

Première S/Probabilité

1. Dénombrement et équiprobabilité :

Exercice 5178

Pour chaque question, comparer, si possible, la probabilité des deux évènements présentés :

1. En jetant deux dés à six faces simultanément :
 - A : "La somme des dés vaut 2" ;
 - B : "La somme des dés vaut 3".
2. On jette successivement deux dés à six faces :
 - C : "On obtient 1, puis 1" ;
 - D : "On obtient 1, puis 2".
3. On considère une classe de 24 élèves :
 - E : "L'élève choisit est un garçon et pratique le football" ;
 - F : "Parmi les garçons, l'élève choisit pratique le football".

Exercice 3115

Un tournoi d'échec affronte deux équipes contenant chacune un homme et une femme. Une partie oppose une personne de chaque équipe.

On choisit au hasard une personne de chaque équipe pour s'affronter au cours d'une partie. On considère les trois évènements qui "omposent" l'univers des possibilités :

- A : "Deux hommes s'affrontent dans cette partie"
- B : "Deux femmes s'affrontent dans cette partie"

- C : "Un homme et une femme s'affrontent dans cette partie"

1. Conjecturer la probabilité de chacun de ces évènements.
2. On utilise la notation suivante pour désigner la composition de chaque groupe :

$$\mathcal{G}_1 = \{H_1; F_1\} \quad ; \quad \mathcal{G}_2 = \{H_2; F_2\}$$
 - a. Décrire toutes les parties organisables lors de ce tournoi.
 - b. Donner la probabilité des évènements A, B et C.

Exercice 2658

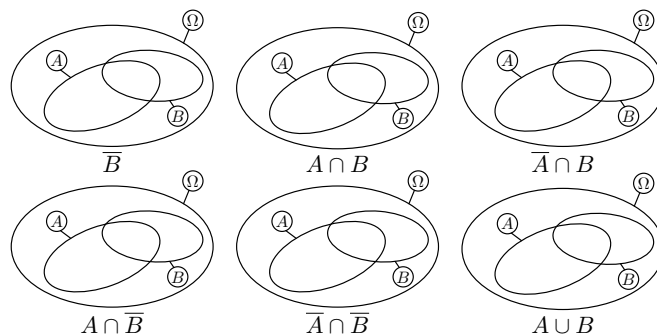
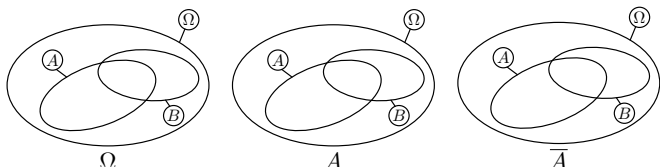
On compose au hasard un mot de trois lettres avec les lettres A, B, C :

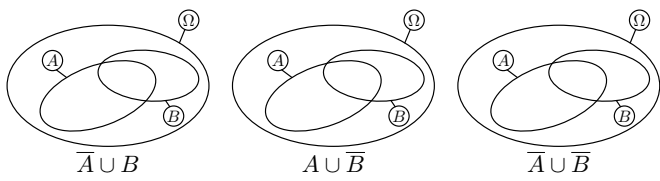
1. Combien de mots peut-on construire?
2. Déterminer la probabilité de chacun des évènements ci-dessous :
 - a. A : "Le mot commence par la lettre C" ;
 - b. B : "Le mot commence et termine par la lettre A" ;
 - c. C : "Le mot contient exactement deux fois la lettre B" ;
 - d. D : "Le mot ne contient que des A" ;
 - e. E : "Le mot est formé exactement de deux lettres distinctes" ;

2. Intersection et union d'évènements :

Exercice 5866

1. Ci-dessous sont représentés l'univers Ω d'une expérience aléatoire et deux évènements A et B de Ω . Pour chacune des représentations ci-dessous, hachurer l'ensemble demandé.



