Compiler exercice

Compiler correction

Plus d'option

Première S/Polynomes du second degré

1. Etude des polynomes du second degré :

Exercice 2245

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par la relation algébrique :

$$f(x) = 4x^2 + 4x - 3$$

1. a. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = (2x-1)(2x+3)$

   b. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = (2x+1)^2 - 4$

2. Pour chacune des questions suivantes, utiliser la forme la plus adaptée :

   a. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f.

   b. Sachant que le carré d'un nombre est toujours positif ou nul, établir que la fonction f est minorée par -4.

   c. Déterminer le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   d. Résoudre l'inéquation : $f(x) \geqslant 5$.

Exercice 2249

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = 6x^2 - 9x - 6$$

1. a. Montrer que l'expression de $f(x)$ peut s'écrire :
$$f(x) = 6\Big[\Big(x - \frac{3}{4}\Big)^2 - \frac{25}{16}\Big]$$

   b. En déduire que la fonction f est minorée par $-\dfrac{75}{8}$.

   c. Soit a et b deux nombres réels, établir l'implication suivante :
$$a < b < \frac{3}{4} \implies f(a) > f(b)$$
(Cette implication établit que, sur $\big]-\infty\,;\frac{3}{4}\big]$, la fonction f est décroissante.)

2. a. Déduire de la question 1. a. la factorisation suivante :
$$f(x) = 6\Big(x + \frac{1}{2}\Big)(x-2)$$

   b. Donner les antécédents de 0 par la fonction f.

   c. Déterminer la partie de $\mathbb{R}$ sur laquelle la fonction f est strictement positive.

Exercice 2247

1. On considère l'expression P définie par :
$$P = \Big(x - \frac{-3+\sqrt{5}}{2}\Big)\Big(x - \frac{-3-\sqrt{5}}{2}\Big)$$

   a. Donner la forme développée et réduite de l'expression P.

   b. Résoudre l'équation : $P = 0$.

2. Soit la fonction f dont l'image de x est définie par : $f(x) = x^2 - 2x - 2$

   a. Déterminer les valeurs des deux réels α et β vérifiant l'égalité suivante :
$$f(x) = (x-\alpha)^2 + \beta$$

   b. Déterminer la forme factorisée de la fonction f.

   c. Déduire de la question précédente, les antécédents de 0 par la fonction f.

2. Forme canonique :

Exercice 2259

Tout polynôme du second degré $a{\cdot}x^2 + b{\cdot}x + c$ admet une expression de la forme :
$$f : x \mapsto \alpha{\cdot}(x-\beta)^2 + \gamma$$
où α, β, γ sont des nombres réels avec $\alpha \neq 0$.
Cette expression s'appelle la **forme canonique**.

Donner la forme canonique de chacun des trinômes du second degré ci-dessous :

a. $2x^2 + 8x - 6$	b. $3x^2 + 3x + 6$
c. $9x^2 + 18x + 27$	d. $5x^2 + 10x + 2$
e. $2x^2 + 5x - 4$	f. $3x^2 + 2x - 1$

Exercice 2296

On définit la fonction f sur $\mathbb{R}$ dont l'image de $x \in \mathbb{R}$ est définie par la relation :

$f(x) = 8x^2 - 2x + 1$

1. Donner la forme canonique de la fonction f.
2. Etablir que la fonction f est minorée par $\frac{7}{8}$.
3. a. Etablir, sans justification, le tableau de variation de la fonction f.
   b. En déduire que la fonction f n'admet pas de zéro sur $\mathbb{R}$.

Exercice 7101

Déterminer la forme canonique du polynôme ci-dessous :

$\sqrt{2}x^2 - 3x + 1$

3. Equation du second degré :

Exercice 7086

Le **discriminant** d'un polynôme $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ du second degré est un nombre qui se calcule à l'aide des coefficients du polynôme :

$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c$

Déterminer le discrimant des polynômes du second degré ci-dessous :

a. $x^2 + 2x + 4$ b. $2x^2 + 4x + 1$ c. $x^2 - 2x + 1$

d. $-2x^2 + 2x + 1$ e. $x^2 - x - 1$ f. $3x^2 + x - 2$

Exercice 2253

Les racines d'un polynôme sont les valeurs annulant ce polynôme.

