

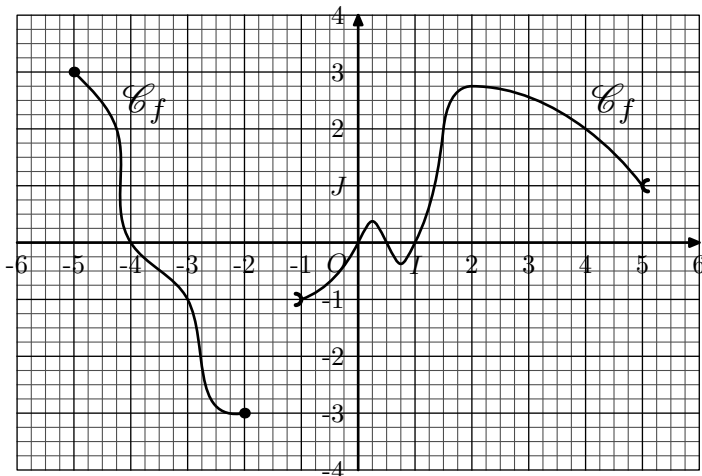
Première S / Etudes de fonctions

1. Rappels - généralités :

Exercice 532



On munit le plan du repère $(O; I; J)$ orthonormal. Ci-dessous est représentée la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :

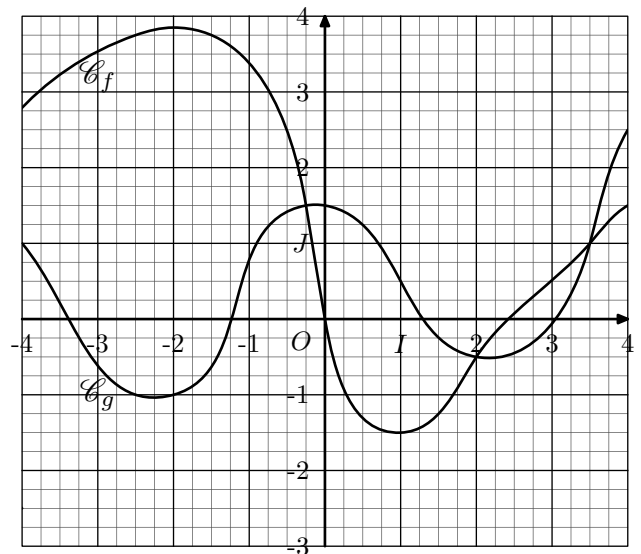


- Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- Déterminer, graphiquement, l'image des nombres suivants par la fonction f :
 - 3
 - 1
 - 2
- Déterminer, graphiquement, l'ensemble des antécédents du nombre de 2 par la fonction f .
- Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq 2$.
 - Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) < 0$.

Exercice 2142



Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-4; 4]$:



On considère l'inéquation : $f(x) < g(x)$

- Parmi les nombres ci-dessous, lesquels sont solutions de cette inéquation :
 - 2,5
 - 0,25
 - 1
- Résoudre graphiquement cette inéquation.

Exercice 2196



On considère la fonction f dont voici le tableau de variations :

x	-3	0	2	5
Variation de f				

- Dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indéterminées. Dans chaque cas, justifier votre affirmation :
 - $\mathcal{D}_f = [-2; +\infty[$
 - Le nombre 2, par la fonction f , n'admet qu'un antécédent.
 - f est bornée sur son ensemble de définition.
 - L'image de 4 est un nombre négatif.
- On donne les informations suivantes à propos de la fonction f : l'image de -1 (resp. 3) par la fonction f est 3

(resp. 0).

Donner, sans justification, l'image des intervalles ci-dessous par la fonction f :

- a. $[0; 5]$ b. $[-1; 2]$ c. $] -3; 3[$

Exercice 730 

1. On considère les trois fonctions f, g, h définies par :

$$f : x \mapsto \frac{x^2 - 3x + 2}{2x} \quad ; \quad g : x \mapsto 2^x$$

$$h : x \mapsto \sqrt{x + \sqrt{7x - 3}} \quad ; \quad j : x \mapsto \frac{(6x - 3)^2}{-36x^2 + 36x - 9}$$

Déterminer les images du nombre 4 respectivement par les fonctions f, g, h et j .

