Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Première S/Nombres dérivés

1. Rappels sur l'algèbre :

Exercice 6002

Etablir les égalités suivantes :

a. $\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2x-3}{x-1}=\dfrac{3-x^2}{x^2-1}$

b. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{2x^2+4x+1}{x{\cdot}\big(x+1\big)^2}$

c. $\dfrac{\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{2x-1}}{x}=\dfrac{4x+1}{x{\cdot}(x+1){\cdot}(2x-1)}$

Exercice 6060

1. Soit f la fonction définie par la relation :
$f(x)=x^2-3{\cdot}x+2$

Déterminer, pour $h\in\mathbb{R}$, un expression simplifiée de $f(1{+}h)$.

2. Soit g la fonction définie par la relation :
$$g(x)=\frac{\sqrt{2x-1}-3}{x-5}$$
Etablir , pour tout $h\in\mathbb{R}^*$, l'égalité :
$$g(h{+}5)=\frac{2}{\sqrt{2h+9}+3}$$

Exercice 7511

On considère les deux fonctions u et v définies sur $\mathbb{R}$ par les relations :
$u(x)=3{\cdot}x-2$; $v(x)=2-x$

1. On définit la fonction f définie par la relation $f=u{\cdot}v$. Déterminer les images ci-dessous par la fonction f :

a. $f(1)$ b. $f(3)$ c. $f\Big(-\dfrac{1}{3}\Big)$

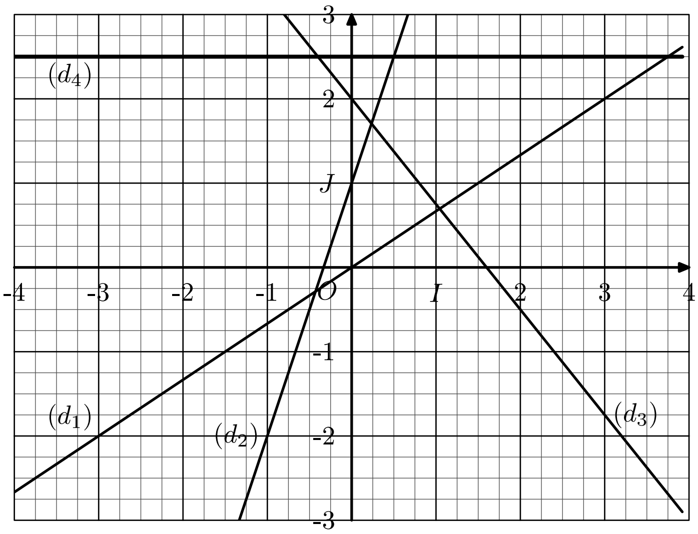
2. On définit la fonction g définie par la relation $g=\dfrac{u}{v}$. Déterminer, si possible, les images ci-dessous par la fonction g :

a. $g(0)$ b. $g(2)$ c. $g\Big(-\dfrac{1}{4}\Big)$

2. Coefficient directeur et première approche des tangentes :

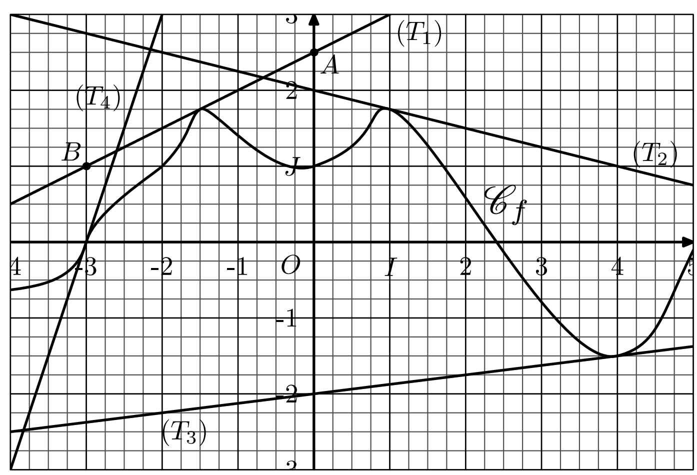
Exercice 2291

Déterminer les coefficients directeurs des quatre droites représentées ci-dessous :



Exercice 2809

Ci-dessous est représentée, dans le repère $(O\,;I\,;J)$, la courbe $\mathscr{C}_f$ et quatre de ses tangentes :



1. La droite (T_1) s'appelle :

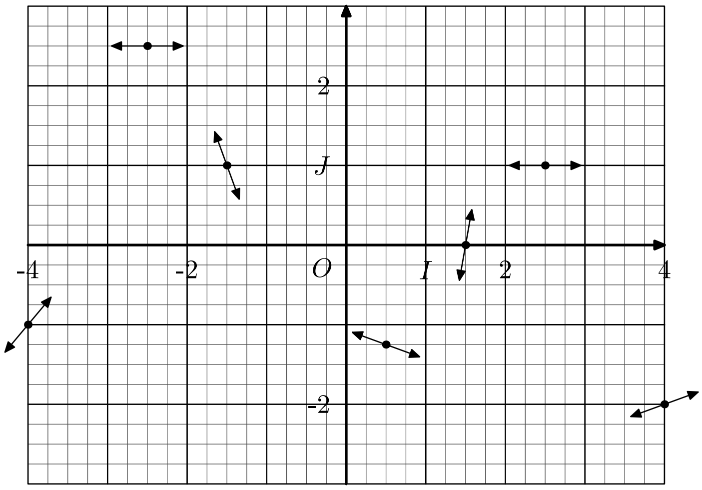
"La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-1{,}5$"

Nommer de même les trois autres droites.