Pour un polynôme $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ du second degré, le nombre de racines existantes dépend du discriminant :

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
Aucune solution	1 solution $-\frac{b}{2 \cdot a}$	2 solutions $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$; $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

Résoudre les équations suivantes :

a. $x^2 + 4x - 5 = 0$ b. $2x^2 - 13x + 15 = 0$

c. $x^2 + x + 1 = 0$ d. $x^2 + 5x + 2 = 0$

e. $-3x^2 + 6x - 2 = 0$ f. $3x^2 - 2x + 1 = 0$

Exercice 770

Résoudre les équations suivantes :

a. $3x^2 - 5x + 6 = 0$ b. $3x^2 - 24x + 48 = 0$

c. $x(x-2)(x+1) = (x-2)(-7-3x)$

Exercice 5710

Déterminer les racines, sous forme simplifiée, des polynômes suivants :

a. $2x^2 - 3x - 9$ b. $5x^2 - 8x + 5$

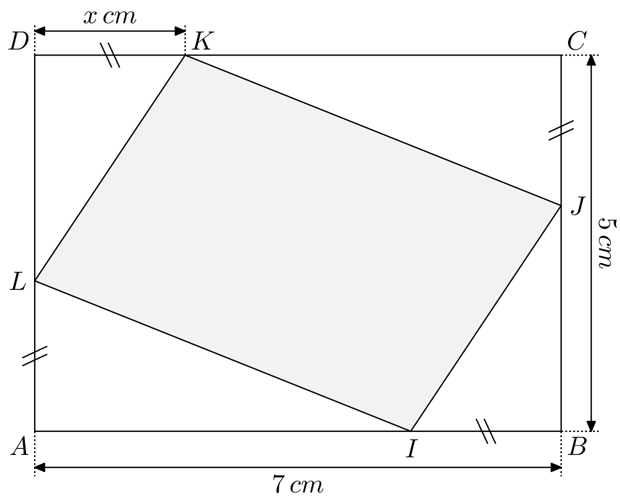
c. $2x^2 - 8x + 8$ d. $x^2 + 2x - 1$

Exercice 5706

On considère la figure ci-dessous où $ABCD$ est un rectangle tel que : $ABCD$ est un rectangle.

Les points I, J, K, L sont des points appartenant respectivement aux segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$ vérifiant :

$IB = JC = KD = LA$



Quelle doit-être la valeur de x pour que la figure grisée ait une aire de $25\,cm^2$?

4. D'autres équations :

Exercice 2255

On considère la fonction polynome P de degré 3 définie par :

$P(x) = 3x^3 + x^2 - 8x + 4$

1. Déterminer les valeurs de a, b, c tel que :
   $P(x) = (x+2)(a \cdot x^2 + b \cdot x + c)$
2. En déduire l'ensemble des zéros du polynôme P.

5. Factorisations :

Exercice 2527

La factorisation d'un polynôme $a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c$ du second degré dépend de la valeur de son discriminant :

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune factorisation	$a{\cdot}\left(x+\dfrac{b}{2{\cdot}a}\right)^2$	$a{\cdot}(x-\alpha)(x-\beta)$ où α et β sont les deux racines du polynômes

Factoriser les expressions suivantes :

a. $5x^2-x-4$　　b. $-2x^2-3x-1$

c. $-x^2+2x-1$　　d. $4x^2+x-3$

e. $4x^2+4x-5$　　f. x^2-2x-4

Exercice 5711

Factoriser les expressions suivantes :

a. $2x^2-3x-2$　　b. $12x^2-12x+3$

6. Factorisations et simplifications :

Exercice 7102

Simplifier la fraction rationnelle suivante :

$$\frac{x^2-x-2}{2x^2-3x-2}$$

Exercice 2528

Simplifier l'expression des fractions rationnelles ci-dessous :

a. $\dfrac{3x-1}{3x^2+2x-1}$　　b. $\dfrac{6x^2-5x+1}{1-4x^2}$

Exercice 7103

Simplifier l'expression rationnelle ci-dessous :

$$\frac{3x^2-6x-6}{x^2-\left(\sqrt{3}+2\right)x+\left(\sqrt{3}+1\right)}$$

7. Tableau de signes et inéquation :

Exercice 2277

Le tableau de signe d'un polynôme du second degré dépend du signe du coefficient du terme du second degré et du signe du discriminant.
Les six possibilités sont représentées ci-dessous :

