Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Première S/Somme des termes d'une suite

1. Rappels sur les puissances :

Exercice 7585

Exprimer chacun des calculs sous la forme a^n où a est un nombre réel non-nul $(x\in\mathbb{R}^*)$ et n un entier relatif $(n\in\mathbb{Z})$:

a. $2^5\times2^7$ b. $\dfrac{2^8}{2^{-3}}$ c. $\dfrac{5^5}{5^{12}}$

d. $\dfrac{3^5\times3^2}{3^4}$ e. $\left(3^2\right)^5$ f. $\left(\dfrac{3^2}{5^3}\right)^4\times5^{20}$

Exercice 7586

1. Etablir chacune des égalités suivantes :

a. $3^9+2\times3^9=3^{10}$ b. $5^6+2^2\times5^6=5^7$

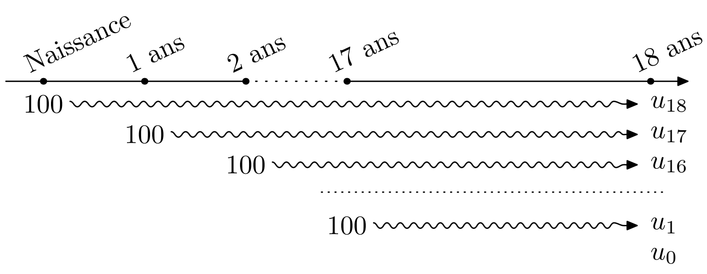
2. Etablir chacune des égalités suivantes :

a. $2^5+2^6=3\times2^5$ b. $3^9-3^7=8\times3^7$

2. Activité d'introduction :

Exercice 7581

Depuis le jour de la naissance de leur fille Aline, les parents ont déposé la somme de 100 € par an sur un livret A au nom de leur enfant.
On suppose que sur la période d'étude, le taux de rémunération du livret est resté constant à 1 %.



Comme indiqué ci-dessus ont construit les termes u_0, u_1, ..., u_{18} associé à la valeur, le jour des 18 ans d'Aline, de chaque somme déposée par les parents.

1. a. Donner les valeurs des termes u_0, u_1 et u_2.

   b. Donner la valeur de u_{18}, approchée au centième près, représentant la somme acquise par les 100 € déposés le jour de sa naissance.

2. Pour déterminer la somme disposant le livret A le jour de ses 18 ans, nous allons utiliser un logiciel de programmation.

   a. Dans le logiciel choisi, saisissez l'algorithme suivant :

```
S ← 0
Pour i allant de 0 à 5
    u ← 3+2×i
    S ← S+u
Fin Pour
```

   b. Justifier qu'à la fin de son exécution, la variable `S` contient la somme des 6 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

   c. Modifier cet algorithme pour que la variable `S` contienne, en fin d'exécution de l'algorithme, la somme présente sur le livret A le jour des 18 ans d'Aline.

3. On note S_{18} la somme des 19 premiers termes de la suite (u_n) :
$$S_{18}=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{18}$$
Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est exacte.

a. $S_{18}=100\times1{,}01^{18}$ b. $S_{18}=100\times\dfrac{1-1{,}01^{17}}{1-1{,}01}$

c. $S_{18}=100\times\dfrac{1-1{,}01^{18}}{1-1{,}01}$ d. $S_{18}=100\times\dfrac{1-1{,}01^{19}}{1-1{,}01}$

A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer l'expression correcte de S_{18}.

Exercice 7583

Le problème de l'**échiquier de Sissa** [...] est un problème de mathématique pouvant s'exprimer ainsi :

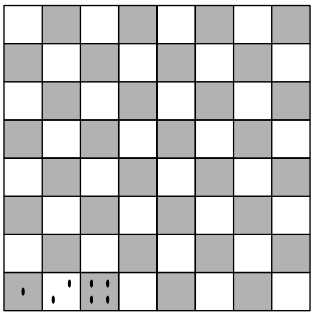
> *"On place un grain de blé sur la première case d'un échiquier. Si on fait en sorte de doubler à chaque case le nombre de grains de la case précédente (un grain sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, etc...), combien de grains de riz obtient-on au total"*

Source : Wikipédia

Pour rappel, un échiquier est composé de 64 cases blanches ou noires.