2. Déterminer l'équation réduite de chacune de ces quatres tangentes.

Exercice 2313

Tracer la courbe représentative d'une fonction passant par tous les points indiquées et respectant en chacun d'eux la tangente représentée :

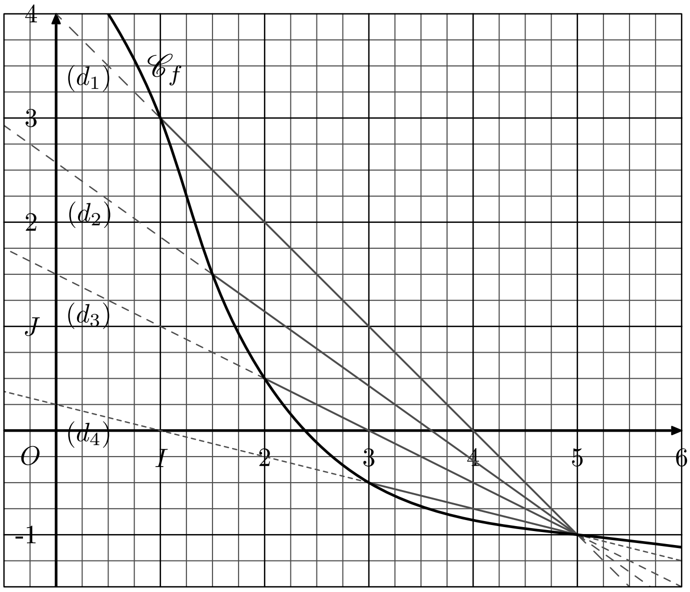


3. Cordes à une courbe et tracer de tangente :

Exercice 5945

On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$ dans lequel sont représentées :

- La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f ;
- Les cordes (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) à la courbe $\mathscr{C}_f$.



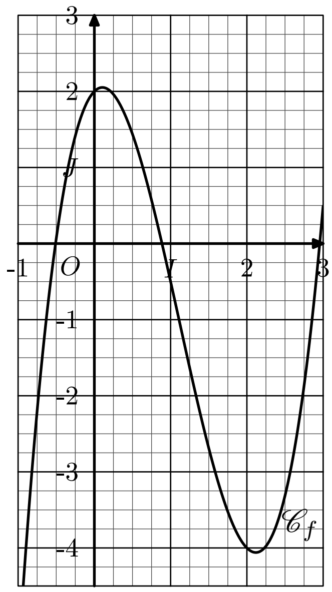
1. Déterminer les coefficients directeurs des quatre cordes à la courbe $\mathscr{C}_f$.

2. a. Tracer, à l'aide d'un règle, la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(5;-1)$.

   b. Donner une valeur approchée du coefficient directeur de la tangente (T).

Exercice 2292

Dans le repère $(O;I;J)$ orthonormé ci-contre est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.
On considère les points A, B, C de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectives 0, 1 et 2



1. Placer les points A, B et C et par lecture graphique, donner leur coordonnée.

2. Calculer le taux d'accroissement de la fonction f :

   a. entre 0 et 2

   b. entre 1 et 2

4. Première notion de limites :

Exercice 2803

On considère trois fonctions f, g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}_+^*$ par les relations :

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2+3} \quad ; \quad g(x) = \frac{2{\cdot}x-1}{\sqrt{x}} \quad ; \quad h(x) = \frac{2{\cdot}x^2+x}{5{\cdot}x}$$

On donne ci-dessous un tableau de valeurs pour chacune des fonctions :

x	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$f(x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2{,}1}{3{,}01}$	$\frac{2{,}01}{3{,}000\,1}$	$\frac{2{,}00\,1}{3{,}000\,001}$	$\frac{2{,}000\,1}{3{,}000\,000\,01}$

x	0,01	0,000 1	0,000 001
$g(x)$	$\frac{-0{,}98}{0{,}1}$	$\frac{-0{,}999\,8}{0{,}01}$	$\frac{-0{,}999\,998}{0{,}00\,1}$

x	1	0,1	0,01	0,001	0,000 1
$h(x)$	$\dfrac{3}{5}$	$\dfrac{0{,}12}{0{,}5}$	$\dfrac{0{,}010\,2}{0{,}05}$	$\dfrac{0{,}001\,002}{0{,}005}$	$\dfrac{0{,}000\,100\,02}{0{,}000\,5}$

Remarquer que, dans chaque tableau, les valeurs de x "*progressent lentement*" vers 0.

1. a. Pour chaque tableau et à l'aide de la calculatrice, observer la progression des valeurs approchées de ces quotients.

   b. Dans chaque cas, faire une conjecture sur la valeur limite de ces images lorsque :
   "*x tend vers 0 par des valeurs supérieures à 0*"
   Pour la fonction f, cette valeur se note :
   $$\lim_{\substack{x\mapsto 0\\ x>0}} f(x) \text{ ou } \lim_{x\mapsto 0^+} f(x)$$

2. A l'aide de votre calculatrice, tracer les courbes représentatives de ces fonctions et observer la courbe au "*voisinage*" de l'axe des ordonnées.

Exercice 2295

Déterminer les limites suivantes :

a. $\displaystyle\lim_{h\mapsto 0} h-2$ b. $\displaystyle\lim_{h\mapsto 0} \frac{2h^2+h}{h}$

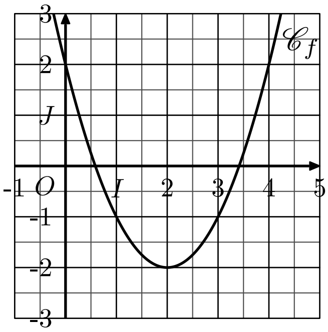
c. $\displaystyle\lim_{h\mapsto 0} \frac{5h^3+2h^2}{h}$ d. $\displaystyle\lim_{h\mapsto 0} \frac{h+1}{h+2}$

e. $\displaystyle\lim_{h\mapsto 0} \frac{2h^2+h}{3h}$ f. $\displaystyle\lim_{h\mapsto 0} \frac{h^3+2h^2}{2h}$

5. Introduction au nombre dérivé :

Exercice 6059

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$$f(x)=x^2-4x+2$$



Au cours de cet exercice, nous allons déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $A(1\,;-1)$.

