

Première S/Suites arithmétiques et géométriques

1. Introduction :

Exercice 6516

Compléter les suites logiques de nombres pour obtenir les 8 premiers termes de chacune d'elles :

- a. 4 - 7 - 10 - 13 - ...
- b. 3 - 6 - 12 - 24 - ...
- c. 20 - 19 - 17 - 14 - ...
- d. 5 - 7 - 11 - 17 - ...
- e. 1 - 4 - 9 - 16 - ...

Exercice 6517

On considère les deux procédés d'obtention suivant de nombres :

Procédure A
On multiplie le nombre donné par 3

Procédure B
Au nombre donné, on lui soustrait 2.

Pour chaque question, donner les six premiers termes obtenus en répétant les consignes autant de fois que nécessaire.

- 1. Le nombre de départ est 3 et on répète la procédure A ;
- 2. Le nombre de départ est 11 et on répète la procédure B.

Exercice 2905

- 1. Trouver les coefficients multiplicatifs représentant chacune des évolutions suivantes :
 - a. +10% b. +2,5% c. +115%
 - d. -22% e. -10,7% f. -65%
- 2. Pour chaque coefficient multiplicateur, retrouver l'évolution associée et le pourcentage correspondant :
 - a. 1,02 b. 1,375 c. 2,1
 - d. 0,15 e. 0,85 f. 0,912

Exercice 2906

Des scientifiques étudient une culture de bactéries contenant deux souches qu'on nommera A et B. Au début de l'expérience (au temps "0"), on dénombre 200 de bactéries de souches A et 300 bactéries de souches B. Les scientifiques relèvent les évolutions suivantes : à chaque

minute, la population des bactéries A augmente de 10%, alors que celle de la souche B diminue de 20 bactéries.

- 1. a. Au temps "0 min", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries ?
- b. Au temps "1 min", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries ?
- c. Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C	D
1	Temps	Population de la souche A	Population de la souche B	Population totale
2	0	200	300	
3				
4				
5				
6				
7				

- 2. n désigne un nombre entier naturel ($n \in \mathbb{N}$).
On note a_n la population de bactéries de la souche A au temps " n min"; ainsi, $a_0 = 200$.
On note b_n la population de bactéries de la souche B au temps " n min"; ainsi $b_0 = 300$.

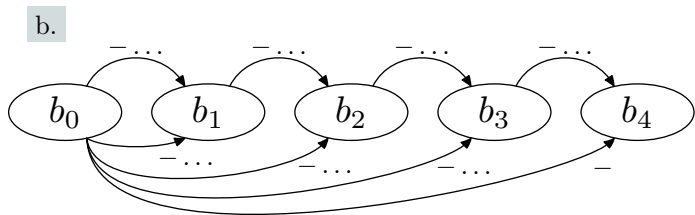
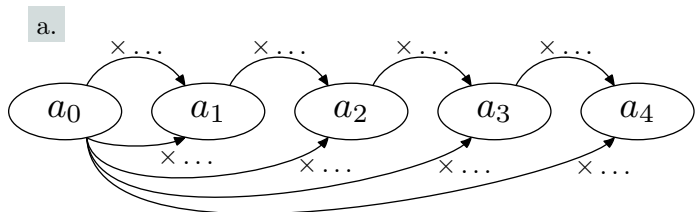
Compléter les pointillés ci-dessous :

$a_1 = a_0$	$b_1 = b_0$
$a_2 = a_1$	$b_2 = b_1$
$a_3 = a_2$	$b_3 = b_2$
$a_4 = a_3$	$b_4 = b_3$

On généralise par :

$a_{n+1} = a_n$	$b_{n+1} = b_n$
-----------------------	-----------------------

- 3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :



4. Compléter les pointillées :

$a_1 = a_0$	$b_1 = b_0$
$a_2 = a_0$	$b_2 = b_0$
$a_3 = a_0$	$b_3 = b_0$
$a_4 = a_0$	$b_4 = b_0$

On généralise par :

