vec{AD} + 4 \cdot \vec{BC} = 7 \cdot \vec{AC}$

### 4. Recherche des coordonnées de points :

#### Exercice 5291

On considère le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ .

Soit  $A, B, C$  et  $D$  quatre points du plan de coordonnées :

$$A(-5; 1) ; B(2; 4) ; C(-1; -2) ; D(3; y_D)$$

Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  soient parallèles et que le point  $D$  ait 3 pour abscisse.

#### Exercice 5822

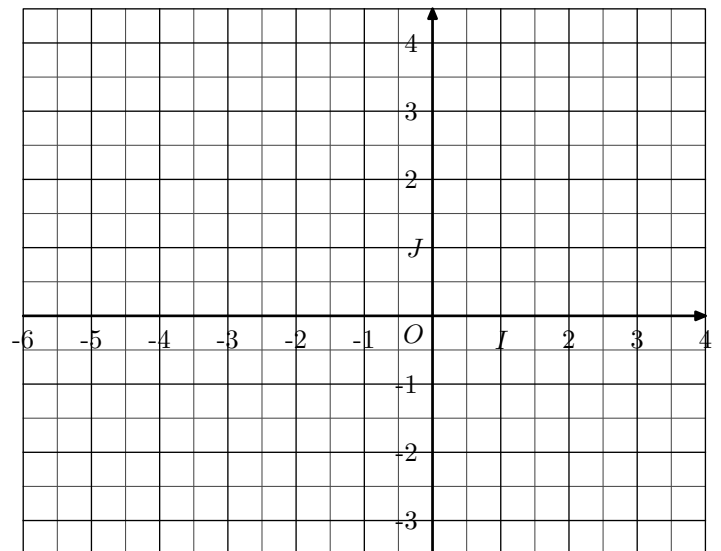
Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormé, on considère les trois points suivants :

$$A(-1; 1) ; B(-3; -1) ; C(2; 3)$$

- Les points  $A, B$  et  $C$  sont-ils alignés? Justifier votre réponse.
- Déterminer les coordonnées de l'unique point  $D$  ayant pour abscisse  $-2$  tel que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  soient parallèles.

#### Exercice 5292

On considère le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$  :

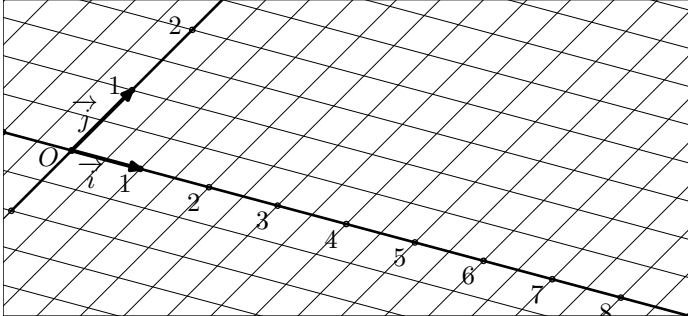


- Placer les trois points  $A, B, C$  dans le repère ci-dessous :  
 $A(3; -3) ; B(-4; 3) ; C(-5; -1)$
- Déterminer les coordonnées du milieu  $M$  du segment  $[AB]$ .
- Déterminer les longueurs  $AB$  et  $MC$
  - Etablir que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$ .
- Soit  $N$  un point de l'axe des ordonnées. Déterminer les coordonnées du point  $N$  afin que les vecteurs  $\vec{BN}$  et  $\vec{CM}$  soient colinéaires.