2. On considère les deux fonctions k, ℓ définies par :

$$k : x \mapsto 4x - 5 \quad ; \quad \ell : x \mapsto 9x^2 - 6x$$

- a. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre $\frac{1}{2}$ par la fonction k .
- b. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre -1

par la fonction ℓ . (on pensera à une factorisation).

Exercice 2696 

1. Ci-dessous sont présentées trois fonctions dont l'expression a été saisie sur une calculatrice :

- a. $\forall 1 = \sqrt{(1 + \sqrt{(3 - X)})} \div \sqrt{X + 3}$
- b. $\forall 2 = (3X - 2) \div (2\sqrt{X + 1})$
- c. $\forall 3 = \sqrt{(3 + X)(2 - X)}$

Ré-écrire sur votre copie ces trois fonctions avec la présentation habituelle des expressions mathématiques.

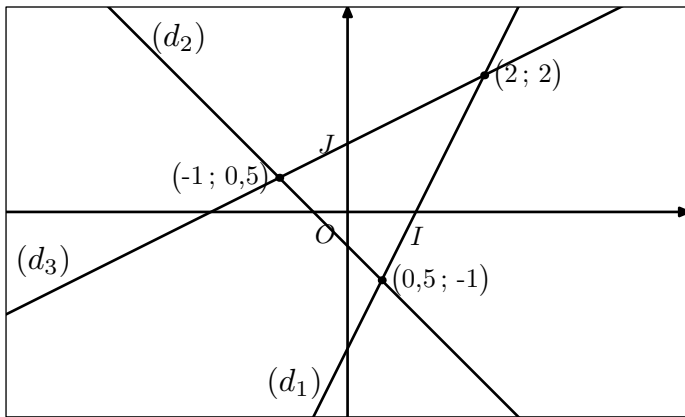
2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, écrire les caractères à saisir dans une calculatrice pour les insérer :

- a. $f : x \mapsto \frac{1 + \frac{3 + x}{x}}{2 - 3x}$
- b. $f : x \mapsto \sqrt{(1 - 2x) \times (3x - 1)}$
- c. $f : x \mapsto \frac{\sqrt{x + 1}}{\sqrt{x - 1}}$

2. Rappels - fonction affines :

Exercice 2690 

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé. On considère les trois droites $(d_1), (d_2)$ et (d_3) représentées ci-dessous :

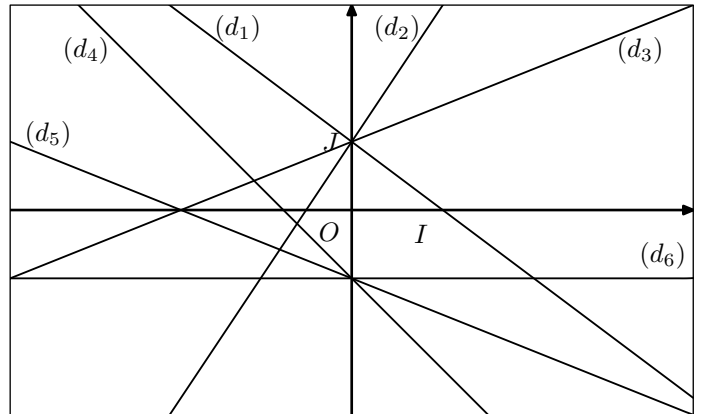


Les coordonnées des points d'intersection de ces droites sont données sur la représentation.

Déterminer les équations réduites de ces trois droites.