$a_n = a_0$	$b_n = b_0$
-------------------	-------------------

Exercice 6519

- On considère la suite de nombres ci-dessous :
2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; 30
 - Dans cette suite, quel est le terme qui succède à 12 ?
 - Dans cette suite, quel est le terme qui précède 8 ?
 - Dans cette suite quel est le rang du terme ayant 2 pour valeur ?
 - Dans cette suite quel est le rang du terme ayant 17 pour valeur ?
- De manière générale, on indique les termes d'une suite en utilisant en index la position du terme dans la suite (on commence l'indexation à 0) :
 $u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; \dots ; u_{n-1} ; u_n ; u_{n+1}$
 - Quel est le terme successeur de u_2 ?
 - Quel est le terme prédécesseur de u_4 ?
 - Quel est le terme successeur de u_n ?
 - Quel est le terme successeur de u_{n+2} ?
 - Quel est le terme prédécesseur de u_n ?

2. Suites arithmétiques :

Exercice 5121

- Déterminer les cinq premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.
- Déterminer les cinq premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\frac{3}{2}$.

f. Quel est le terme prédécesseur de u_{n+2} ?

Exercice 6522

On considère les suites de nombres ci-dessous :

- 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22 ...
- 1 ; -2 ; 4 ; -8 ; 16 ; -32 ; 64 ...
- 2 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ...
- 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ...
- 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ...
- 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ...

Associer à chacune de cette suite une relation ci-dessous qui permet d'obtenir un terme en fonction de ses prédécesseurs :

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$ | 2. $\frac{2}{u_n} = u_{n+1}$ |
| 3. $u_n + n = u_{n+1}$ | 4. $-2 \times u_n = u_{n+1}$ |
| 5. $u_n + 3 = u_{n+1}$ | 6. $u_n = n^2$ |

Exercice 7305

On considère une suite (u_n) dont on connaît la valeur de ses cinq premiers termes :

$$u_0 = 0 ; u_1 = 11 ; u_2 = 20 ; u_3 = 27 ; u_4 = 32$$

Parmi les expressions de suites ci-dessous, lesquelles permettent d'obtenir ces mêmes cinq premiers termes ?

- $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n + 11 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
- $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = -u_n + 3n + 11 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
- $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n - 2n + 11 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
- $u_n = 13 \cdot n - 2 \cdot n^2$
- $u_n = -n^2 + 12 \cdot n$
- $u_n = 2 \cdot n^2 + 9 \cdot n$

Exercice 7309

- On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison -3 . Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- On considère la suite (v_n) géométrique de premier terme 54 et de raison $\frac{1}{3}$. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) .

Exercice 6523


On considère les deux suites de nombres ci-dessous dont on donne les sept premiers termes :

- 3 ; 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16
- 6 ; 3,5 ; 1 ; -1,5 ; -4 ; -6,5 ; -9

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite

est une suite arithmétique ?

Si oui, donner le premier terme et la raison. Si non, justifier votre rejet de cette affirmation.

Exercice 5120 


Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . Compléter les expressions suivantes :

- a. $u_{12} = u_5 + \dots$ b. $u_{57} = u_{38} + \dots$
 c. $u_3 = u_8 + \dots$ d. $u_{23} = u_{38} + \dots$

Exercice 6530 

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 3 et de raison -2 .

3. Suites géométriques :

Exercice 5122 

- Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
- Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\frac{3}{2}$.


Exercice 6524 

On considère les deux suites de nombres ci-dessous où sont donnés les six premiers termes :

- a. 8 ; 4 ; 2 ; 1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$
 b. 1 ; 3 ; 9 ; 18 ; 54 ; 162

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite géométrique ?

Si oui, préciser le premier terme et la raison. Sinon, justifier votre rejet de la conjecture.

Exercice 5123 

Soit (v_n) une suite géométrique de raison q . Compléter les expressions suivantes :


- a. $u_7 = u_3 \times \dots$ b. $u_{25} = u_{11} \times \dots$
 c. $u_3 = u_8 \times \dots$ d. $u_{15} = u_{23} \times \dots$

Exercice 6531 

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ géométrique de premier terme $\frac{2^4}{3}$ et de raison $\frac{3}{2}$.