1. a. Etablir l'égalité suivante :
   $$\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=x-3 \qquad \text{pour tout } x\in\mathbb{R}\backslash\{1\}$$

   b. En déduire le coefficient directeur de la corde à la courbe $\mathscr{C}_f$ passant par les points A et $B(2\,;-2)$. Vérifier graphiquement votre réponse.

2. On considère les deux fonctions u et v définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par les relations :
   $$u(x)=\frac{f(x)-f(1)}{x-1} \quad ; \quad v(x)=x-3$$

   a. Voici deux tableaux de valeurs de u et de v :

x	1,1	1,01	1,001	1,000 1
$u(x)$	$\dfrac{-0{,}19}{0{,}1}$	$\dfrac{-0{,}0199}{0{,}01}$	$\dfrac{-0{,}001999}{0{,}001}$	$\dfrac{-0{,}00019999}{0{,}0001}$

x	1,1	1,01	1,001	1,000 1
$v(x)$	$-1{,}9$	$-1{,}99$	$-1{,}999$	$-1{,}9999$

   Que peut-on dire de la valeur de $u(x)$ lorsque le nombre x se rapproche de la valeur 1?

   b. Tracer dans le repère la droite (d) d'équation :
   (d) : $y=-2x+1$

6. Définition du nombre dérivé :

Exercice 727

Déterminons les nombres dérivées de quelques fonctions de référence pour $x=3$

1. Le nombre dérivé de la fonction carré en 3 :

   a. Pour $x\neq 3$, établir l'égalité suivante : $\dfrac{x^2-3^2}{x-3}=x+3$

   b. Soit f la fonction carré.
   En déduire la valeur de la limite : $\displaystyle\lim_{x\mapsto 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

2. Le nombre dérivée de la fonction inverse en 3 :

   a. Pour $x\neq 3$, établir l'égalité suivante : $\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{3}}{x-3}=-\dfrac{1}{3x}$

   b. Soit g la fonction inverse.
   En déduire la limite suivante : $\displaystyle\lim_{x\mapsto 3}\frac{g(x)-g(3)}{x-3}$

3. Le nombre dérivée de la fonction racine carrée en 3 :

   a. Pour $x\neq 3$, établir que : $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{3}}$

   b. Soit h la fonction racine carrée.
   En déduire la valeur de la limite : $\displaystyle\lim_{x\mapsto 3}\frac{h(x)-h(3)}{x-3}$

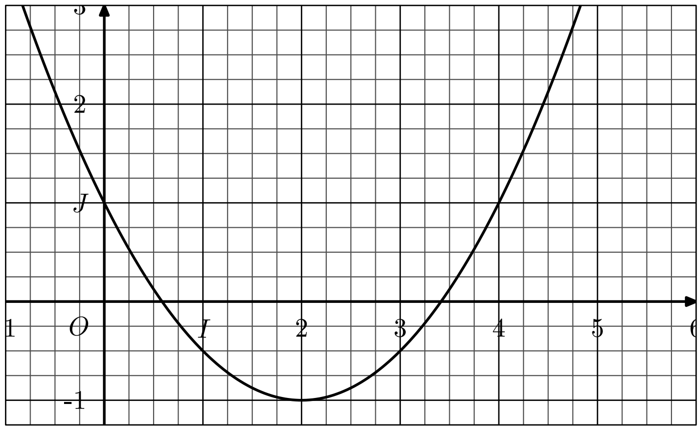
Exercice 2810

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$$f : x\longmapsto \frac{1}{2}\cdot x^2-2\cdot x+1$$

1. a. Montrer que, pour tout $h\in\mathbb{R}$, on a :
   $$f(4+h)-f(4)=\frac{1}{2}\cdot h^2+2\cdot h$$

b. Déterminer la valeur de la limite : $\lim\limits_{h\mapsto 0}\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}$

2. Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



a. Tracer dans le repère ci-dessous, la droite (d) admettant pour équation réduite : $y=2x-7$

b. Justifier que la droite (d) est une tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ dont on précisera le point de contact.

7. Nombres dérivées et tangentes ⚠ :

Exercice 2836

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par :
$f(x)=\sqrt{5-2{\cdot}x}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

2. a. Pour tout nombre réel h vérifiant :
$h\neq 0\quad;\quad -2+h\in\mathcal{D}_f$

Etablir l'égalité : $\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=\dfrac{-2}{\sqrt{9-2{\cdot}h}+3}$

b. En déduire la valeur du nombre dérivée de la fonction f en -2.

3. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2.

Exercice 2822

1. On considère la fonction f définie par :
$f\colon x\longmapsto 3{\cdot}x^2-2x$

Montrer que : $f'(2)=\lim\limits_{h\mapsto 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=10$

2. On considère la fonction g définie par la relation :
$g\colon x\longmapsto\sqrt{3{\cdot}x+1}$

Montrer que : $g'(1)=\lim\limits_{h\mapsto 0}\dfrac{g(1+h)-g(1)}{h}=\dfrac{3}{4}$

Exercice 2309

On considère la fonction f définie sur $\Big[-\dfrac{1}{2}\,;+\infty\Big[$ par la relation : $f(x)=\sqrt{2{\cdot}x+1}$

1. a. Etablir l'égalité suivante :
$\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}=\dfrac{2}{\sqrt{2{\cdot}h+9}+3}$

b. En déduire la valeur du nombre dérivée de la fonction f en 4 : $f'(4)=\lim\limits_{h\mapsto 0}\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}$

2. a. Donner les coordonnées du point A de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse 4.

b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (d) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4.