Ainsi, ayant complété les trois premières cases, il y a 7 grains de blé sur l'échiquier.

Combien de grains de blé faut-il pour compléter l'échiquier?



1. Combien de grain de blé sera mis dans la $10^{\text{ème}}$ case?

On souhaite approcher la réponse à cet exercice à l'aide d'un langage de programmation.

2. a. Dans le langage choisi, saisissez l'algorithme suivant :

```
S ← 0
Pour i allant de 0 à 5
    u ← 3+2×i
    S ← S+u
Fin Pour
```

b. Justifier qu'à la fin de son exécution, la variable `S` contient la somme des 6 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

3. Adapter cet algorithme afin que la variable `S` ait, en fin d'exécution, pour valeur le nombre de grains de blé présent sur l'échiquier à la fin du jeu.

Donner la valeur approchée de la variable `S` en fin d'algorithme.

4. Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule :

a. $S = 1\times 2^{63}$ b. $S = \dfrac{1-2^{63}}{1-2}$

c. $S = \dfrac{1-2^{64}}{1-2}$ d. $S = \dfrac{1-2^{65}}{1-2}$

A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer la réponse correcte.

4. Nombre de termes d'une somme :

Exercice 5124

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. Pour chacune des questions, donner le nombre de termes composant la somme :

a. $u_0 + u_1 + \cdots + u_{32}$

b. $u_5 + u_6 + \cdots + u_{15}$

c. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

d. $u_5 + u_6 + \cdots + u_n$

e. $u_k + u_{k+1} + \cdots + u_{100}$

f. $u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n$

g. $u_0 + u_2 + \cdots + u_{88}$

h. $u_{3k} + u_{3k+3} + \cdots + u_{99}$

i. $\displaystyle\sum_{k=0}^{64} u_k$

j. $\displaystyle\sum_{k=5}^{16} u_{2k}$

Exercice 6528

On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Déterminer le nombre de termes de chacune des sommes ci-dessous :

a. $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8$

b. $u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12}$

c. $u_{11} + u_{12} + u_{13} + \ldots + u_{25} + u_{26}$

d. $u_8 + u_9 + u_{10} + \cdots + u_{31} + u_{32}$

5. Somme de termes d'une suite arithmétique :

Exercice 6532

On considère une suite (u_n) arithmétique de premier terme u_0 et de raison r.

1. Exprimer u_1, u_2 et u_3 en fonction de u_0 et de r.

2. Exprimer les termes u_n, u_{n-1} et u_{n-2} en fonction de n, de u_0 et de r.

3. Justifier l'égalité suivante :
$u_2 + u_{n-2} = u_1 + u_{n-1} = u_0 + u_n$

Exercice 7644

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On a la propriété :

Premier terme Dernier terme

$$u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n = \frac{\overbrace{(n-k+1)}^{\text{Nombres de termes}}\cdot(u_k + u_n)}{2}$$

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 2. Déterminer la valeur de la somme :
$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{34}$

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par : $v_n = 2-3\cdot n$
Déterminer la valeur de la somme :
$S' = v_4 + v_5 + \cdots + v_{15}$

Exercice 2419

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{2}$
   a. Calculer la somme des 13 premiers termes de (u_n) :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{11} + u_{12}$
   b. Calculer la somme des termes de (u_n) allant de u_5 à u_{20} : $S' = u_5 + u_6 + \cdots + u_{19} + u_{20}$
2. On considère les deux sommes suivantes :
$$S_1 = 1 + \frac{5}{2} + 4 + \frac{11}{2} + \cdots + 100$$
$$S_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} + \cdots + \frac{16\sqrt{3}}{3}$$
   a. Déterminer les caractéristiques des suites arithmétiques (v_n) et (w_n) définissant respectivement les termes des sommes S_1 et S_2.
   b. En déduire la valeur des sommes S_1 et S_2.