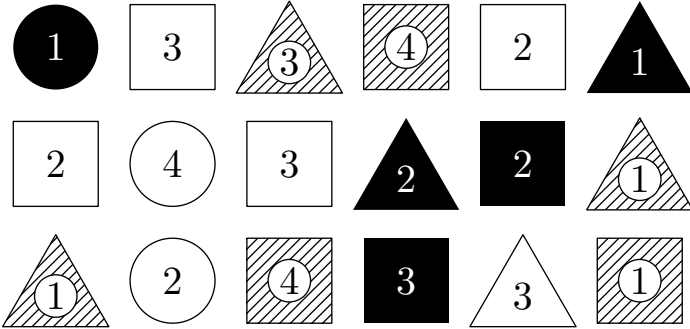


2. Donner, sans justification, une expression simplifiée des ensembles :

- a. $\overline{A \cap B}$ b. $\overline{A \cup B}$

Exercice 6630

Une urne contient 18 pièces de bois de formes, de couleurs et portant des numéros différents.



On tire au hasard un élément de cette urne. On suppose que le tirage s'effectue de manière équiprobable.

On considère les événements suivants :

- A : "la pièce est un triangle"
- B : "la pièce est de couleur blanche"
- C : "la pièce porte le numéro 2"
- D : "la pièce n'est pas un cercle"
- E : "la pièce porte un numéro pair"

Sans justification, donner la probabilité des événements suivants :

- a. \bar{A} b. $A \cap C$ c. $(C \cap B) \cup A$
d. $\overline{A \cap C}$ e. $\bar{A} \cap \bar{D}$ f. $(A \cap E) \cup (C \cap D)$
g. $C \cap \bar{E}$ h. $C \cup D$ i. $\bar{A} \cup \bar{C}$

Exercice 3111

On dispose de deux dés numérotés de six faces lancés simultanément :

1. On considère les deux événements suivants :
- A : "On obtient un double 1" ;
 - B : "On obtient un 1 et un 2".

Justifier la valeur des probabilités suivantes :

$$\mathcal{P}(A) = \frac{1}{36} \quad ; \quad \mathcal{P}(B) = \frac{1}{18}$$

2. Déterminer les probabilités des événements suivants :

- a. C : "La somme des deux chiffres est égale à 5" ;

- b. D : "La somme des deux chiffres est supérieure ou égale à 8" ;
c. E : "Les deux chiffres sont impairs".

Exercice 3112

On considère une expérience aléatoire simulant une situation d'équiprobabilité sur un univers Ω composé de 11 événements élémentaires.

On considère les deux événements A et B tels que :

- A est composé de 4 événements élémentaires ;
- B est composé de 8 événements élémentaires ;
- $A \cup B$ est composé de 10 événements élémentaires ;

1. a. Faire un schéma réalisant cette situation.
b. De combien d'éléments élémentaires sont composés l'événement $A \cap B$.
2. En déduire les probabilités suivantes :
a. $\mathcal{P}(A)$ b. $\mathcal{P}(B)$ c. $\mathcal{P}(A \cap B)$ d. $\mathcal{P}(A \cup B)$
3. Quelles relations peut-on mettre en évidence entre les probabilités des événements A , B , $A \cap B$ et $A \cup B$.

Exercice 5179

On considère un jeu de carte 32 cartes et les trois événements suivants :

- A : "La carte tirée est un coeur"
- B : "La carte tirée est une figure"
- C : "La carte tirée est un nombre dont la valeur est comprise strictement entre 7 et 10"

♥	♦	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

1. On tire une carte au hasard dans le jeu de cartes. Déterminer la probabilité des événements suivants :
a. A b. B c. C
d. $A \cap B$ e. $A \cup B$ f. $A \cup C$
2. La carte "Roi de coeur" a été retirée du jeu, puis on tire au hasard une carte. Déterminer la probabilité des événements suivants :
a. A b. B c. C

Exercice 5352

On considère un jeu de 52 cartes et les événements suivants :

- A : "la carte est de couleur rouge" ;
- B : "la carte n'est pas une figure".