Exercice 2961

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :
$f(x)=2{\cdot}x^3-3{\cdot}x^2-x+1$

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f. On note (T) la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

1. a. Pour tout nombre réel h non-nul, établir l'identité :
$\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=2{\cdot}h^2+3{\cdot}h-1$

b. Quel est le coefficient directeur de la tangente (T)? Justifier votre démarche.

2. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$.

3. a. Déterminer la valeur des réels a, b et c réalisant l'identité :
$f(x)+x=\big(x-1\big){\cdot}\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\big)$

b. En déduire les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec la tangente (T).

8. Dérivée des fonctions polynômiales :

Exercice 104

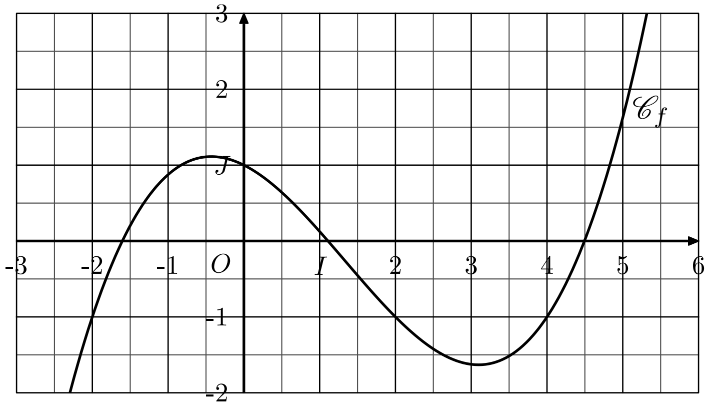
Déterminer l'expression des fonctions dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

1. $f : x \longmapsto -3{\cdot}x+2$
2. $g : x \longmapsto 4{\cdot}x^2-4$
3. $h : x \longmapsto 2{\cdot}x^2+3{\cdot}x$
4. $j : x \longmapsto 5{\cdot}x^3-2{\cdot}x^2$
5. $k : x \longmapsto -2{\cdot}x^2+2{\cdot}x$
6. $\ell : x \longmapsto (3{\cdot}x+11)(4-x)$

Exercice 2347

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x)=\frac{1}{8}{\cdot}x^3-\frac{1}{2}{\cdot}x^2-\frac{1}{2}{\cdot}x+1$$



On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

1. Donner l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
2. On considère la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.
   a. Donner la valeur du coefficient directeur de (T).
   b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T).
   c. Dans le repère ci-dessous, tracer la tangente (T).
3. On considère la droite (d) admettant l'équation réduite :
   (d) : $y=-x+1$
   Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (d) et de la courbe $\mathscr{C}_f$.

9. Combinaison linéaire de fonctions de références :

Exercice 93

Déterminer les fonctions dérivées associées aux fonctions suivantes :

a. $f : x \longmapsto x-2\sqrt{x}$
b. $g : x \longmapsto 2\times\dfrac{1}{x}$
c. $h : x \longmapsto \dfrac{-5}{x}+\sqrt{x}$
d. $k : x \longmapsto x^2-\dfrac{1}{x}$

Exercice 1945

Déterminer l'expression de la dérivée de chacune des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \longmapsto x-\dfrac{1}{x}$
2. $g : x \longmapsto 2{\cdot}\sqrt{x}$
3. $h : x \longmapsto \dfrac{3}{x}-2\sqrt{x}$
4. $j : x \longmapsto 2{\cdot}x^3+\dfrac{2}{x}$

On présentera l'expression des dérivées sous la forme d'un quotient.

Exercice 5215

Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

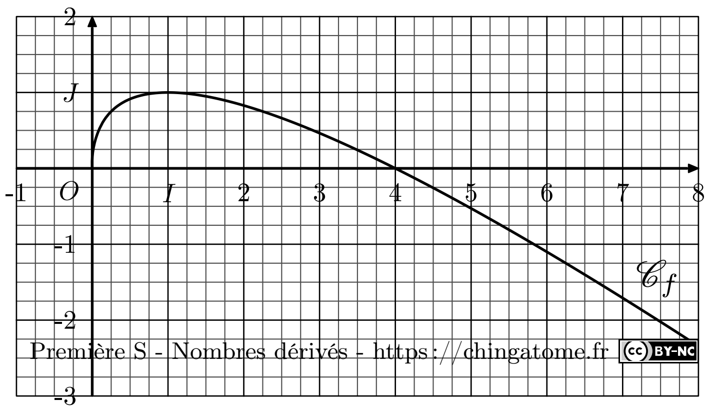
a. $f(x)=3x^2$
b. $g(x)=\dfrac{1}{12}{\cdot}x^6$
c. $h(x)=4\sqrt{x}$
d. $j(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{2}$
e. $k(x)=\dfrac{1}{2x}$
f. $l(x)=-\dfrac{2}{x}$

10. Etudes de fonctions :

Exercice 5220

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :
$f(x)=-x+2\sqrt{x}$

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. a. Montrer que la fonction f admet pour dérivée, sur $\mathbb{R}_+^*$, la fonction f' dont l'expression est donnée par :
$$f'(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$
b. Déterminer la valeur des nombres dérivées de la fonction f en $\dfrac{1}{4}$ et en 4.

2. On note (d) et (Δ) les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisse respectifs $\dfrac{1}{4}$ et 4.

a. Déterminer les équations réduites des tangentes (d) et (Δ).

b. Montrer que les deux droites (d) et (Δ) s'interceptent au point de coordonnées $\left(1\,;\dfrac{3}{2}\right)$.

c. Tracer sur le graphique les droites (d) et (Δ).