<table>
<tr><td></td><td>$\Delta<0$</td><td>$\Delta=0$</td><td>$\Delta>0$
α et β sont les deux racines</td></tr>
<tr><td>$a>0$</td><td>$\begin{array}{c|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline \text{Signe} & & + & \end{array}$</td><td>$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & -b/2a & & +\infty \\ \hline \text{Signe} & & + & 0 & + & \end{array}$</td><td>$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & \alpha & & \beta & & +\infty \\ \hline \text{Signe} & & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$</td></tr>
<tr><td>$a<0$</td><td>$\begin{array}{c|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline \text{Signe} & & - & \end{array}$</td><td>$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & -b/2a & & +\infty \\ \hline \text{Signe} & & - & 0 & - & \end{array}$</td><td>$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & \alpha & & \beta & & +\infty \\ \hline \text{Signe} & & - & 0 & + & 0 & - & \end{array}$</td></tr>
</table>

Etablir le tableau de signes des polynomes du second degré suivant :

a. x^2+3x+4　　b. $-8x^2+32x+32$

c. $4x^2+3x-10$　　d. $-5x^2-3x-1$

e. $4x^2-16x+16$　　f. $2x^2+11x+5$

Exercice 1158

On considère le polynôme du troisième degré :

$$\mathcal{P}=3x^3+5x^2-5x+1$$

On sait que le polynôme P admet une factorisation de la forme :

$$\mathcal{P}=\left(3x-1\right)\left(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\right)$$

1. Déterminer les valeurs de a, b, c vérifiant cette factorisation.
2. En déduire l'ensemble des racines du polynôme $\mathcal{P}$.
3. Dresser le tableau de signe de $\mathcal{P}$.

Exercice 2965

1. a. Etablir que le polynôme $P(x)=2x^2-x+1$ est strictement positif sur $\mathbb{R}$.

   b. En déduire le signe du polynôme :
   $$Q(x)=(2x^2-x+1)^2+3{\cdot}(2x^2-x+1)+1$$
2. a. Donner la forme dévelopée réduite du polynôme Q.

   b. Justifier que l'équation ci-dessous n'admet aucune solution :
   $$4x^4-4x^3+11x^2-5x+5=0$$

8. Tableau de signes et positions relatives :

Exercice 2279

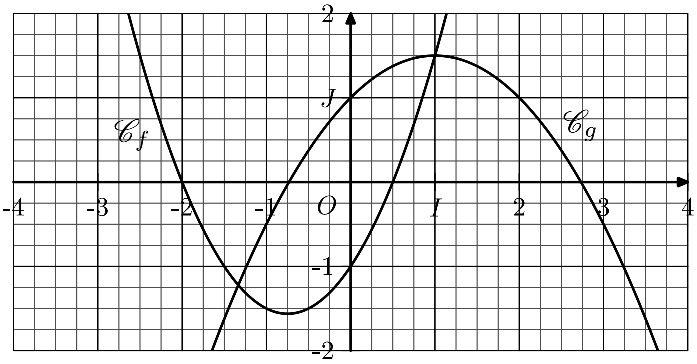
On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y=x^2-x-10$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y=2x-1$.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$.
2. Donner les valeurs de x pour lesquelles le point d'abscisse de $\mathcal{P}$ se trouve au dessus du point, de même abscisse, de $\mathcal{D}$.