- Déterminer la valeur des termes u_{11} et u_{28} .
- Pour chaque question, déterminer le rang n réalisant l'égalité :

a. $u_n = \frac{3^8}{2^5}$ b. $u_n = \frac{3^{19}}{2^{16}}$


Exercice 2401 

- Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme $u_0 = \frac{3}{8}$ et de raison 2. Déterminer les six premiers termes de cette suite.

- Déterminer la valeur des termes u_{12} et u_{43} .

- Déterminer la valeur du rang n réalisant les égalités :

a. $u_n = -21$ b. $u_n = -57$

Exercice 7306 

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{(n+2) \cdot u_n + 1}{n+1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- Conjecturer la nature de la suite (u_n) en justifiant votre démarche.


- Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q .

- Pour passer du terme v_{11} au terme v_{14} , par combien de fois multiplie-t-on par la raison ?
- A partir des valeurs des deux termes suivants :

$$v_{11} = \frac{4}{7} \quad ; \quad v_{14} = \frac{27}{14}$$
 Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite (v_n) .

- Dans chacun des cas ci-dessous, la suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique, déterminer son premier terme et sa raison :


a. $w_0 = 5$; $w_3 = 40$ b. $w_3 = \frac{3}{8}$; $w_6 = -\frac{3}{64}$
 c. $w_{124} = 2 \times 10^{-4}$; $w_{128} = \frac{1}{8}$

Exercice 2412 

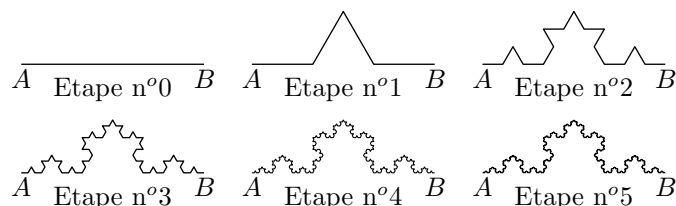
Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite dont on connaît la valeur des deux termes suivants :

$$u_6 = 36 \quad ; \quad u_{10} = \frac{9}{4}$$

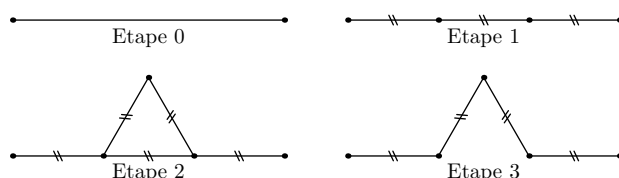
Montrer qu'il existe au moins deux suites géométriques vérifiant ces conditions.

Exercice 2928 

Ci-dessous sont représentés les six premiers "flocons de Helge Von Koch" représentant un des fractales les plus simples :



Pour passer d'une construction à la suivante, on réalise la manipulation suivante sur chaque segment :



Chaque segment est partagé en trois parties égales (étape 1). On construit un triangle équilatéral sur le segment du milieu (étape 2). On efface le segment du milieu (étape 3).

1. a. Le passage de l'étape n^0 à l'étape n^1 fait apparaître un triangle équilatéral. Surligner ce triangle en rouge.
 - b. Combien de segment comprend la figure de l'étape n^1 ? Combien de triangles équilatéral apparaîtront à l'étape n^2 ? Surligner ces triangles en rouge.
2. On note (u_n) la suite numérique dont le terme de rang n est le nombre de segments composant la figure à l'étape $n^{\text{ième}}$:
 - a. Justifier par une phrase que la suite (u_n) vérifie la relation :

$$u_{n+1} = 4 \cdot u_n$$
 - b. Exprimer le terme u_n en fonction de son rang n .
 - c. Combien de segments comprend la figure de l'étape

4. Suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 5859

1. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (u_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite arithmétique dont on précisera la raison :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = \frac{9}{2} \quad ; \quad u_2 = 7 \quad ; \quad u_3 = \frac{19}{2}$$
2. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (v_n) présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite géométrique dont on précisera la raison :

$$v_0 = 24 \quad ; \quad v_1 = 6 \quad ; \quad v_2 = \frac{3}{2} \quad ; \quad v_3 = \frac{3}{8}$$
3. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite (w_n) ne représentent ni les premiers termes d'une suite arithmétique, ni les premiers termes d'une suite géométrique

$$w_0 = 1 \quad ; \quad w_1 = 2 \quad ; \quad w_2 = 4 \quad ; \quad w_3 = 16$$

Exercice 5135

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique dont on connaît deux termes :

$$u_4 = 12 \quad ; \quad u_{22} = -24$$
 Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.
2. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique dont on connaît deux

n^0 ?

3. On suppose que le segment $[AB]$ initial a pour longueur 1. On note (v_n) la suite numérique dont le terme de rang n est la longueur de la ligne polygone formant la figure à l'étape $n^{\text{ième}}$:
 - a. Justifier par une phrase que la suite (v_n) vérifie la relation :

$$v_{n+1} = \frac{4}{3} \cdot v_n$$
 - b. Exprimer le terme v_n en fonction de son rang n .

Exercice 7304

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 9 \times 2^n - u_n$$

1. Déterminer la valeur des quatre premiers termes de la suite (u_n) .
2. Conjecturer la nature de la suite (u_n) en justifiant votre démarche.

termes :

$$v_4 = 8 \quad ; \quad v_7 = \frac{64}{27}$$

Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

Exercice 6546

1. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ arithmétique dont on connaît les valeurs des deux termes suivants :

$$u_{10} = 5 \quad ; \quad u_{16} = 14$$
 Déterminer le premier terme u_0 et la raison de cette suite.
2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ géométrique dont on connaît les valeurs des deux termes suivants :

$$v_4 = 96 \quad ; \quad v_7 = \frac{3}{2}$$
 Déterminer le premier terme v_0 et la raison de cette suite.

Exercice 7307

1. On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_n = n^2 + n + 2 \quad \text{pour tout entier } n \in \mathbb{N}$$
 Etablir que la suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.
2. On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_n = \frac{1}{n^2 + 2} \quad \text{pour tout entier } n \in \mathbb{N}$$
 Etablir que la suite (v_n) n'est pas une suite arithmétique.

5. Un peu plus loin : suites arithmético-géométrique

Exercice 2408

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$u_0 = 8 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 5 \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$v_n = u_n + 10 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- a. Montrer que la suite (v_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n :

$$v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$$
- b. Donner la nature de la suite (v_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.
- c. Donner la formule explicite donnant l'expression du

terme v_n en fonction de son rang n .

2. Dédurre des questions précédentes, la formule explicite de la suite (u_n) .

Exercice 6426



6. Un peu plus loin : suites homographiques H :

Exercice 2454



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

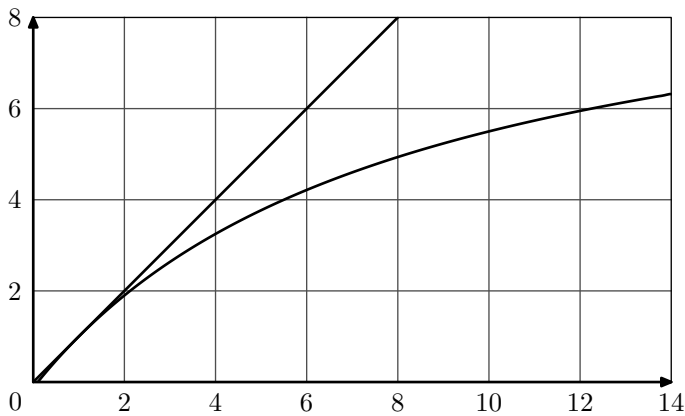
$$u_0 = 14 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{10 \cdot u_n - 1}{u_n + 8} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

On admet que la suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} et que les termes de la suite sont strictement supérieur à 1.

