

# Première S/Suites arithmétiques et géométriques

## 1. Introduction :

### Exercice 6516

Compléter les suites logiques de nombres pour obtenir les 8 premiers termes de chacune d'elles :

- a. 4 - 7 - 10 - 13 - ...
- b. 3 - 6 - 12 - 24 - ...
- c. 20 - 19 - 17 - 14 - ...
- d. 5 - 7 - 11 - 17 - ...
- e. 1 - 4 - 9 - 16 - ...

### Exercice 6517

On considère les deux procédés d'obtention suivant de nombres :

<b>Procédure A</b> On multiplie le nombre donné par 3	<b>Procédure B</b> Au nombre donné, on lui soustrait 2.
--	--

Pour chaque question, donner les six premiers termes obtenus en répétant les consignes autant de fois que nécessaire.

- 1. Le nombre de départ est 3 et on répète la procédure A ;
- 2. Le nombre de départ est 11 et on répète la procédure B.

### Exercice 2905

1. Trouver les coefficients multiplicateurs représentant chacune des évolutions suivantes :

- a. +10%      b. +2,5%      c. +115%
- d. -22%      e. -10,7%      f. -65%

2. Pour chaque coefficient multiplicateur, retrouver l'évolution associée et le pourcentage correspondant :

- a. 1,02      b. 1,375      c. 2,1
- d. 0,15      e. 0,85      f. 0,912

### Exercice 2906

Des scientifiques étudient une culture de bactéries contenant deux souches qu'on nommera A et B.

Au début de l'expérience (au temps "0"), on dénombre 200 de bactéries de souches A et 300 bactéries de souches B.

Les scientifiques relèvent les évolutions suivantes : à chaque minute, la population des bactéries A augmente de 10%, alors que celle de la souche B diminue de 20 bactéries.

- 1. a. Au temps "0 min", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries?
- b. Au temps "1 min", quel est le pourcentage représenté par les bactéries de la souche A par rapport à l'ensemble des bactéries?
- c. Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C	D
1	Temps	Population de la souche A	Population de la souche B	Population totale
2	0	200	300	
3				
4				
5				
6				
7				

2.  $n$  désigne un nombre entier naturel ( $n \in \mathbb{R}$ ).

On note  $a_n$  la population de bactéries de la souche A au temps " $n$  min"; ainsi,  $a_0 = 200$ .

On note  $b_n$  la population de bactéries de la souche B au temps " $n$  min"; ainsi  $b_0 = 300$ .

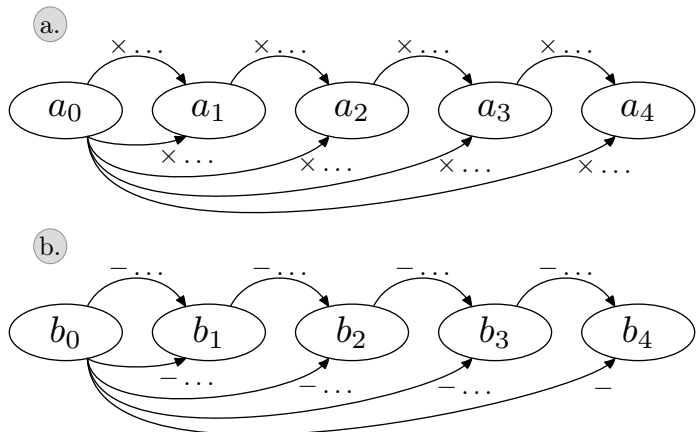
Compléter les pointillés ci-dessous :

$a_1 = a_0$ .....	$b_1 = b_0$ .....
$a_2 = a_1$ .....	$b_2 = b_1$ .....
$a_3 = a_2$ .....	$b_3 = b_2$ .....
$a_4 = a_3$ .....	$b_4 = b_3$ .....

On généralise par :

$a_{n+1} = a_n$ .....	$b_{n+1} = b_n$ .....
-----------------------	-----------------------

3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :



4. Compléter les pointillées :

$a_1 = a_0$ .....	$b_1 = b_0$ .....
$a_2 = a_0$ .....	$b_2 = b_0$ .....
$a_3 = a_0$ .....	$b_3 = b_0$ .....
$a_4 = a_0$ .....	$b_4 = b_0$ .....