Exercice 2973

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g définies par :

$$f(x)=x^2+\frac{3}{2}{\cdot}x-1 \quad ; \quad g(x)=-\frac{1}{2}{\cdot}x^2+x+1$$



On répondra algébriquement aux questions ci-dessous :

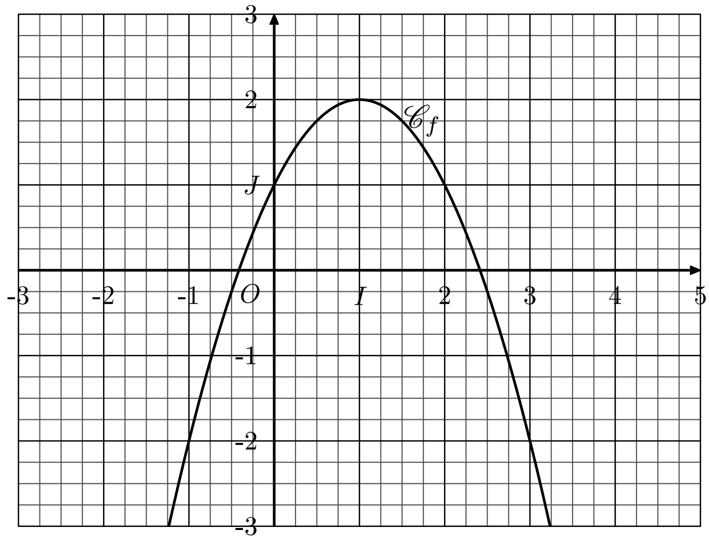
1. Déterminer les zéros des fonctions f et g. *(c'est à dire les antécédents de 0 par chacune de ces deux fonctions)*
2. Déterminer, algébriquement, la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 5742

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x)=-x^2+2x+1$$

Ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



1. Déterminer les zéros de la fonction f.
2. On considère la fonction affine g définie par la relation :
$$g(x)=-\frac{1}{2}{\cdot}x-\frac{1}{2}$$
   a. Tracer dans le repère ci-dessous la droite (d) représentative de la fonction g.
   b. Algébriquement, étudier les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_f$

9. Tableau de signes et expressions rationnelles :

Exercice 2298

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $2x^2-8x+2\geqslant 0$ b. $\dfrac{3x^2-5x+2}{-3x^2+4x-2}\leqslant 0$

c. $\dfrac{2x-5}{2x-1}<\dfrac{x+1}{x+3}$

Exercice 2747

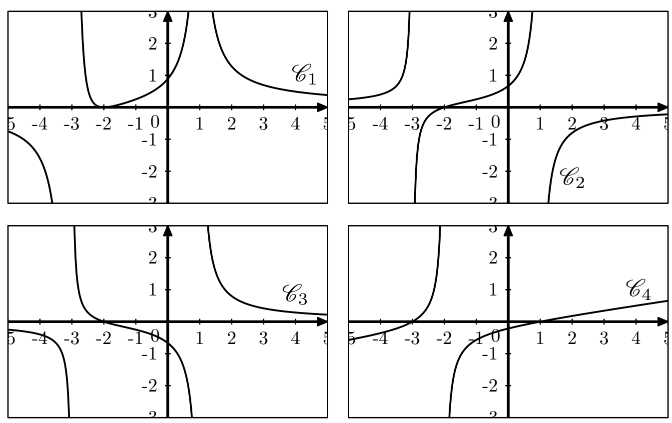
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\dfrac{-3x^2+4x+4}{5x^2+x-4}\geqslant 0$

Exercice 5743

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est donnée par la relation :

$$f(x)=\frac{x+2}{x^2+2x-3}$$

1. Résoudre l'inéquation : $f(x)\geqslant 0$
2. Parmi les quatre courbes ci-dessous, une seule est la courbe représentative de la fonction f. Laquelle?



Exercice 6632

On considère les deux fonctions f et g définies respectivement ur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ et $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x)=\frac{2{\cdot}x^2+3{\cdot}x-3}{x+1} \quad ; \quad g(x)=x-2$$

Résoudre l'inéquation : $f(x)\geqslant g(x)$

10. Tableau de variations :

Exercice 2276

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ définies par les relations :

$$f(x)=x^2+x+1 \quad ; \quad g(x)=-2x^2-3x+5$$

1. Etablir le tableau de variation de chacune de ces fonctions.
2. Etablir le tableau de signe de chacune de ces fonctions.

Exercice 2718

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x)=\sqrt{-x^2+2x+1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

Exercice 5056

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\frac{1}{(x+1)^2+2}$$

Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $\big[-1\,;+\infty\big[$.