1. On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{10x - 1}{x + 8}$$

ainsi que la représentation de la première bissectrice du plan :



Représenter sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite.

2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :

Soit (u_n) définie par son premier terme u_0 et, pour tout entier naturel n , par la relation :

$$u_{n+1} = a \cdot u_n + b \quad (a \text{ et } b \text{ réels non nuls tels que } a \neq 1)$$

On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$

Démontrer que, la suite (v_n) est géométrique de raison a .

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

- a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{9}$$

- b. Donner la formule explicite définissant chaque terme de la suite (v_n) en fonction du rang n .

- c. En déduire la formule explicite définissant chaque terme de la suite (u_n) en fonction du rang n .

Exercice 2414



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie :

$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{-u_n + 6}{u_n - 2} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n) .

2. Soit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

- a. Déterminer les trois premiers termes de cette suite.

- b. Montrer que : $\frac{v_{n+1}}{v_n} = -\frac{1}{4}$

- c. En déduire la nature de la suite (v_n) ainsi que la formule explicite déterminant le terme de rang n en fonction de n .

3. a. Déterminer l'expression du terme u_n en fonction du terme v_n .

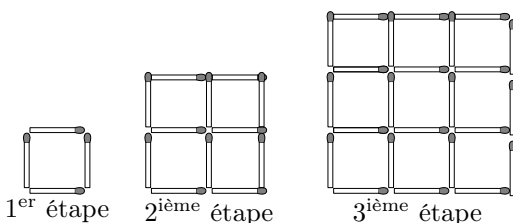
- b. En déduire la formule explicite définissant les termes de (u_n) en fonction de n .

7. Un peu plus loin : conjecturer une relation de récurrence :

Exercice 7244



On considère les constructions suivantes :



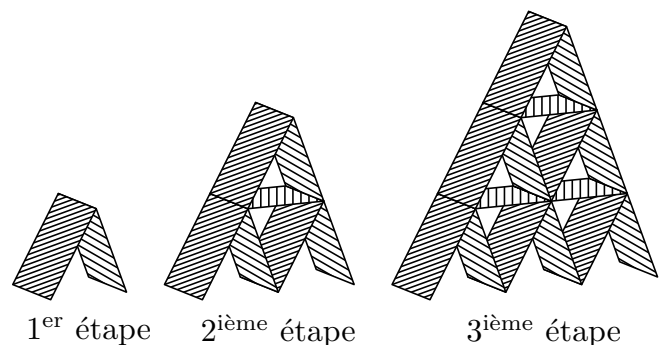
On note (u_n) la suite numérique définie sur \mathbb{N}^* où u_n représente le nombre d'allumettes nécessaire à la construction de la $n^{\text{ième}}$ étape.

Conjecturer une relation de récurrence entre un terme de la suite (u_n) et de son prédécesseur.

Exercice 7245



On considère la construction d'un château de cartes :



On note u_n le nombre de cartes nécessaires à la construction de chateau de cartes à l'étape n . On définit ainsi une suite

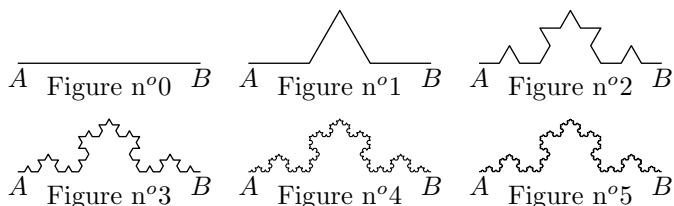
(u_n) définie sur \mathbb{N}^* .

Conjecturer une relation de récurrence sur les termes de la suite (u_n) .