On généralise par :

$a_n = a_0$ .....	$b_n = b_0$ .....
-------------------	-------------------

### Exercice 6519

1. On considère la suite de nombres ci-dessous :

2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; 30

- Dans cette suite, quel est le terme qui succède à 12?
- Dans cette suite, quel est le terme qui précède 8?
- Dans cette suite quel est le rang du terme ayant 2 pour valeur?

## 2. Suites arithmétiques :

### Exercice 5121

- Déterminer les cinq premiers termes de la suite  $(u_n)$  arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.
- Déterminer les cinq premiers termes de la suite  $(v_n)$  arithmétique de premier terme 3 et de raison  $-\frac{3}{2}$ .

### Exercice 5120

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de raison  $r$ . Compléter les expressions suivantes :

- |                           |                              |
|---------------------------|------------------------------|
| a. $u_{12} = u_5 + \dots$ | b. $u_{57} = u_{38} + \dots$ |
| c. $u_3 = u_8 + \dots$    | d. $u_{23} = u_{38} + \dots$ |

### Exercice 6530

d. Dans cette suite quel est le rang du terme ayant 17 pour valeur?

2. De manière générale, on indique les termes d'une suite en utilisant en index la position du terme dans la suite (on commence l'indexation à 0) :

$u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; \dots ; u_{n-1} ; u_n ; u_{n+1}$

- Quel est le terme successeur de  $u_2$ ?
- Quel est le terme prédécesseur de  $u_4$ ?
- Quel est le terme successeur de  $u_n$ ?
- Quel est le terme successeur de  $u_{n+2}$ ?
- Quel est le terme prédécesseur de  $u_n$ ?
- Quel est le terme prédécesseur de  $u_{n+2}$ ?

### Exercice 6522

On considère les suites de nombres ci-dessous :

- 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22 ...
- 1 ; -2 ; 4 ; -8 ; 16 ; -32 ; 64 ...
- 2 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ...
- 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ...
- 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ...
- 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ...

Associer à chacune de cette suite une relation ci-dessous qui permet d'obtenir un terme en fonction de ses prédécesseurs :

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$ | 2. $\frac{2}{u_n} = u_{n+1}$ |
| 3. $u_n + n = u_{n+1}$       | 4. $-2 \times u_n = u_{n+1}$ |
| 5. $u_n + 3 = u_{n+1}$       | 6. $u_n = n^2$               |

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  arithmétique de premier terme 3 et de raison  $-2$ .

- Déterminer la valeur des termes  $u_{12}$  et  $u_{43}$ .
- Déterminer la valeur du rang  $n$  réalisant les égalités :
 

a. $u_n = -21$	b. $u_n = -57$
----------------	----------------

### Exercice 8048

On considère la suite  $(u_n)$  arithmétique de premier terme 4 et de raison  $\frac{1}{3}$ .

- Déterminer la valeur du terme  $u_8$ .
- Déterminer le rang  $n$  tel que :  $u_n = 16$

#### 4. Reconnaître une suite arithmétique :

##### Exercice 6523

On considère les deux suites de nombres ci-dessous dont on donne les sept premiers termes :

a. 3 ; 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16

b. 6 ; 3,5 ; 1 ; -1,5 ; -4 ; -6,5 ; -9

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite arithmétique ?

Si oui, donner le premier terme et la raison. Si non, justifier votre rejet de cette affirmation.

##### Exercice 7306

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :

$$u_0 = 1 ; u_{n+1} = \frac{(n+2) \cdot u_n + 1}{n+1} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. Conjecturer la nature de la suite  $(u_n)$  en justifiant votre démarche.

##### Exercice 8046

On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par la relation :  
 $u_0 = 1 ; u_{n+1} = 3 \cdot u_n - 6 \cdot n + 1$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$

1. Déterminer les valeurs des quatre premiers termes.
2. Quelle conjecture peut-on émettre sur la nature de la suite et de ses éléments caractéristiques.

#### 5. Suites géométriques :

##### Exercice 5122

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$  géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite  $(v_n)$  géométrique de premier terme 3 et de raison  $-\frac{3}{2}$ .