11. Formule de la tangente :

Exercice 2312

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation : $f(x)=4{\cdot}x^2-4{\cdot}x-3$

1. Calculer le nombre dérivé de la fonction f en 2.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

12. Dérivées d'un produit :

Exercice 105

On souhaite déterminer les expressions des dérivées des fonctions suivantes :
$$f: x\longmapsto(3{\cdot}x^2+3{\cdot}x)(2{\cdot}x+2) \quad ; \quad g: x\longmapsto(2{\cdot}x^2+1)\sqrt{x}$$
$$h: x\longmapsto\frac{1}{x}{\cdot}(3-x^2) \quad ; \quad j: x\longmapsto\frac{2}{x}{\cdot}\sqrt{x}$$

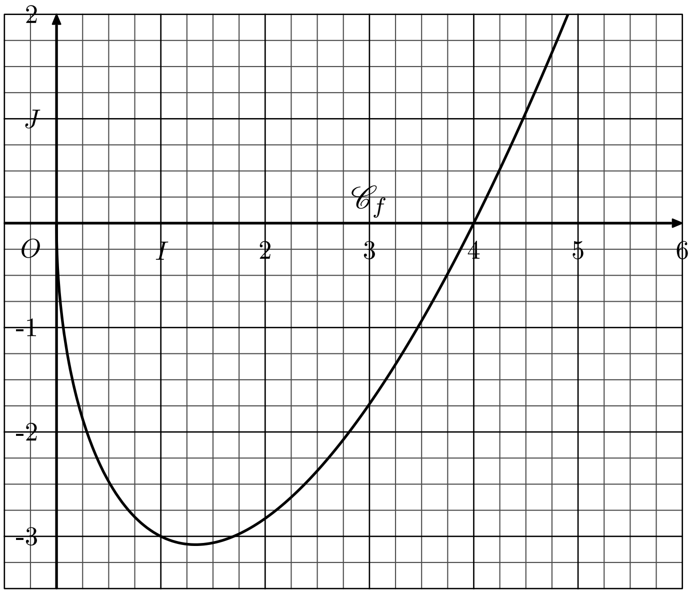
1. L'expression de chacune de ces fonctions est donnée sous la forme d'un produit $u{\cdot}v$. Compléter le tableau ci-dessous afin d'identifier les deux facteurs de ce produit et leur dérivée respective.

	$u(x)$	$v(x)$	$u'(x)$	$v'(x)$
$f(x)$				
$g(x)$				
$h(x)$				
$j(x)$				

2. En utilisant la formule de dérivation d'un produit :
$$\big(u{\cdot}v\big)' = u'{\cdot}v+u{\cdot}v'$$
Etablir que ces fonctions admettent pour dérivée les fonctions ci-dessous :
$$f': x\longmapsto 18{\cdot}x^2+24{\cdot}x+6 \quad ; \quad g': x\longmapsto\frac{10{\cdot}x^2+1}{2\sqrt{x}}$$
$$h': x\longmapsto\frac{-x^2-3}{x^2} \quad ; \quad j': x\longmapsto-\frac{1}{x{\cdot}\sqrt{x}}$$

Exercice 5227

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :
$$f(x)=(x-4){\cdot}\sqrt{x}$$
La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f est donnée dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé :



1. a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

b. Déterminer l'image et le nombre dérivé de la fonction f en 4.

c. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T_1) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4.

d. Tracer la tangente (T_1).

2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T_2) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

b. Tracer la tangente (T_2).

Exercice 7574

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

a. $f : x\longmapsto x^2+\sqrt{x}$ b. $g : x\longmapsto x{\cdot}\sqrt{x}$

Les expressions des fonctions dérivées seront données sous forme d'un quotient.

13. Dérivées d'un quotient :

Exercice 5225

On souhaite déterminer les expressions des dérivées des fonctions suivantes :

$$f : x \longmapsto \frac{3-2{\cdot}x}{x+1} \quad ; \quad g : x \longmapsto \frac{x^2+4{\cdot}x-1}{2{\cdot}x-1}$$

$$h : x \longmapsto \frac{3}{2-x} \quad ; \quad j : x \longmapsto \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

1. L'expression de chacune de ces fonctions est donnée sous la forme d'un produit $\frac{u}{v}$. Compléter le tableau ci-dessous afin d'identifier le numérateur et le dénominateur de ce quotient et leurs dérivées respectives.

	$u(x)$	$v(x)$	$u'(x)$	$v'(x)$
$f(x)$				
$g(x)$				
$h(x)$				
$j(x)$				

2. En utilisant la formule de dérivation d'un produit :
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'{\cdot}v - u{\cdot}v'}{v^2}$$
Etablir que ces fonctions admettent pour dérivée les fonctions ci-dessous :
$$f' : x \longmapsto -\frac{5}{(x+1)^2} \quad ; \quad g' : x \longmapsto \frac{2{\cdot}x^2-2{\cdot}x-2}{(2{\cdot}x-1)^2}$$
$$h' : x \longmapsto \frac{3}{(x-2)^2} \quad ; \quad j' : x \longmapsto \frac{1-x}{2{\cdot}(x+1)^2{\cdot}\sqrt{x}}$$

Exercice 2320

Le tableau ci-dessous vous présente, pour chaque ligne, l'expression de l'image de x par une fonction et l'expression du nombre dérivé en x de cette fonction. Vérifier l'exactitude de l'expression du nombre dérivée en x :

Fonction	Image de x	Nombre dérivé en x
f	$x^3-5{\cdot}x^2+x-3$	$3{\cdot}x^2-10{\cdot}x+1$
g	$\dfrac{2{\cdot}x-1}{x^2+x}$	$-\dfrac{2{\cdot}x^2-2{\cdot}x-1}{x^2{\cdot}(x+1)^2}$
h	$(x^2-3){\cdot}\sqrt{x}$	$\dfrac{5{\cdot}x^2-3}{2{\cdot}\sqrt{x}}$
j	$\dfrac{3{\cdot}x-2}{2-x}$	$\dfrac{4}{(x-2)^2}$

Exercice 94

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

a. $f : x \longmapsto \dfrac{2-2x}{5x+1}$ b. $g : x \longmapsto (3x-2)(2x^2+1)$

c. $h : x \longmapsto \dfrac{1}{3x+1}$ d. $j : x \longmapsto (2x^2+3x)\cdot\sqrt{x}$

Exercice 2349

1. On considère les deux fonctions f et g par :
$$f(x) = (2{\cdot}x+1)(3{\cdot}x^2-x+1) \quad ; \quad g(x) = \frac{2{\cdot}x+5}{1-4{\cdot}x}$$
Déterminer l'expression de la fonction dérivée de chacune de ces deux fonctions.