Exercice 2717

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ définie par la relation :

$$f(x)=2\cdot\Big(\frac{1}{x}\Big)^2-3\cdot\frac{1}{x}+5$$

1. Dresser le tableau de signe et le tableau de variation du polynôme du second degré :
$$P(x)=2x^2-3x+5$$
2. En remarquant que la fonction f est la composée de la fonction inverse avec ce polynôme du second degré, établir que la fonction est décroissante $\Big]0\,;\frac{4}{3}\Big]$
3. Dresser le tableau de variation de la fonction f *(ne pas chercher à compléter le tableau avec les valeurs des images.)*

11. Equation et ensemble de résolution :

Exercice 2735

On considère l'équation suivante :

$$\frac{1}{2\,x^2-3\,x+1}-\frac{1}{2\,x^2+5\,x+2}=0$$

1. Déterminer l'ensemble de résolution de cette équation.
2. Déterminer l'ensemble des solutions de cette équation.

Exercice 2733

Résoudre les équations suivantes en tenant garde à l'ensemble de résolution de chaque équation :

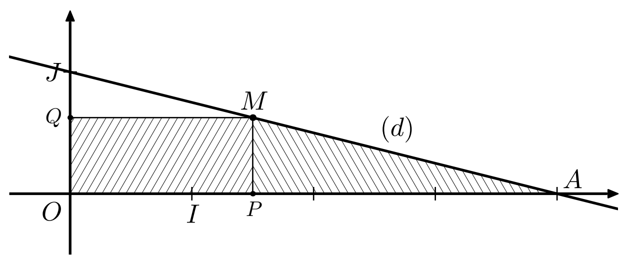
a. $\sqrt{3x^2-2x-3}=\sqrt{x}$

b. $\dfrac{1}{3x^2-8x+4}=\dfrac{-2}{5x^2-6x-8}$

12. Problèmes :

Exercice 6691

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on considère la droite (d) passant par les points $A(4\,;0)$ et J.

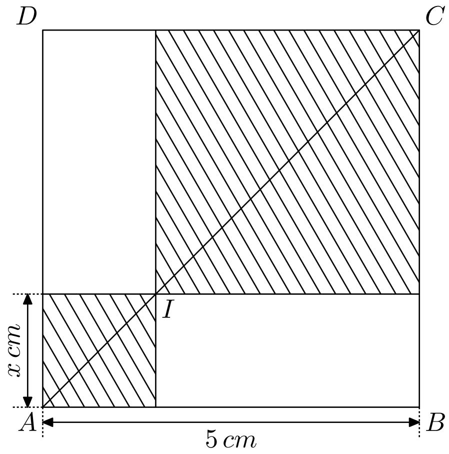


On considère un point M appartenant à la droite (d) et d'abscisse x tel que $x\in\big]0\,;4\big[$.

Déterminer la position du point M sur la droite (d) telle que le rectangle $OPMQ$ et le triangle MPA aient la même aire.

Toute trace de recherche et de prise d'iniatives seront prises en compte au cours de l'évaluation.

Exercice 2955



On considère un carré $ABCD$ de 5 centimètres de côté ; un point I appartient à la diagonale $[AC]$, il est repéré comme l'indique la figure ci-dessous par la longueur x :

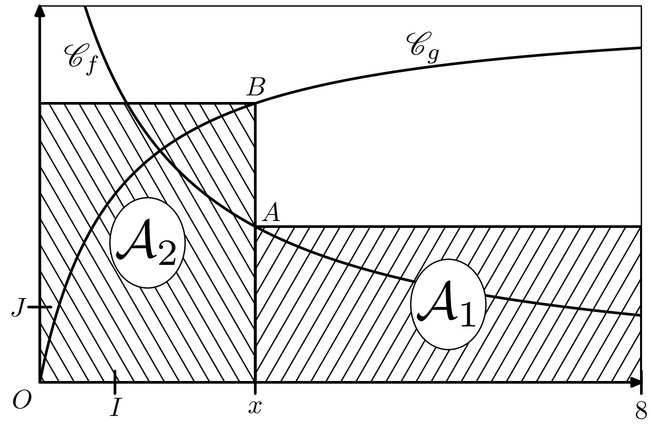
A partir de ce point I, on construit deux carrés de diagonale respectives $[AI]$ et $[IC]$.