## 5. Repères quelconques :

### Exercice 4968

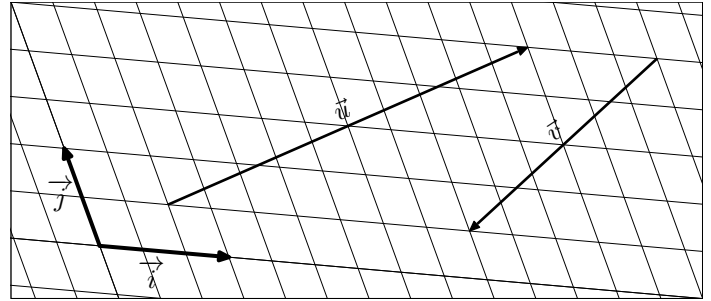
On munit le plan d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  quelconque représenté ci-dessous :



1. a. Dans le repère ci-dessous, placer les deux points :  $A(-1; 2)$  ;  $B(4; 1)$
- b. Justifier graphiquement que le vecteur  $\vec{AB}$  a pour coordonnées  $(5; -1)$ .
2. On considère les deux vecteurs suivants :  $\vec{u}(3; 2)$  ;  $\vec{v}(-2; -2)$   
Donner un représentant de votre choix de chacun de ces deux vecteurs dans le repère ci-dessus.

### Exercice 5744

Dans le plan, on considère les deux vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  non-colinéaires représentés ci-dessous :



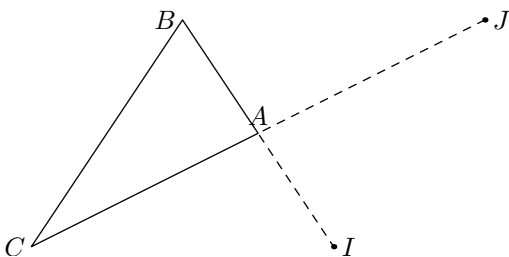
La représentation des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont également représentés ci-dessus.

1. Dans la base vectorielle de  $(\vec{i}; \vec{j})$ , donner les coordonnées des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
2. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur somme :  $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ .
3. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{t}$  réalisant l'égalité suivante :  $\vec{v} = \vec{u} + \vec{t}$

## 6. Décomposition de vecteurs :

### Exercice 5290

Dans le plan, on considère le triangle quelconque  $ABC$ . On note respectivement  $I$  et  $J$  les symétriques respectifs de  $B$  et de  $C$  par rapport à  $A$  :



Exprimer en fonctions des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  les vecteurs suivants :

- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| a. $\vec{IA}$ | b. $\vec{AJ}$ | c. $\vec{BC}$ |
| d. $\vec{CB}$ | e. $\vec{IJ}$ | f. $\vec{IC}$ |

### Exercice 5294

Considérons un triangle  $ABC$  et  $M$  un point appartenant au côté  $[AB]$  vérifiant la relation :  $AM = \frac{2}{3} \cdot AB$

$P$  est le point d'intersection de la droite  $(BC)$  et de la

parallèle à  $(AC)$  passant par le point  $M$ .  $N$  est le point d'intersection des droites  $(AC)$  et de la parallèle à  $(AB)$  passant par le point  $P$

1. Réaliser une représentation de cette configuration.
2. Montrer que :  $AN = \frac{1}{3} \cdot AC$  ;  $CP = \frac{2}{3} \cdot CB$ .
3. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  :
 

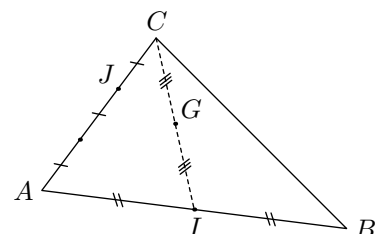
a. $\vec{AP}$	b. $\vec{MC}$
---------------	---------------
4. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs  $\vec{CA}$  et  $\vec{CB}$  :
 

a. $\vec{AP}$	b. $\vec{NM}$
---------------	---------------

### Exercice 5393

On considère le triangle ci-contre où  $I$  et  $G$  sont les milieux respectifs des segments  $[AB]$  et  $[CI]$ , le point  $J$  est définie par la relation :

$$\vec{CJ} = \frac{1}{3} \cdot \vec{CA}$$



On munit le plan du repère  $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$ .

1. Donner les coordonnées des points  $I$  et  $J$ .
2. Etablir que le point  $G$  a pour coordonnées  $(\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$ . Justifier votre réponse.
3. En déduire l'alignement des points  $B, G, J$ .