##### Exercice 5123

Soit  $(v_n)$  une suite géométrique de raison  $q$ . Compléter les expressions suivantes :

a.  $u_7 = u_3 \times \dots$       b.  $u_{25} = u_{11} \times \dots$

c.  $u_3 = u_8 \times \dots$       d.  $u_{15} = u_{23} \times \dots$

##### Exercice 6531

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  géométrique de premier terme

$$\frac{2^4}{3} \text{ et de raison } \frac{3}{2}.$$

1. Déterminer la valeur des termes  $u_{11}$  et  $u_{28}$ .
2. Pour chaque question, déterminer le rang  $n$  réalisant l'égalité :

a.  $u_n = \frac{3^8}{2^5}$       b.  $u_n = \frac{3^{19}}{2^{16}}$

##### Exercice 8049

On considère la suite  $(u_n)$  géométrique, définie pour tout entier naturel  $n$ , de premier terme 4 et de raison  $\frac{2}{3}$ .

1. Déterminer la valeur du terme  $u_4$ .
2. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur du rang  $n$  vérifiant :  $u_n = \frac{8192}{177147}$

#### 6. Suites géométriques : éléments caractéristiques :

##### Exercice 2401

1. Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique de premier terme  $u_0 = \frac{3}{8}$  et de raison 2. Déterminer les six premiers termes de cette suite.
2. Soit  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique de raison  $q$ .
  - a. Pour passer du terme  $v_{11}$  au terme  $v_{14}$ , par combien de fois multiplie-t-on par la raison ?
  - b. A partir des valeurs des deux termes suivants :
$$v_{11} = \frac{4}{7} ; v_{14} = \frac{27}{14}$$
Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite  $(v_n)$ .

3. Dans chacun des cas ci-dessous, la suite  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique, déterminer son premier terme et sa raison :

a.  $w_0 = 5 ; w_3 = 40$       b.  $w_3 = \frac{3}{8} ; w_6 = -\frac{3}{64}$

c.  $w_{124} = 2 \times 10^{-4} ; w_{128} = \frac{1}{8}$

##### Exercice 2412

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite dont on connaît la valeur des deux termes suivants :

$$u_6 = 36 ; u_{10} = \frac{9}{4}$$

Montrer qu'il existe au moins deux suites géométriques vérifiant ces conditions.

## 7. Reconnaître une suite géométrique :

### Exercice 6524

On considère les deux suites de nombres ci-dessous où sont donnés les six premiers termes :

a.  $8 ; 4 ; 2 ; 1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{4}$

b.  $1 ; 3 ; 9 ; 18 ; 54 ; 162$

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite géométrique?

Si oui, préciser le premier terme et la raison. Sinon, justifier

vosre rejet de la conjecture.

### Exercice 7304

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :

$$u_0 = 3 ; u_{n+1} = 9 \times 2^n - u_n$$

1. Déterminer la valeur des quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. Conjecturer la nature de la suite  $(u_n)$  en justifiant votre démarche.

## 8. Suites arithmétiques et géométriques :

### Exercice 5135

1. Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite arithmétique dont on connaît deux termes :

$$u_4 = 12 ; u_{22} = -24$$

Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

2. Soit  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique dont on connaît deux termes :

$$v_4 = 8 ; v_7 = \frac{64}{27}$$

Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

### Exercice 6546

1. On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  arithmétique dont on connaît les valeurs des deux termes suivants :

$$u_{10} = 5 ; u_{16} = 14$$

Déterminer le premier terme  $u_0$  et la raison de cette suite.

2. On considère la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  géométrique dont on connaît les valeurs des deux termes suivants :

$$v_4 = 96 ; v_7 = \frac{3}{2}$$

Déterminer le premier terme  $v_0$  et la raison de cette suite.

### Exercice 7309

1. On considère la suite  $(u_n)$  arithmétique de premier terme 2 et de raison  $-3$ . Déterminer les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. On considère la suite  $(v_n)$  géométrique de premier terme 54 et de raison  $\frac{1}{3}$ . Déterminer les quatre premiers termes de la suite  $(v_n)$ .

## 9. Reconnaître une suite arithmétique et géométrique :

### Exercice 5859

1. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite  $(u_n)$  présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une suite arithmétique dont on précisera la raison :

$$u_0 = 2 ; u_1 = \frac{9}{2} ; u_2 = 7 ; u_3 = \frac{19}{2}$$


2. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite  $(v_n)$  présentés ci-dessous peuvent être les termes d'une

suite géométrique dont on précisera la raison :

$$v_0 = 24 ; v_1 = 6 ; v_2 = \frac{3}{2} ; v_3 = \frac{3}{8}$$

3. Justifier brièvement que les premiers termes de la suite  $(w_n)$  ne représentent ni les premiers termes d'une suite arithmétique, ni les premiers termes d'une suite géométrique
- $$w_0 = 1 ; w_1 = 2 ; w_2 = 4 ; w_3 = 16$$