Exercice 2430

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{4}$. Déterminer la somme S définie par :
   $S = u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{25}$
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison $-\sqrt{3}$. Déterminer la somme S' définie par :
   $S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{13}$

Exercice 5860

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme -3 et de raison 4.

1. Donner l'expression du terme u_n en fonction de son rang n.
2. Quel est le rang du terme de la suite (u_n) ayant pour valeur 605
3. Déterminer la valeur de la somme S définie par :
   $S = u_0 + u_1 + \cdot + u_{100}$

6. Somme de termes d'une suite géométrique :

Exercice 7608

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q. On a la propriété :

Nombre de termes

Premier terme

$$u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n = u_k \cdot \frac{1 - q^{n-k+1}}{1 - q}$$

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 4 et de raison 3. Déterminer la valeur de la somme :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_9$
2. On considère la suite (v_n) dont le terme de rang n, un entier naturel $(n\in\mathbb{N})$, est définie par : $v_n = \frac{3}{4^n}$
   Déterminer la valeur de la somme S' :
   $S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{12}$

Exercice 7607

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
   Déterminer la somme des 10 premiers termes de la suite (u_n).
2. On considère la suite (v_n) géométrique de premier terme 5 et de raison $\frac{1}{2}$.
   Déterminer une expression de la somme S définie par :
   $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{12}$
   Donner la valeur approchée de S au centième près.

Exercice 2431

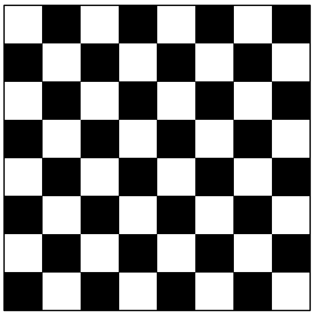
1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 5 et de raison $\frac{2}{3}$. Déterminer la valeur de la somme :
   $S = u_{10} + u_{11} + \cdots + u_{21}$
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 12 et de raison $-\frac{1}{2}$. Déterminer la valeur de la somme :
   $S' = v_7 + v_8 + \cdots + v_{12}$

Exercice 2420

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{2}$.
   a. Déterminer la somme de ses 10 premiers termes :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_8 + u_9$
   b. Déterminer la somme des termes de la suite (u_n) allant de u_4 à u_{22} :
   $S' = u_4 + u_5 + \cdots + u_{21} + u_{22}$
2. On considère la somme numérique suivantes :
$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n}$$
   Déterminer la valeur de S_n en fonction de n.
3. Soit S_3 la somme numérique suivante :
$$S_3 = 1 + \sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + \cdots + 8\sqrt{2}$$
   a. Donner les caractéristiques de la suite géométrique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont la somme des premiers termes est S_3.
   b. En déduire la valeur de S_3.

Exercice 6548

Le prince demande à Sissou de commencer par déposer un grain de riz sur la première case, puis trois grains sur la deuxième case, puis cinq grains sur la troisième case et ainsi de suite pour remplir l'échiquier représenté ci-contre.



Déterminer le nombre de grains de riz dont aura besoin Sissou pour compléter l'échiquier.

Exercice 7645

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 12 et de raison $\frac{1}{4}$.

1. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.
2. Quel est le rang du terme de la suite (v_n) ayant pour valeur $\frac{3}{64}$
3. Déterminer une expression simplifiée de la somme S définie par :
$S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{30}$

Exercice 7806

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + 2^n \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Donner la valeur des 4 premiers termes de la suite.
2. On note S_n la somme des $n{+}1$ premiers termes de la suite (u_n) :
$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$
   a. Etablir l'identité suivante pour tout entier naturel n :
   $$S_{n+1} = S_n + \frac{1-2^{n+1}}{1-2} + 5$$
   b. En déduire que les termes de la suite (u_n) admettent comme expression en fonction de n :
   $u_n = 2^n + 4$

7. Somme de termes :

Exercice 7724

1. On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme 4 et de raison $\frac{2}{3}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).
   b. Déterminer le rang de la suite (u_n) ayant pour valeur 38.
   c. Déterminer la somme des termes :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{99}$.
2. On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme 4 et de raison $\frac{2}{3}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite (v_n).
   b. Déterminer la somme des termes :
   $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{15}$.

