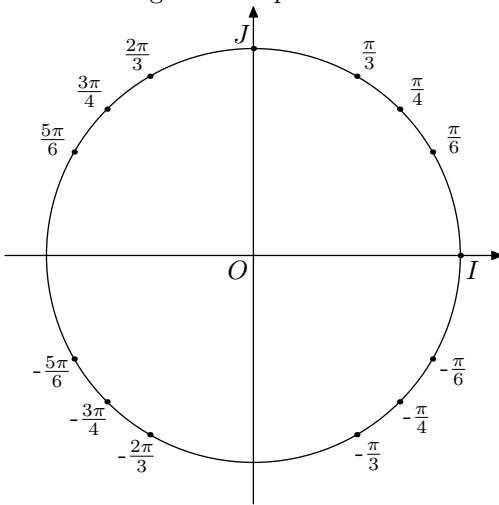


# Première S/Trigonométrie

## 2. Angles associés :

### Exercice 7704

On munit le plan d'un repère orthonormé  $(O; I; J)$  et on considère le cercle trigonométrique ci-dessous :



où sont représentés les points  $M$  du cercle trigonométrique dont la mesure principale de l'angle orienté  $(\vec{OI}; \vec{OM})$  est un angle remarquable.

Donner la valeur exacte des rapports ci-dessous :

- a.  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$     b.  $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$     c.  $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$     d.  $\cos(\pi)$
- e.  $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$     f.  $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$     g.  $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$     h.  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

### Exercice 2871

1. Tracer un cercle trigonométrique et placer les points suivants dont le repérage par leur mesure principale :

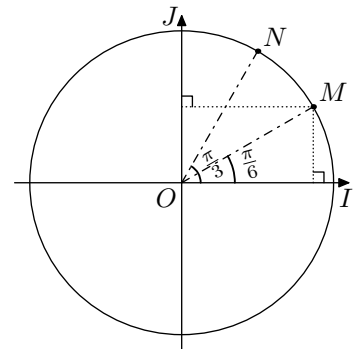
- a.  $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$     b.  $B\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$     c.  $C\left(\frac{5\pi}{6}\right)$
- d.  $D\left(\frac{\pi}{4}\right)$     e.  $E\left(-\frac{\pi}{4}\right)$     f.  $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

2. Préciser les valeurs du cosinus et du sinus associées à chacun des angles repérant les points précédents.

### Exercice 2179

On considère le cercle trigonométrique  $\mathcal{C}$  dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$

1. a. Déterminer les coordonnées cartésiennes du point  $M$ .
- b. Placer le point  $M'$  symétrique du point  $M$  par la symétrie d'axe  $(OJ)$ . Donner les coordonnées cartésiennes du point  $M'$ . Puis, donner l'angle repérant le point  $M'$  dans le cercle  $\mathcal{C}$ .
- c. Placer le point  $M''$  symétrique du point  $M$  par la symétrie d'axe  $(OI)$ . Donner les coordonnées cartésiennes du point  $M''$ . Puis, donner l'angle repérant le point  $M''$  dans le cercle  $\mathcal{C}$ .



2. a. Déterminer les coordonnées cartésiennes du point  $N$ .
- b. Placer le point  $N'$  symétrique du point  $N$  par la symétrie d'axe  $(OJ)$ . Donner les coordonnées cartésiennes du point  $N'$ . Puis, donner l'angle repérant le point  $N'$  dans le cercle  $\mathcal{C}$ .
- c. Placer le point  $N''$  symétrique du point  $N$  par la symétrie d'axe  $(OI)$ . Donner les coordonnées cartésiennes du point  $N''$ . Puis, donner l'angle repérant le point  $N''$  dans le cercle  $\mathcal{C}$ .