Déterminer les probabilités suivantes :

- a. $\mathcal{P}(B)$ b. $\mathcal{P}(B \cap A)$ c. $\mathcal{P}(B \cup A)$ d. $\mathcal{P}(\bar{B} \cap A)$

3. Probabilité de l'union :

Exercice 7578

On considère une expérience aléatoire comprenant n événements élémentaires. La loi d'équiprobabilité s'applique à cette expérience aléatoire. Deux événements A et B sont composés respectivement de

432 et 72 événements élémentaires et vérifient les propriétés suivantes :

$$\mathcal{P}(A \cap B) = 0,25 \quad ; \quad \mathcal{P}(A \cup B) = 0,5$$

Quel est le nombre d'événements élémentaires composant l'univers Ω :

- a. 496 b. 540 c. 643 d. 672

4. Loi de probabilité :**Exercice 2929**

Après étude d'un dés truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6, on obtient la loi de probabilité suivante :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,2	0,15	0,12	0,17	0,08	0,28

Déterminer les probabilités de chacun des éléments suivants :

- A : "Le résultat est supérieur ou égal à 4".
- B : "Le résultat est un nombre impair".
- C : "Le résultat est un nombre pair".

Exercice 5187

Une expérience aléatoire consiste à lancer deux dés, rouge et bleu, à six faces simultanément et à considérer la somme obtenue par ces deux dés. On suppose les dés parfaitement équilibrés.

Bleu \ Rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

- Décrire l'univers des issues possibles.
- a. Compléter le tableau ci-dessous :

- a. Déterminer la loi de probabilité associée à cette expérience aléatoire.

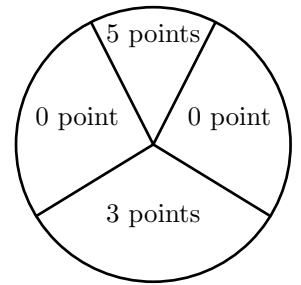
Exercice 2659

On lance deux dés équilibrés. Déterminer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

- Evénement A : "on obtient un 6 et un 2" ;
- Evénement B : "la somme obtenu est strictement supérieure à 8" ;
- Evénement C : "les deux nombres obtenus sont pairs".

Exercice 7802

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme indiqué sur figure ci-dessous :



On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.

Le joueur lance une fléchette. On note :

- p_0 la probabilité d'obtenir 0 point ;
- p_3 la probabilité d'obtenir 3 points ;
- p_5 la probabilité d'obtenir 5 points.

Sachant que $p_5 = \frac{1}{2} \cdot p_3$ et que $p_5 = \frac{1}{3} \cdot p_0$, déterminer les valeurs de p_0 , p_3 et p_5 .

5. Variables aléatoires :**Exercice 7663**

On considère une urne contenant 11 boules. Certaines sont rondes, d'autres carrés. Certaines sont blanches, d'autres sont rayés. Elles sont représentés ci-dessous :

On suppose qu'en appuyant sur un bouton, les boules sortent au hasard de l'urne. On vient de constituer une expérience aléatoire suivant la loi d'équiprobabilité.

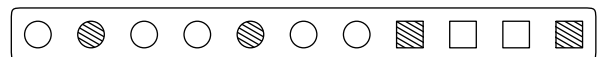
On associe un gain à chacune des boules de la manière suivante :

- Une boule rapporte 1 € alors qu'un carré rapporte 2 €.
- De plus, si l'élément est rayé, le gain est augmenté de

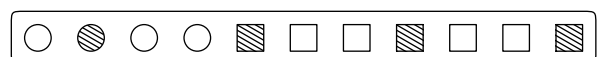
1 €.

Cette association d'une valeur à chaque événement élémentaire constitue une variable aléatoire. Notons la \mathcal{X} .