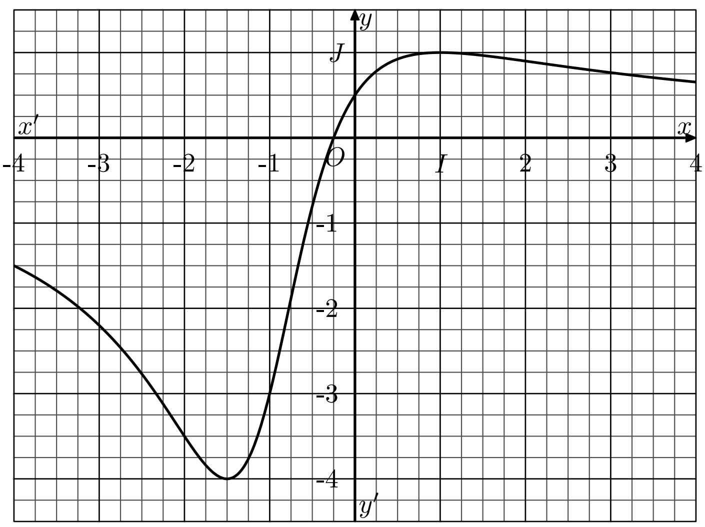
2. On considère la fonction h dont l'image de x est défini par la relation :
$$h(x) = \frac{x^2-2{\cdot}x+1}{x^2-5{\cdot}x+6}$$
   a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.
   b. Montrer que le nombre de dérivée de h en x s'exprime par :
$$h'(x) = -\frac{3{\cdot}x^2-10{\cdot}x+7}{(x^2-5{\cdot}x+6)^2}$$

Exercice 5349

On considère les deux fonctions f et g définies par les relations :
$$f(x) = \left(x^2-3{\cdot}x\right){\cdot}\sqrt{x} \quad ; \quad g(x) = \frac{3-2{\cdot}x}{x^2-3{\cdot}x-1}$$
Déterminer les expressions des fonctions dérivées f' et g'. *(On donnera l'expression de la fonction f' sous la forme d'un quotient simplifié).*

Exercice 6616

On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = \frac{4{\cdot}x+1}{x^2+2{\cdot}x+2}$$
On donne la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans le repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé ci-dessous :



1. Etablir que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression :
$$f'(x) = \frac{2{\cdot}\left(1-x\right){\cdot}\left(2x+3\right)}{\left(x^2+2{\cdot}x+2\right)^2}$$

2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (Δ) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -1.

b. Tracer la droite (Δ) dans le repère ci-dessus.

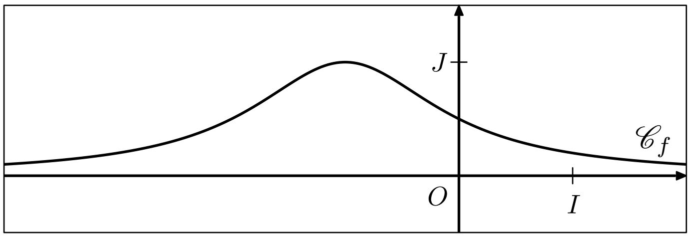
3. Quelle particularité possède les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisse $-\dfrac{3}{2}$ et 1? Justifier votre réponse.

Exercice 6617

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2{\cdot}x + 2}$$

La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f est donnée dans le repère $(O\,;\,I\,;\,J)$ orthonormé ci-dessous :



Soit (Δ) la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

1. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ).

2. Etudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite (Δ).

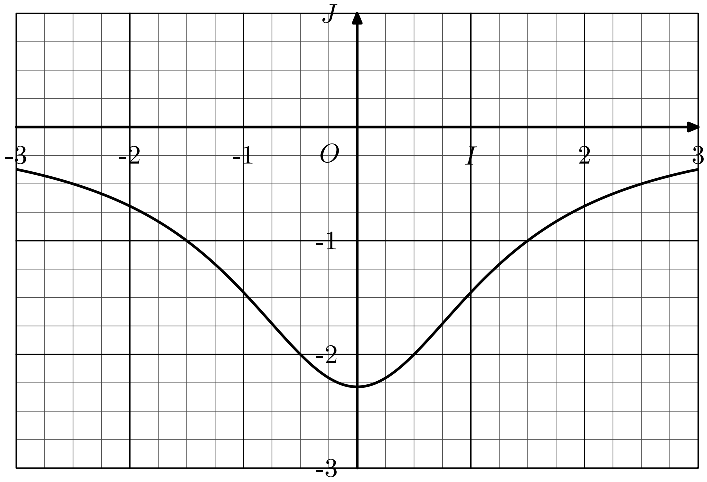
Exercice 2395

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = -\frac{16}{4x^2 + 7}$$

1. a. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$.

   b. Le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous représente la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f. Tracer la représentation graphique de (T).



2. a. Etablir la factorisation suivante :
   $8x^3 + 20x^2 + 14x + 3 = (2x+1)^2{\cdot}(2x+3)$

   b. Etudier la position relative de la droite (T) relativement à la courbe $\mathscr{C}_f$.