## 3. Angles associés et formule trigonométrique :

### Exercice 7605

Soit  $\alpha$  un nombre réel. Simplifier les écritures suivantes :

- a.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$     b.  $\sin(\alpha + 3\pi)$
- c.  $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$     d.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

**Exercice 2235**

1. Simplifier chacune des expressions suivantes :

- a.  $\cos(x-\pi)$       b.  $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$   
 c.  $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$       d.  $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

2. A l'aide de la relation :  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$  où  $x \neq \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$  simplifier les expressions suivantes :

- a.  $\tan(x+\pi)$       b.  $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

**Exercice 2230**

1. Etablir l'égalité :  $\cos \frac{\pi}{6} + \cos \frac{5\pi}{6} = 0$

2. Déterminer la valeur des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  réalisant l'égalité suivante :

$$2 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{7}\right) + 3 \cdot \cos \frac{8\pi}{7} - 2 \cdot \sin \frac{6\pi}{7} + \sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) = \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{7} + \beta \cdot \sin \frac{\pi}{7}$$

**Exercice 2304**

1. Déterminer les valeurs exactes des expressions ci-dessous :

- a.  $\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$       b.  $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$       c.  $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2. Exprimer l'expression suivante à l'aide des rapports trigonométriques de  $\frac{\pi}{5}$  :

$$A = 2 \cdot \cos \frac{4\pi}{5} + 3 \cdot \sin \frac{6\pi}{5} - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{10}$$

**Exercice 2244**

1. On donne la valeur exacte :  $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ .

- a. En utilisant la formule  $(\cos x) + (\sin x)^2 = 1$ , déterminer la valeur exacte de  $\sin \frac{\pi}{8}$ .  
 b. En déduire la valeur exacte de  $\cos \frac{5\pi}{8}$  en justifiant votre démarche.  
 c. Etablir l'égalité :  $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ .

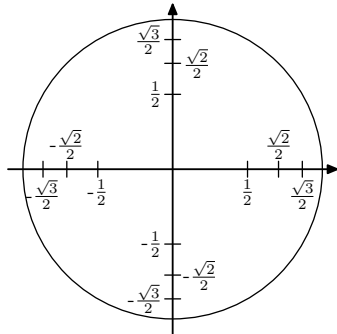
2. On considère l'expression suivante :

$$A = \cos \frac{9\pi}{8} - 3 \cdot \sin \frac{5\pi}{8} + 2 \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$$

Déterminer une écriture de l'expression de  $A$  en fonction des rapports trigonométriques de l'angle  $\frac{\pi}{8}$ .

**4. Equations :****Exercice 5482**

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous :



1. a. Sur le cercle trigonométrique, placer les deux points  $M$  et  $M'$  ayant pour abscisse  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

b. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre l'équation :

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre les équations suivantes :

- a.  $\sin x = \frac{1}{2}$       b.  $\cos x = \frac{1}{2}$       c.  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation suivante :

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Exercice 2624**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- a.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Exercice 2874**

1. Résoudre dans l'ensemble  $] -\pi; \pi ]$  des mesures principales, les équations suivantes :

- a.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$       b.  $\sin x = -\frac{1}{2}$   
 c.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       d.  $\cos x = -\frac{1}{2}$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- a.  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b.  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

**5. Equations :****Exercice 7726**

1. On considère l'équation :  $(E) : \sin(x) = \frac{1}{2}$   
Justifier que chaque élément de l'ensemble :

$\left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{13 \cdot \pi}{6}; \frac{25 \cdot \pi}{6}; \frac{37 \cdot \pi}{6} \right\}$   
est une solution de l'équation  $(E)$ .

2. On considère l'équation :  $(F) : \cos(2 \cdot x) = \frac{1}{2}$

- Justifier que chaque élément de l'ensemble  $\left\{-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$  est une solutions de l'équation  $(F)$ .
- Pour tout entier relatif  $k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), justifier que les nombres  $-\frac{\pi}{6} + k \cdot \pi$  et  $\frac{\pi}{6} + k \cdot \pi$  sont solution de l'équation  $(F)$ .
- En déduire les valeurs des quatre solutions de l'équation  $(F)$  appartenant à l'intervalle des mesures principales  $]-\pi; \pi]$ .

**Exercice 7703** 

Résoudre les équations suivantes :

a.  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$       b.  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Exercice 7725** 

Résoudre les deux équations suivantes :

a.  $\cos(2 \cdot x) = \frac{1}{2}$       b.  $\sin(2 \cdot x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$