- Déterminer la loi de probabilité de la variable \mathcal{X} lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



- Déterminer la loi de probabilité de la variable \mathcal{X} lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



Exercice 5170

Une urne contient quatre boules bleues numérotées de 1 à 4, trois boules rouges numérotées de 1 à 3 et deux boules vertes numérotées de 1 à 2.

- On note \mathcal{X} la variable aléatoire qui associe à chacune des boules le numéro inscrit sur celui-ci. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire \mathcal{X} .
- Au tirage d'une boule dans cette urne, on associe les règles de jeu suivantes :

- Si la boule tirée est bleu et porte un entier pair, le joueur gagne 2€.
- Si la boule tirée n'est pas bleu et porte un entier pair, le joueur gagne 3€.
- Sinon le joueur ne gagne rien.

On note \mathcal{Y} la variable aléatoire qui associe au tirage d'une boule le gain obtenu.

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire \mathcal{Y} .

6. Répétition indépendante d'expériences identiques :

Exercice 7683

On considère une expérience aléatoire comportant deux issues : S le succès et E l'échec. Ces deux issues sont équiprobables.

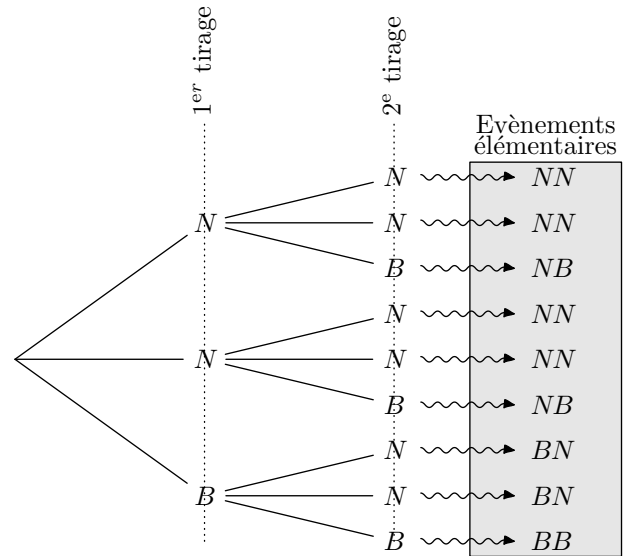
On répète cette expérience 4 fois de manière indépendante. L'arbre de choix ci-dessous permet de décrire cette répétition :

- Combien d'issues différentes comporte cette expérience aléatoire?
- Déterminer la probabilité d'obtenir 4 succès.
- Combien d'issues représentent 3 succès?
 - Déterminer la probabilité d'obtenir 3 succès dans cette expérience aléatoire.

Exercice 7423

Une urne contient deux boules noires et une boule blanche ; le jeu se fait avec remise de la boule tirée : c'est à dire qu'une fois tirée, la boule est remise dans l'urne avant d'effectuer le tirage suivant.

Voici un arbre de décision basée sur le tirage de deux boules :



- En tenant compte de l'ordre de tirage des boules, quel est le nombre possible de tirages différents?
- Déterminer la probabilité des événements suivants :
 - A : "La première boule tirée est blanche".
 - B : "Les deux boules tirées sont de couleurs différents".
 - C : "La seconde boule est une boule noire".
- Donner les probabilités des événements suivants :
 - $A \cap B$
 - \bar{B}
 - \bar{C}

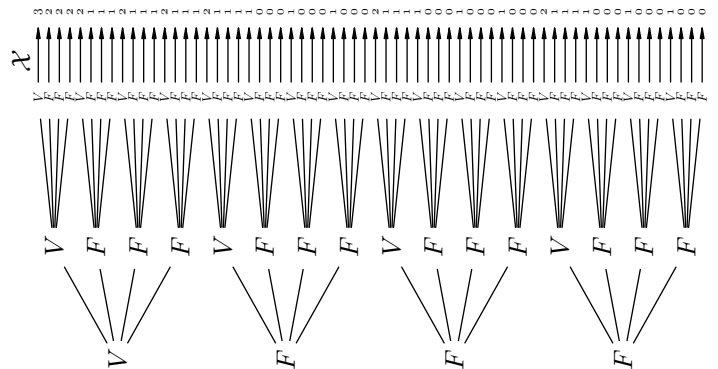
7. Répétition indépendante d'expériences identiques et variables aléatoires :

Exercice 7386

On considère un questionnaire à choix multiple composé de 3 questions proposant chacune 4 réponses dont une seule est exacte.