**Exercice 5343** 

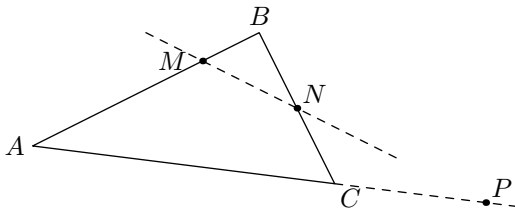
Dans le plan, on considère un triangle  $ABC$  non-aplati. On considère les trois points  $M, N$  et  $P$  définis par :

$$\vec{BM} = \frac{1}{3} \cdot \vec{BA} \quad ; \quad \vec{BN} = \frac{1}{2} \cdot \vec{BC} \quad ; \quad \vec{AP} = 2 \cdot \vec{AC}$$

Montrer que les points  $M, N$  et  $P$  sont alignés.

**Exercice 5342**  

Dans le plan, on considère le triangle  $ABC$  :



On considère les points  $M$  et  $N$  définis par :

$$\vec{BM} = \frac{1}{4} \cdot \vec{BA} \quad ; \quad \vec{BN} = \frac{1}{2} \cdot \vec{BC}$$

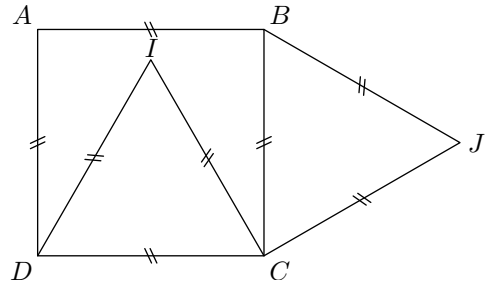
On définit le point  $P$  par la relation vectorielle :

$$\vec{AP} = \alpha \cdot \vec{AC} \quad \text{où } \alpha \in \mathbb{R}$$

1. Exprimer  $\vec{AC}$  en fonction des vecteurs  $\vec{BA}$  et  $\vec{BC}$ .
2. On munit le plan du repère  $(B; \vec{BA}; \vec{BC})$  :
  - a. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{MN}$  et du vecteur  $\vec{MP}$  en fonction du réel  $\alpha$ .
  - b. Déterminer la valeur de  $\alpha$  afin que les points  $M, N$  et  $P$  sont alignés.

**Exercice 5394**  

On considère la figure ci-dessus composée d'un carrée  $ABCD$  et de deux triangles équilatéraux  $DIC$  et  $BJC$  :



Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

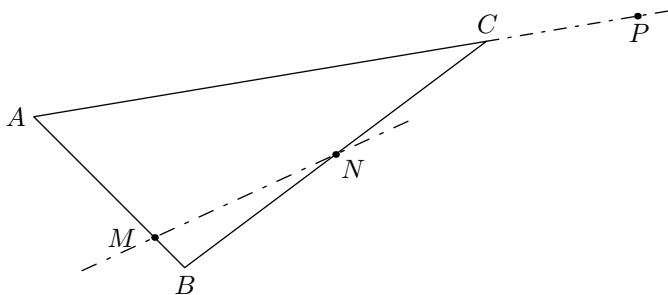
Démontrer que les points  $A, I, J$  sont alignés.

(Dans un triangle équilatéral de côté  $a$ , on admet que toutes ses hauteurs ont pour longueur  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ).

**255. Exercices non-classés :**

**Exercice 6664** 

Dans le plan, on considère le triangle  $ABC$  représenté ci-dessous :



Les points  $M, N$  et  $P$  sont définis par les relations :

$$\vec{AM} = \frac{4}{5} \cdot \vec{AB} \quad ; \quad \vec{BN} = \frac{1}{2} \cdot \vec{BC} \quad ; \quad \vec{AP} = \frac{4}{3} \cdot \vec{AC}$$

L'étude s'effectuera dans le repère  $(B; \vec{BA}; \vec{BC})$ .

1. Donner les coordonnées des points  $M$  et  $N$ .
2. a. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{AC}$ .  
b. En déduire les coordonnées du point  $P$ .
3. Justifier que les points  $M, N$  et  $P$  sont alignés.