Déterminer la valeur de x pour laquelle la somme des aires de ces deux carrés vaut les $^3\!/_4$ de l'aire du carré $ABCD$.

Exercice 2956

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la représentation des deux fonctions f et g dont l'image de x est défini par :

$$f(x) = \frac{8}{x+1} \quad ; \quad g(x) = \frac{-6}{x+1} + 6$$



Le nombre x appartient à l'intervalle $[0\,;8]$. On considère les points A et B d'abscisse x appartenant respectivement aux courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Parallèlement aux axes, on construit deux rectangles représentés ci-dessus ; on note $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ chacune de leurs aires.

1. Déterminer l'expression des aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ en fonction de la valeur de x.
2. Déterminer pour quelles valeurs de x, on a : $\mathcal{A}_2 \geqslant \mathcal{A}_1$

13. Un peu plus loin :

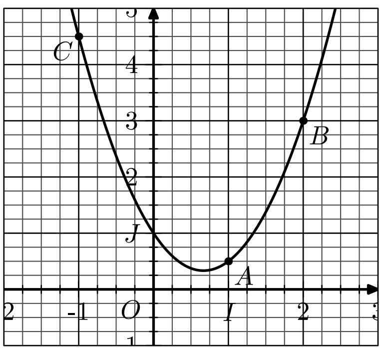
Exercice 205

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = a{\cdot}x^2 + b{\cdot}x + c$$

où a, b et c sont des nombres réels fixés mais inconnus pour l'instant.

On considère la représentation de la fonction f dans le repère orthogonal $(O\,;\,I\,;\,J)$ ci-dessous :



1. Montrer que les nombres a, b, c doivent vérifier le système d'équation suivante :

$$\begin{cases} a - b + c = \dfrac{9}{2} \\ a + b + c = \dfrac{1}{2} \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases}$$

2. Résoudre le système précédent et en déduire l'expression de $f(x)$.

Exercice 2297

1. **Etude théorique :**

On admet que pour un trinôme ax^2+bx+c du second degré dont le discrimant Δ est strictement positif, ces deux racines s'expriment sous la forme :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad ; \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

a. Montrer que la somme des racines vaut $-\dfrac{b}{a}$.

b. Montrer que le produit des racines vaut $\dfrac{c}{a}$

2. **Application :**

En utilisant les propriétés établies à la question précédentes, répondre aux questions suivantes :

a. On considère le polynôme $2x^2{+}4x{-}16$. Après avoir trouvé une racine évidente de ce polynôme, déterminer la valeur de l'autre racine.

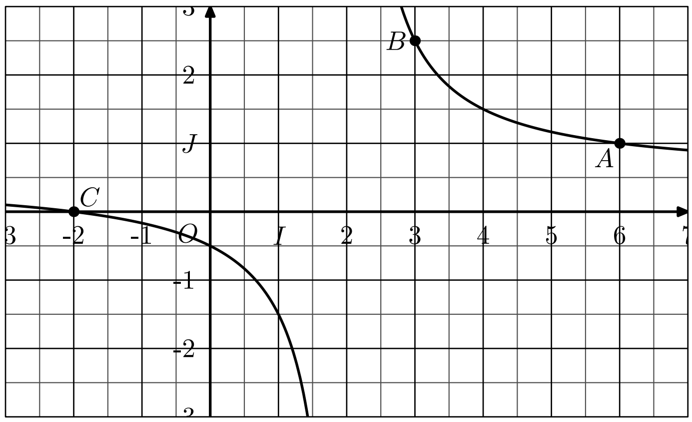
b. Déterminer le trinôme du second degré admettant deux racines dont le produit des racines vaut 9 et la somme des racines vaut -6.

Exercice 2708

On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f, dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ dont l'expression de $f(x)$ s'exprime sous la forme :

$$f(x) = \frac{a{\cdot}x+b}{2{\cdot}x+c}$$

où a, b, c, d sont des nombres réels fixés.



Les points A, B, C de la courbe $\mathscr{C}_f$ appartiennent également au quadrillage.

Déterminer l'équation complète de cette courbe.

Exercice 2924

Le but de cet exercice est de démontre que les seuls polynômes périodiques sont les polynômes constants.

On utilisera la proposition suivante :

> Tout polynôme réel de degré n admet au maximum n racines réelles.