On crée une expérience aléatoire en demandant aux participants de répondre au hasard aux questions proposées dans le formulaire.

On représente cette situation par l'arbre de choix ci-dessous :



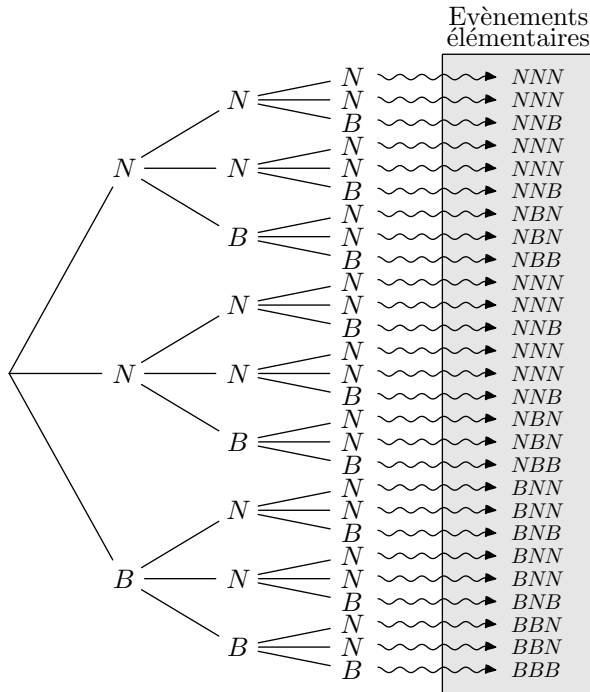
On associe à chaque évènement élémentaire la variable aléatoire \mathcal{X} qui lui associe le nombre de bonnes réponses.

Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire \mathcal{X} .

Exercice 5169 

Dans une urne se trouve trois boules : deux boules noires et une boule blanche. On tire successivement et avec remise trois boules de cette urne.

L'arbre de choix ci-dessous illustre tous les évènements élémentaires de cette expérience aléatoire :



On associe à chaque tirage un gain de la manière suivante :

- 0 € si aucune boule noire n'est tirée ;
- 1 € si on a tiré une seule boule noire ;
- 2 € si on a tiré deux boules noires ;
- 5 € si les trois boules sont noires.

On considère la variable aléatoire \mathcal{X} qui associe à chaque tirage le gain associé.

Compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de la variable aléatoire \mathcal{X} :

k	0	1	2	5
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$				

8. Espérances :

Exercice 5198 

Dans un jeu basé sur une expérience aléatoire, la variable aléatoire \mathcal{X} mesure le gain réalisé par le participant. Le tableau suivant présente la loi de probabilité de la variable \mathcal{X} :

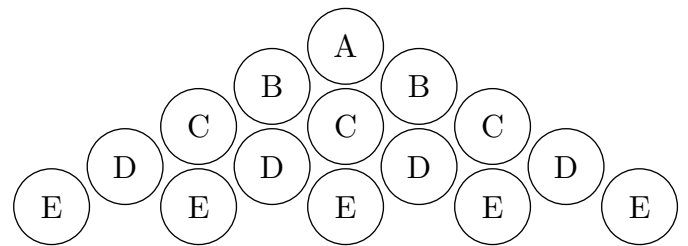
x	0	1	2	3	6
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x)$	0,34	0,3	0,19	0,15	0,02

1. Déterminer les probabilités suivantes : $\mathcal{P}(\mathcal{X} < 3)$; $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geq 3)$; $\mathcal{P}(2 \leq \mathcal{X} < 5)$
2. Déterminer l'espérance de cette variable aléatoire.