Exercice 2691 

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les six droites représentées ci-dessous :




Chaque droite est la représentation de l'une des six fonctions suivantes :

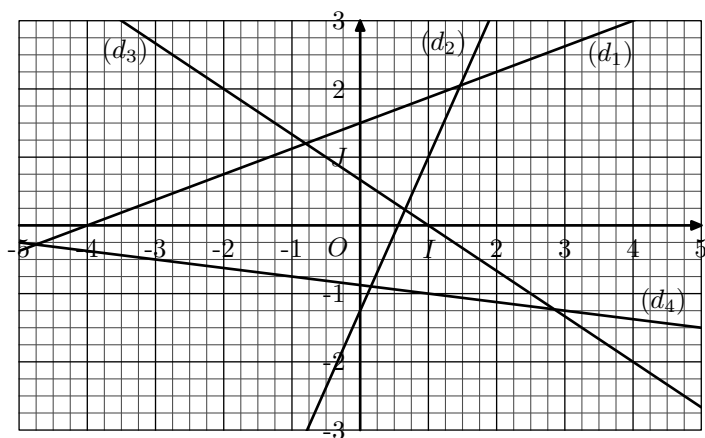
$$f : x \mapsto \frac{3}{2} \cdot x + 1 \quad ; \quad g : x \mapsto -x - 1 \quad ; \quad h : x \mapsto \frac{2}{5} \cdot x + 1$$

$$j : x \mapsto -\frac{2}{5} \cdot x - 1 \quad ; \quad k : x \mapsto -\frac{3}{4} \cdot x + 1 \quad ; \quad \ell : x \mapsto -1$$

Associer, par des raisonnements et sans calculs, la courbe représentation à chaque fonction.

Exercice 2192 

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les quatre droites représentées ci-dessous :



Déterminer les équations réduites de ces quatre droites.

Exercice 7866



On définit deux fonctions f, g affines par les relation :

$$f(x) = 3x + 4 \quad ; \quad g(x) = -x + 2$$

On s'aidera du sens de variation de ces deux fonctions pour répondre aux questions suivantes :

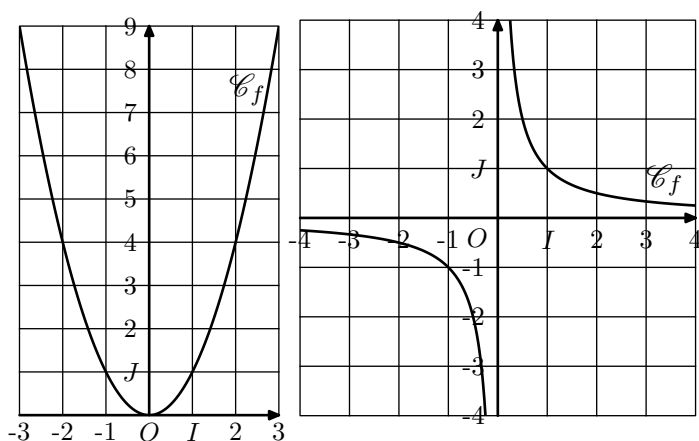
- Déterminer les images de l'intervalle $[-2; 5]$ par chacune des fonctions f et g .
- Déterminer l'intervalle I tel que son image par f soit \mathbb{R}_+ ; c'est à dire vérifiant la relation : $f(I) = \mathbb{R}_+$
- Déterminer l'intervalle J tel que son image par g soit \mathbb{R}_+ ; c'est à dire vérifiant la relation : $g(J) = \mathbb{R}_+$

3. Rappels - fonctions carrées et inverses :

Exercice 2692



Dans des repère $(O; I; J)$ orthormaux, sont données ci-dessous les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives respectivement de la fonction carrée et de la fonction inverse :



Compléter, sans justification, les assertions suivantes :

- Si $x \in [1; 3[$ alors $x^2 \in \dots$
- Si $x \in]-1; 2]$ alors $x^2 \in \dots$
- Si $x \in]2; 4]$ alors $\frac{1}{x} \in \dots$
- Si $x \in]0; 2]$ alors $\frac{1}{x} \in \dots$
- Si $x \in]-\infty; -\frac{1}{2}]$ alors $\frac{1}{x} \in \dots$