Exercice 2839

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{-2{\cdot}x^2 + x + 1}{4{\cdot}x - 1}$$

1. Etablir que la fonction f' dérivée de la fonction f a pour expression :

$$f' : x \longmapsto -\frac{8{\cdot}x^2 - 4{\cdot}x + 5}{(4{\cdot}x - 1)^2}$$

2. a. La fonction f admet-elle des tangentes dont le coefficient directeur soit -1?

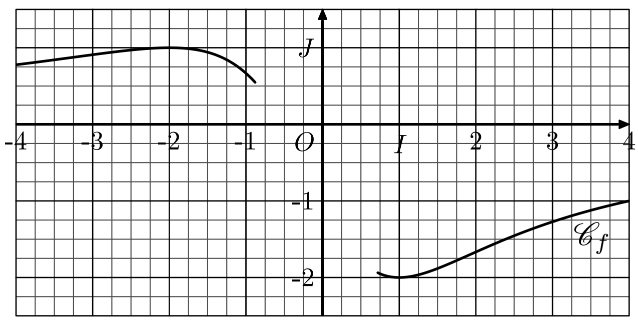
   b. Si oui, déterminer leurs équations réduites.

Exercice 7740

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{-4{\cdot}x - 2}{x^2 + 2}$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$. Ci-dessous est représentée une partie de la courbe $\mathscr{C}_f$.



On considère la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

1. Effectuer le tracé de la tangente (T) dans le repère ci-dessus. *(on indiquera les deux points utilisés pour le tracé de la tangente).*

2. Déterminer le ou les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ où celle-ci admet une tangente horizontale.

14. Problèmes :

Exercice 6618

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x)=\frac{1}{20}\cdot x^2+\frac{1}{10}\cdot x+\frac{7}{16}$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$

On souhaite encadrer l'aire du domaine du plan compris entre la courbe $\mathscr{C}_f$ et l'axe des abscisses ainsi qu'entre les deux droites d'équations $x=\frac{1}{2}$ et $x=\frac{5}{2}$.

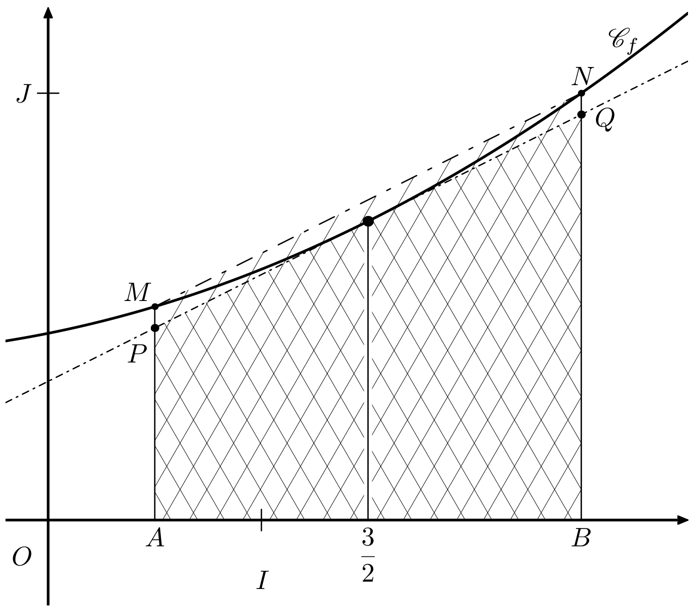
Pour cela, on va mesurer deux surface construites sous forme de trapèze :

- La première surface est formée à partir de la corde $[MN]$ à la courbe $\mathscr{C}_f$: son aire majore l'aire recherchée ;
- La seconde surface sera construite en considérant la tangente (Δ) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{3}{2}$: son aire minore l'aire recherchée.

On note :

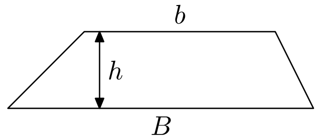
- A et B les points de l'axe des abscisses ayant pour abscisses respectives $\frac{1}{2}$ et $\frac{5}{2}$.
- M et N les points de la courbe $\mathscr{C}_f$ admettant respectivement pour abscisses $\frac{1}{2}$ et $\frac{5}{2}$.
- P et Q les points de la droite (Δ) d'abscisses respectives $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2}$

La figure ci-dessous illustre, dans un repère orthogonal pour accentuer la différence de ces deux surfaces, les deux aires à calculer :



On rappelle la formule du calcul de l'aire d'un trapèze :

$$\frac{(B+b)\times h}{2}$$



1. a. Déterminer les coordonnées des points M et N.
   b. En déduire l'aire du trapèze $ABNM$.
2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (Δ).
   b. Déterminer les coordonnées des points P et Q.
   c. En déduire l'aire du trapèze $ABQP$
3. a. En déduire un encadrement de l'aire $\mathcal{A}$.
   b. Quel est l'amplitude de cet encadrement.

Exercice 6619

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c \qquad \text{où } a\in\mathbb{R}^* \text{ et } b,c\in\mathbb{R}.$$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et (Δ) la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

1. Déterminer le coefficient directeur de la droite reliant les points de la courbe A et B de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectives 1 et 3.
2. a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f pour $x=2$.
   b. Quelle conclusion apportez?