Exercice 7798

1. On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $\frac{1}{3}$ et de raison $\frac{1}{2}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).
   b. Déterminer le rang du terme u_n ayant pour valeur $\frac{77}{6}$.
   c. Déterminer la somme des termes :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{99}$.
2. On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme $\frac{1}{3}$ et de raison $\frac{1}{2}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite (v_n).
   b. Déterminer la somme des termes :
   $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{15}$.

Exercice 6547

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 5 et de raison 3.
Déterminer la valeur de la somme S des 100 premiers termes de cette suite.
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 3 et de raison $\frac{1}{4}$.
Déterminer la valeur de la somme S' des 100 permiers termes de cette suite.

Exercice 5172

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = -\frac{1}{2}\cdot u_n + 1 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).
2. On considère la suite (v_n) définie par :
$v_n = u_n - \frac{2}{3} \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
   a. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n).
   b. Etablir que pour tout entier naturel n, on a :
   $$v_{n+1} = -\frac{1}{2}\cdot v_n$$
   c. Donner la nature et les valeurs des éléments caractéristiques de la suite (v_n).
3. a. Déterminer la valeur de la somme S' définie par :
   $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{14}$
   b. Déterminer la valeur de la somme S définie par :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{14}$

4. a. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.

b. Donner l'expression du terme u_n en fonction de son rang n.

8. Un peu plus loin :

Exercice 5818

1. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 1 et de raison $\frac{1}{8}$. On considère la somme suivante :

$S_1 = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$

Déterminer la valeur de n afin que la somme S_1 a pour valeur 31.

(On sera ammené à trouver les racines du polynôme du second degré $\left(2+\frac{x}{8}\right)(x+1)-62$*)*

2. Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme 2 tel que :

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{63}{16}$$

Déterminer la raison de cette suite.

(On admettra que le polynôme $-32x^6+63x-31$ *admet pour racines les nombres* $\frac{1}{2}$ *et 1)*

Exercice 7799

On souhaite déterminer la forme simplifiée du quotient A définie par :

$$A = \frac{1+2+3+4+5+6+\cdots+31}{1+6+11+16+21+\cdots+151}$$

1. On considère la suite (u_n) de premier terme 1 et de raison 1.

Déterminer la valeur de la somme S définie par :

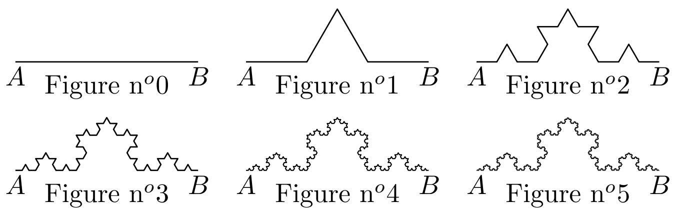
$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{30}$

2. En remarquant la décomposition $496 = 2^4\times31$, déterminer la forme simplifiée du quotient A.

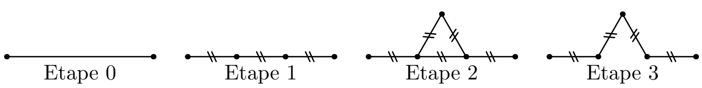
255. Exercices non-classés :

Exercice 7246

Ci-dessous sont représentés les six premiers "***flocons de Helge Von Koch***" représentant un des fractales les plus simples :



Voici la procédure affectée à chaque segment de la ligne brisée pour construire la figure à l'étape suivante :



- Chaque segment est partagée en trois parties égales.
- Sur le segment situé au milieu du segment, on construit un triangle équilatéral.
- On supprime le segment situé au milieu du segment

1. Pour tout entier naturel n, notons u_n le nombre de segments composant le flocon de Helge Von Koch à l'étape n.
Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (u_n).

2. Pour tout entier naturel n, notons v_n la longueur de la ligne brisée formant le flocon de Von Koch à l'étape n.
Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (v_n).