Notons a un nombre réel non-nul et P un polynôme périodique de période a :

1. On note Q le polynôme définie par :
   $Q(x) = P(x) - P(a)$
   Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $Q(n \cdot a) = 0$
2. En conclure que le polynôme P est constant.

14. Un peu plus loin : changement de variables :

Exercice 6793

1. Déterminer les racines du polynômes :
   $(P) : \quad x^2 - 8 \cdot x + 4$
2. Développer et simplifier les expressions suivantes :
   $a = \left(1 + \sqrt{3}\right)^2 \quad ; \quad b = \left(1 - \sqrt{3}\right)^2$
3. On considère le polynôme (P') d'efini par :
   $(P') : \quad x^4 - 8 \cdot x^2 + 4$
   a. Montrer que $1+\sqrt{3}$ est une racine de (P').
   b. En déduire les quatre racines du polynôme (P').

Exercice 6877

Résoudre les deux équations suivantes en utilisant le changement de variable :

a. $P : \ x^4 - 5 \cdot x^2 + 4$ b. $P' : \ x^4 + 5 \cdot x^2 + 4$

Exercice 2971

On considère l'expression (E) défini par :
$(E) : \ x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$

1. a. Montrer que si a est solution de l'équation (E) alors $\dfrac{1}{a}$ l'est aussi.
   b. Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation :
   $$(E') : \ x^2 - 3x + 4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$
2. a. Développer l'expression suivante :
   $\left(x + \dfrac{1}{x} - 1\right)\left(x + \dfrac{1}{x} - 2\right)$
   b. En utilisant le changement de variable $X = x + \dfrac{1}{x}$, modifier l'équation (E') en une équation du second degré en X.
   c. Résoudre l'équation en X obtenu à la question précédente.
   d. En déduire les valeurs de x solution de (E').
3. Donner l'ensemble des solutions de l'équation (E).

Exercice 5143

On considère l'équation (E) définie par :
$x^4 - 8x^3 + 2x^2 - 8x + 1 = 0$

1. Montrer que l'équation (E) est équivalente à :
   $(E') : \ x^2 - 8x + 2 - \dfrac{8}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$
2. Déterminer les réels a, b et c vérifiant la relation :
   $$x^2 - 8x + 2 - \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2} = a \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + b \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) + c$$
3. En posant pour changement de variable $X = x + \dfrac{1}{x}$, résoudre l'équation (E').

15. Un peu plus loin : systèmes d'équations du second degrés :

Exercice 2715

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} x \cdot y = -1 \\ (x-2)(2y+3) = 0 \end{cases}$$

1. Vérifier que le couple $\left(\dfrac{2}{3} ; -\dfrac{3}{2}\right)$ est solution de ce système
2. Justifier que les abscisses des solutions de ce système forment l'ensemble des solutions de l'équation suivante sur $\mathbb{R}^*$: $3x^2 - 8x + 4$

3. En déduire l'ensemble des solutions de ce système.

Exercice 2748

Résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x+3y &= 12 \\ x \cdot y &= -2 \end{cases}$$

Exercice 1393

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x^2+4y^2 &= 5 \\ x\times y &= 1 \end{cases}$

Indication : Ce système possède quatre couples de solutions.

Exercice 2003

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -5x^2+4y^2 &= -1 \\ x\times y &= 1 \end{cases}$$

Indication : ce système admet deux couples comme solutions.

Exercice 2004

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -2x^2-2y^2 &= -4 \\ x\times y &= -1 \end{cases}$$

Indication : ce système admet deux couples pour solutions

Exercice 2005

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 4x^2+y^2 &= -3 \\ x\times y &= 1 \end{cases}$$

Indication : ce système n'admet aucun couple comme solution.

255. *Exercices non-classés :*

Exercice 5821

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par :

$$f(x) = \frac{2}{x-\sqrt{-x^2+6x-8}}$$

1. a. Résoudre l'inéquation : $-x^2+6x-8 \geqslant 0$.

   b. Démontrer que l'équation suivante n'admet aucune solution :
   $x = \sqrt{-x^2+6x-8}$

   c. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f

2. Démontrer que la fonction f est positive sur son ensemble de définition.