Exercice 2827

On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f\colon x\longmapsto 2x^2-5x+2 \quad ; \quad g\colon x\longmapsto \frac{3x-2}{1-2x}$$

1. Déterminer la fonction dérivée de ces deux fonctions.
2. On considère la droite (T) dont l'équation réduite est : $y=-x$

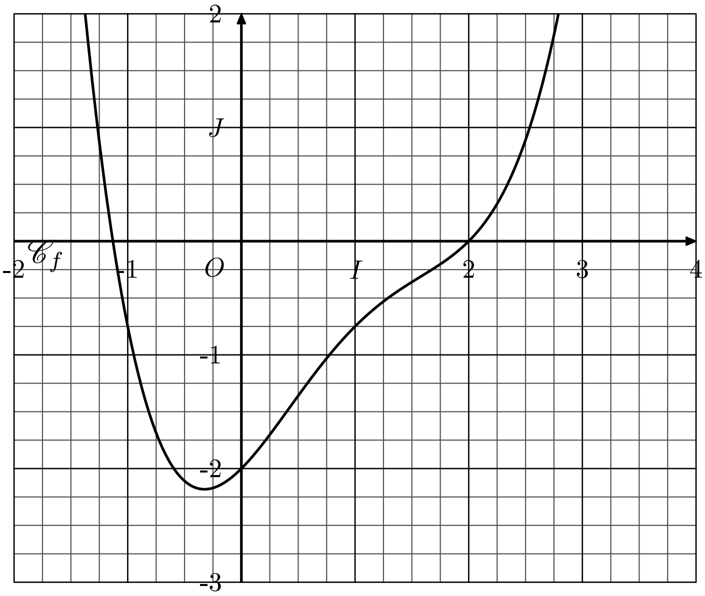
   Pour chacune des fonctions f et g, déterminer les points pour lesquels la droite (T) est une tangente à leur courbe représentative respective $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 2845

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f\,:\,x\longmapsto \frac{x^4}{4}-x^3+x^2+x-2$$

Voici la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O\,;I\,;J)$:



Nous allons montrer qu'il existe une droite (d) de coefficient directeur 1 qui est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ en deux points distincts.

1. Résoudre l'équation : $f'(x) = 1$

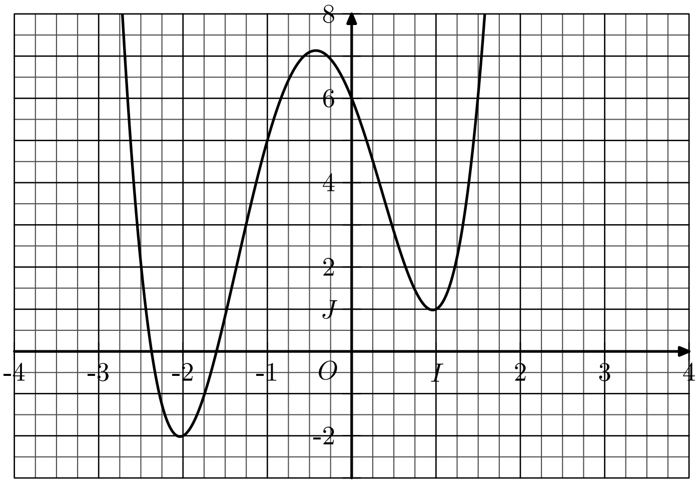
2. Déterminer l'equation réduite de la droite (d).

Exercice 2844

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f : x \longmapsto \frac{3}{2}\cdot x^4 + 3\cdot x^3 - \frac{9}{2}\cdot x^2 - 5\cdot x + 6$$

On donne, ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$:



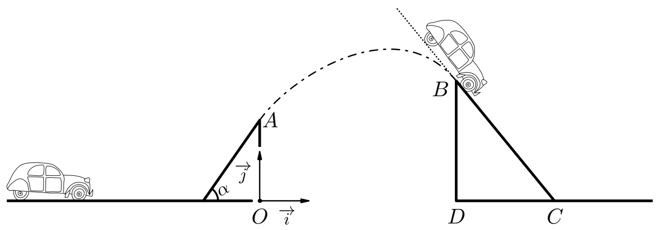
La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de cette fonction admet une droite (d) de coefficient directeur 1 comme tangente en deux points.

Déterminer l'équation de cette droite et les coordonnées de ces deux points.

Toute trace de recherche ou d'initiative, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 7573

Joe le cascadeur et sa "*2CV*" doivent réaliser un saut représenté ci-dessous pour un tournage.



Il peut choisir sa vitesse et l'angle d'inclinaison du tremplin de départ, mais pour optimiser sa réception, il souhaite atterir sur le tremplin d'arrivée avec la même inclinaison que celui-ci.

Pour préparer son saut, il fait un repérage sur les lieux de productions *(avec un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$ orthonomé représenté sur la représentation)* et obtient les données suivantes :

- Le point A est à une hauteur de $1\,m$ du sol.
- Les deux tremplins sont écartés de $9\,m$.
- Le point B est à une hauteur de $4\,m$.
- La pente du tremplin de réception a une longueur de $5\,m$.

Utilisant ses connaissances de 1^oS, il modélise sa trajectoire par la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f du second degré. On notera cette fonction :

$$f(x) = a\cdot x^2 + b\cdot x + c$$

Toute trace de recherche ou d'initiative, même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 7741

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = 2\cdot x^3 - 4\cdot x^2 + 1$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $\big(O\,;I\ J\big)$

On considère la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Déterminer la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et (T).

15. Un peu plus loin sur le calcul du nombre dérivé :

Exercice 2925

On considère la fonction f, définie sur $\left[-\frac{1}{5}\,;+\infty\right[$, dont l'image d'un nombre réel x est donnée par la relation :

$$f(x) = \sqrt{5\cdot x + 1}$$

1. Pour $x \in \mathcal{D}_f$ et $h \in \mathbb{R}$ tel que $h \neq 0$ et $(x+h) \in \mathcal{D}_f$, établir l'égalité suivante :

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{5}{\sqrt{5\cdot x + 5\cdot h + 1} + \sqrt{5\cdot x + 1}}$$

2. En déduire l'expression de la fonction dérivée de la fonction f.

Exercice 5177

On considère la fonction f dont l'image de x, pour $x \in [1\,;+\infty[$, est définie par la relation :

$$f(x) = (x^2 - 4{\cdot}x + 3)\sqrt{2{\cdot}x - 2}$$

1. Donner une forme simplifiée de : $\dfrac{f(1+h)}{h}$ pour $h > 0$

2. En déduire le nombre dérivée de la fonction f en 1.