Exercice 7800 

Un jeu utilise un sac rempli de jetons portant chacune une lettre sur une de ces faces. Voici ci-dessous la contenu de ce

sac :



Le joueur tire un jeton avant de le remettre dans le sac. La lettre rapport 1 € si c'est une voyelle et 2 € si c'est une consonne.

On note \mathcal{X} la variable aléatoire qui associe à chacun des jetons le gain.

1. Déterminer la loi de la variable aléatoire \mathcal{X} .
2. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire \mathcal{X} .

9. Espérances et variances :

Exercice 3117 

En fin d'année l'association des élèves d'un lycée organise une tombola : 100 tickets sont mis en vente à 10 euros l'unité.

Voici les différents tickets gagnants :

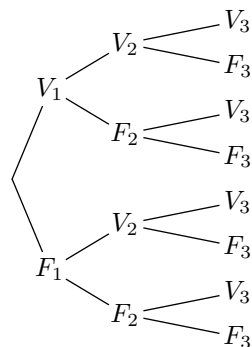

- 2 tickets gagnent 50 € ;
- 10 tickets gagnent 20 € ;
- 20 tickets gagnent 10 € .

1. Quelle est la somme des gains de cette tombola ?
2. Déterminer les probabilités des événements suivants :
 - A : "le ticket ne gagne rien" ;
 - B : "le ticket gagne 10 €" ;
 - C : "le ticket gagne 20 €" ;
 - D : "le ticket gagne 50 €" ;
3. On considère la variable aléatoire \mathcal{X} qui associe à chaque ticket la valeur du ticket gagnant :
 - a. Déterminer l'espérance $E(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire \mathcal{X} .
 - b. Déterminer la variance $V(\mathcal{X})$ et l'écart type $\sigma(\mathcal{X})$ de la variable aléatoire \mathcal{X} . (on arrondira les valeurs au dixième près).

Exercice 5189 

Un QCM (questionnaire à choix multiples) est proposé à des élèves : il comporte trois questions et pour chacune de ces questions, quatre réponses sont proposées dont une seule est juste.

On souhaite étudier le pourcentage de réussite à ce QCM si les élèves y répondent complètement de réponse aléatoire ; on suppose alors que les réponses données à chacune des questions sont indépendantes entre elles.

**Exercice 5190** 

Un jeu consiste à tirer une carte dans un jeu de 32 cartes. On associe à chaque carte un gain :

- Le Roi de Coeur rapporte 5 €.
- Une autre figure de Coeur rapporte 3 €.
- Une autre figure rapporte 1 €.
- Les autres cartes ne font pas gagner.

♥	♦	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

On modélise le gain de ce jeu par la variable aléatoire \mathcal{X} .

1. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire \mathcal{X} .
2.
 - a. Déterminer la valeur exacte de l'espérance de la variable aléatoire \mathcal{X} .
 - b. Si la mise d'une partie est de 1 €, ce jeu est-il favorable ou défavorable à l'organisateur.
3. Déterminer la variance et l'écart type de la variable aléatoire \mathcal{X} arrondie au centième près.

Exercice 7801 

On considère une expérience aléatoire à laquelle est associée une variable aléatoire \mathcal{X} dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

k	-2	1	3	5	8
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,05	0,15	0,34	0,25	0,21

1. Déterminer la valeur de la probabilité de $\mathcal{P}(\mathcal{X} \geq 3)$.
2. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'espérance et la variance de la variable aléatoire \mathcal{X} arrondie au centième près.