## 10. Autres types de générations de suites :

**Exercice 8045** 

1. On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par :


$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{4 \cdot u_n}{3 \cdot n - 2}$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite  $(u_n)$

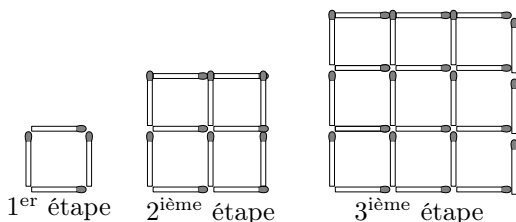
2. On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par :

$$v_0 = 1 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{3 \cdot v_n}{2 \cdot n - 3}$$

Déterminer les six premiers termes de la suite  $(v_n)$

**11. Un peu plus loin :****Exercice 7244** 

On considère les constructions suivantes :




On note  $(u_n)$  la suite numérique définie sur  $\mathbb{N}^*$  où  $u_n$  représente le nombre d'allumettes nécessaire à la construction de la  $n^{\text{ième}}$  étape.

Conjecturer une relation de récurrence entre un terme de la suite  $(u_n)$  et de son prédécesseur.

**Exercice 8047** 

On considère la construction ci-dessous effectuée d'étapes en étapes la construction de triangles équilatéraux à l'aide d'allumettes :

**Exercice 3020** 

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par la relation :

$$u_n = 7 \times 4^n - 2 \times 3^n$$

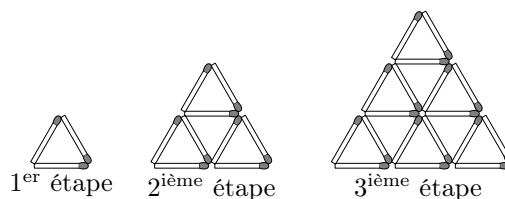
1. Montrer que la suite  $(u_n)$  vérifie la relation suivante :

$$u_{n+2} = 7 \cdot u_{n+1} - 12 \cdot u_n.$$

2. On considère la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définie par la relation :

$$v_n = u_{n+1} - 3 \cdot u_n$$

Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique. On donnera le premier terme et la raison.



Pour tout entier naturel  $n$  non-nul, on note  $u_n$  le nombre d'allumettes nécessaires à la construction de la figure à l'étape  $n$ . Ainsi, on a :  $u_1 = 3$

1. Parmi les relations ci-dessous, laquelle vérifie les termes de la suite  $(u_n)$  :

a.  $u_{n+1} = 3 \cdot u_n + 3$       b.  $u_{n+1} = u_n + 3 \cdot n + 3$


c.  $u_{n+1} = u_n + 6 \cdot n$       d.  $u_{n+1} = u_n - 3 \cdot n + 9$

2. Parmi les relations ci-dessous, laquelle vérifie les termes de la suite  $(u_n)$  :

a.  $u_n = \frac{3}{2} \cdot n^2 + \frac{3}{2} \cdot n$       b.  $u_n = n^2 + 2 \cdot n$

c.  $u_n = \frac{3}{2} \cdot n^2 - \frac{1}{2} \cdot n + 1$       d.  $u_n = n^2 + \frac{3}{2} \cdot n + \frac{1}{2}$

3. Donner la valeur du terme  $u_6$ .

**12. Activité TICE** **Exercice 7308** 

On considère les deux algorithmes ci-dessous :

**Algorithme 1**

```

u ← 4
Pour i allant de 1 à 53
    u ← u + 3
Fin Pour
  
```

**Algorithme 2**

```

u ← 1
Pour i allant de 1 à 4
    u ← 2 × u + 1
Fin Pour
  
```

Pour chacun des algorithmes, donner la valeur contenue dans la variable  $u$  après l'exécution de l'algorithme.

**255. Exercices non-classés :**

**Exercice 7285**

On considère la suite  $(u_n)$  géométrique de premier terme de 2 et de raison 2 :

1. Saisir l'algorithme ci-dessous.

```
n ← 0
u ← 2
Tant que u < 1000
  u ← 2 × n
  n ← n + 1
Fin Tant que
```

Interpréter la valeur de la variable  $n$  à la fin de l'exécution de l'algorithme.

2. Modifier l'algorithme pour connaître le rang du premier terme supérieur à 5000.