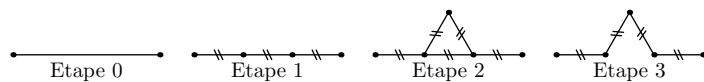
Exercice 7246



Ci-dessous sont représentés les six premiers “**flocons de Helge Von Koch**” représentant un des fractales les plus simples :



Voici la procédure affectée à chaque segment de la ligne brisée pour construire la figure à l'étape suivante :



- Chaque segment est partagée en trois parties égales.
- Sur le segment situé au milieu du segment, on construit un triangle équilatéral.
- On supprime le segment situé au milieu du segment

1. Pour tout entier naturel n , notons u_n le nombre de segments composant le flocon de Helge Von Koch à l'étape n . Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (u_n) .
2. Pour tout entier naturel n , notons v_n la longueur de la ligne brisée formant le flocon de Von Koch à l'étape n . Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (v_n) .

255. Exercices non-classés :

Exercice 7285



On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme de 2 et de raison 2 :

1. Saisir l'algorithme ci-dessous.

```

n ← 0
u ← 2
Tant que u < 1000
    u ← 2 × n
    n ← n + 1
Fin Tant que
    
```

Interpréter la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme.

2. Modifier l'algorithme pour connaître le rang du premier terme supérieur à 5000.

Exercice 7308



On considère les deux algorithmes ci-dessous :

Algorithme 1

```

u ← 4
Pour i allant de 1 à 53
    u ← u + 3
Fin Pour
    
```

Algorithme 2

```

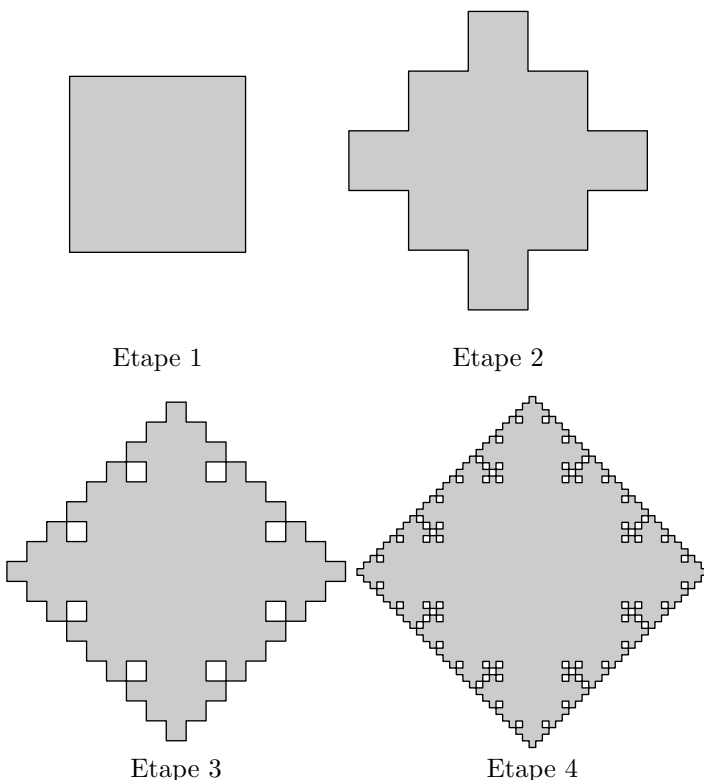
u ← 1
Pour i allant de 1 à 4
    u ← 2 × u + 1
Fin Pour
    
```

Pour chacun des algorithmes, donner la valeur contenue dans la variable u après l'exécution de l'algorithme.

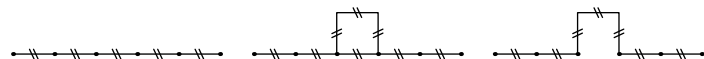
Exercice 7310



Ci-dessous sont présentés les étapes récurrentes de la construction d'une figure géométrique



A chaque étape, chaque segment de la figure est divisée en 5 parties égales et sur le segment du milieu, on construit un carré dont on efface le segment du milieu :



Sachant que le carré de l'étape 1 a ses côtés qui mesurent 1, déterminer le périmètre de la figure obtenue à l'étape 4. *On donnera la valeur exacte et la valeur approchée au centième.*