10. Espérances, variances et répétition indépendante d'expériences identiques :

On note :

- F_i : "La réponse fournit à la question i est fautive" ;
- V_i : "La réponse fournit à la question i est vraie" ;

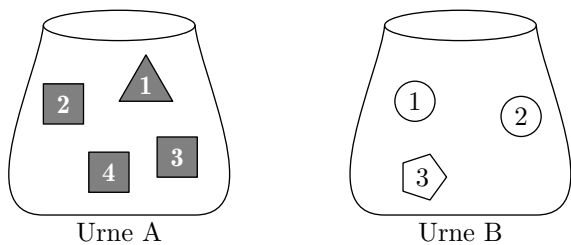
1. Compléter l'arbre pondéré présenté ci-dessus.
2. On note \mathcal{X} la variable aléatoire comptant le nombre de bonnes réponses fournies au QCM.
 - a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire \mathcal{X} .
 - b. Calculer l'espérance de la variable aléatoire \mathcal{X} .

11. Succession indépendante d'expériences aléatoires :

Exercice 5915 

On considère deux urnes A et B contenant respectivement

quatre et trois objets comme représentés ci-dessous :



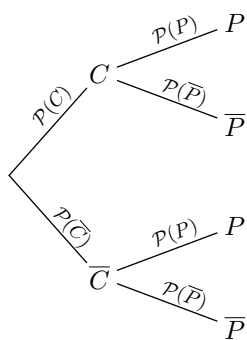
Le jeu consiste à tirer un objet de l'urne A puis de l'urne B :

- Combien de couples d'objets différents peut-on obtenir à l'issue des deux tirages ?
- On considère les deux événements suivant :
 - C : "Le couple d'objet comprend un carré"
 - P : "le couple d'objet comprend un pentagone"

Déterminer les probabilités suivantes :

- $\mathcal{P}(C \cap P)$
- $\mathcal{P}(C \cap \bar{P})$
- $\mathcal{P}(\bar{C} \cap P)$
- $\mathcal{P}(\bar{C} \cap \bar{P})$

- Déterminer les deux probabilités suivantes : $\mathcal{P}(C)$; $\mathcal{P}(P)$
 - Compléter l'arbre ci-dessous avec les probabilités indiquées :
 - Peut-on retrouver les résultats de la question 2. à l'aide de l'arbre de probabilité de la question précédente.



Exercice 5191

On dispose de deux urnes A et B contenant chacune des boules indiscernables au toucher. Voici la composition des urnes :

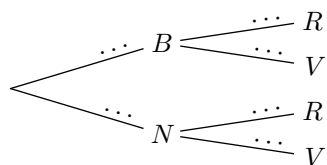
- Urne A : trois boules noires et deux boules blanches ;
- Urne B : cinq boules rouges et deux boules vertes.

On tire successivement une boule dans chacune des urnes.

On considère les événements suivants :

- B : "la boule tirée est blanche" ;
- N : "la boule tirée est noire" ;
- R : "la boule tirée est rouge" ;
- V : "la boule tirée est verte" .

- Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



- Déterminer la valeur des probabilités suivantes :

- $\mathcal{P}(B \cap R)$
- $\mathcal{P}(B \cap V)$
- $\mathcal{P}(N \cap R)$

- Donner la valeur de : $\mathcal{P}(B \cap R) + \mathcal{P}(N \cap R)$.

- Que remarque-t-on ?

Exercice 5168

Un petit restaurant propose à son menu trois plats et deux desserts. Voici la description de son menu :

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| ● Spaguetti 6 € | ● Salade de fruits .. 2 € |
| ● Filet de boeuf .. 7 € | ● Crème anglaise ... 3 € |
| ● Entrecote 8 € | |

Chaque client rentrant dans les restaurants prend exactement un plat et un dessert.

- En prenant un client au hasard à la sortie du restaurant, préciser quel peut être le montant de sa facture.
- On supposant que toutes les combinaisons plat/dessert ont la même probabilité d'être choisies par un client.
 - Combien de combinaison peut-on créer à partir de ce menu ?
 - Quel est la probabilité pour qu'un client ait payé 8 € ? 11 € ?
 - Montrer que la probabilité d'avoir une facture d'un montant de 10 € est de $\frac{1}{3}$.
 - Compléter le tableau ci-dessous :

Montant de la facture	8	9	10	11
Probabilité				

Exercice 5196

Une fabrique de chocolats construit dans l'année des boîtes de chocolats dont 50 % avec du chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs.

70 % des boîtes présentent des chocolats naturels alors que les autres boîtes contiennent des chocolats sont fourrés de caramel. Ces proportions sont indépendantes du chocolat utilisé pour confectionner la boîte.

On considère les événements :

- L : "le chocolat au lait est utilisé" ;
- N : "le chocolat noir est utilisé" ;
- B : "le chocolat blanc est utilisé" ;
- Na : "les chocolats sont naturels" ;
- C : "les chocolats sont fourrés au caramel" ;

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

- Dresser l'arbre pondéré associé à cette situation.
- On choisit en sortie d'usine, au hasard, une boîte produite. Déterminer les probabilités des évènements suivants :
 - "la boîte contient des chocolats noir et nature"
 - "la boîte contient des chocolats noir ou nature"
- L'entreprise fixe les prix des boîtes de la manière suivante :
 - le prix de base d'une boîte de chocolat est de 9 € ;
 - si le chocolat utilisé est le chocolat noir alors le prix est majoré de 4 € ;
 - si le chocolat utilisé est le chocolat blanc alors le prix est majoré de 2 € ;
 - si les chocolats sont fourrés au caramel, le prix de la

boîte augmente de 2€.

La variable aléatoire \mathcal{X} associée à boîte produit par l'usine son prix de vente.

- Dresser le tableau représentant la loi de probabilité associée à la variable aléatoire \mathcal{X} .
- Déterminer l'espérance de la variable aléatoire \mathcal{X} arrondi au dixième près.

Exercice 6631



Une pépinière propose trois types d'arbres : des acacias, des platanes, des chênes. Chacun de ses arbres peuvent être achetés à des tailles différentes : soit sous la forme de "jeune pousse" (0,75 mètre), soit sous la forme "adulte" (2 mètres).

A l'âge de jeune pousse, les acacias, platanes et chênes valent respectivement 50€, 65€ et 80€.

Si le client veut acheter la forme adulte, il faut alors qu'il rajoute 15€.

Lors de son bilan de fin d'année, il remarque que 40% des arbres vendus sont des chênes et que les acacias et platanes se partagent à parts égales les autres ventes.

Il remarque aussi que quelque soit le type d'arbres, le quart des ventes s'effectuent toujours sur les arbres "adultes".

L'expérience aléatoire considérée consiste à tirer au hasard une facture de l'exercice 2015.

On considère les événements suivants :

- A : "L'arbre acheté est un acacia"
- P : "L'arbre acheté est un platane"
- C : "L'arbre acheté est un chêne"

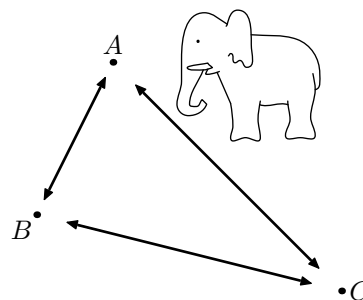
- J : "L'arbre est une jeune pousse"

- Dresser un arbre pondéré représentant cette situation.
- On considère la variable aléatoire \mathcal{X} associant à la facture tirée son montant.
 - Dresser le tableau de la loi de probabilité de la variable aléatoire \mathcal{X} .
 - Calculer l'espérance de la variable aléatoire \mathcal{X} .
 - Donner l'écart-type de \mathcal{X} au dixième près.

Exercice 6633



Un éléphant se déplace en trois points de son territoire. Il part du point A et effectue trois déplacements :



Soit il tourne dans le sens des aiguilles d'une montre avec 2 chances sur trois sinon il se déplace dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

On suppose que chacun de ses déplacements est indépendants des précédents.

Quelle est la probabilité qu'au bout de ces déplacements il arrive sur le point B ?