Exercice 4976



Pour chacune des fonctions, déterminer les caractéristiques de leur extrémum et dresser le tableau de variations :

- | | |
|----------------------------------|---|
| a. $f : x \mapsto 2x^2 + 8x + 1$ | b. $g : x \mapsto -x^2 + 2x + 1$ |
| c. $h : x \mapsto x^2 + 4x + 4$ | d. $j : x \mapsto -3x^2 + 9x - 2$ |
| e. $k : x \mapsto 3x^2 + 2x + 2$ | f. $\ell : x \mapsto -x^2 + 2\sqrt{3}x - 1$ |

Exercice 4975



Soit x un nombre réel ayant pour encadrement $-1 < x \leq 3$. Pour chaque question, déterminer un encadrement de

l'expression littérale proposée :

- | | | |
|------------------|----------------------|--------------------------|
| a. $3x + 1$ | b. $-2x - 5$ | c. $\frac{1}{x+2}$ |
| d. $(x+1)^2 + 1$ | e. $\frac{1}{x^2+1}$ | f. $\frac{2}{(x-1)^2+1}$ |

Exercice 7375



Soit x un nombre réel vérifiant l'encadrement $2 \leq x < 5$. Pour chaque question, déterminer un encadrement de l'expression littérale proposée :

- | | | |
|--------------|---------------------|--------------|
| a. $(1-x)^2$ | b. $\frac{3}{2x-3}$ | c. $(x-4)^2$ |
|--------------|---------------------|--------------|

Exercice 7862



On considère la fonction f définie par : $f : x \mapsto \frac{3x+1}{x-3}$

- Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$, on a :

$$\frac{3x+1}{x-3} = 3 + \frac{10}{x-3}$$

- Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $] -\infty; 3[$.

Exercice 4984



- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{8x-11}{2x-3}$$

- Déterminer les réels a et b réalisant l'identité :

$$f(x) = a + \frac{b}{2x-3}$$

- Dresser le tableau de variations de la fonction f .

- On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$g(x) = \frac{x+1}{2-x}$$

- Déterminer les réels a et b réalisant l'identité :

$$g(x) = a + \frac{b}{2-x}$$

- Dresser le tableau de variations de la fonction g .

Exercice 6573

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par l'expression :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x + 2}$$

1. Déterminer les deux réels a et b vérifiant l'identité :

$$f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2 + 1}$$

2. a. Déterminer le sens de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-1; +\infty[$.

4. Racine carré - étude de fonctions :

Exercice 4972

Sans justification, répondre aux questions suivantes :

1. Résoudre l'inéquation : $\sqrt{x} > 4$
 2. Résoudre l'inéquation : $\sqrt{x} < 9$

Exercice 4973

Soit f la fonction dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = -2\sqrt{x+1} + 3$$

1. Justifier que l'ensemble de définition de la fonction f est :
 $\mathcal{D}_f = [-1; +\infty[$

5. Racines carrés - calculs algébriques et positions relatives :

Exercice 4980

Ecrire les expressions ci-dessous sans racines carrées au dénominateur :

- a. $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$ b. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ c. $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{6}-4}$ d. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

Exercice 2703

On considère les trois fonctions f, g, h définies par :

$$f: x \mapsto x \quad ; \quad g: x \mapsto x^2 \quad ; \quad h: x \mapsto \sqrt{x}$$

dont les courbes représentatives sont données dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous :

- b. Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; -1]$.

Exercice 5029

1. Soit a et b deux nombres réels. Etablir l'identité suivante :

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + a \cdot b + b^2)$$

2. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'image d'un nombre x est définie par :

$$f(x) = x^3$$

Etablir que la fonction f est croissante sur $]-\infty; 0]$.

2. Etablir que la fonction f est décroissante sur son ensemble définition.

Exercice 7376

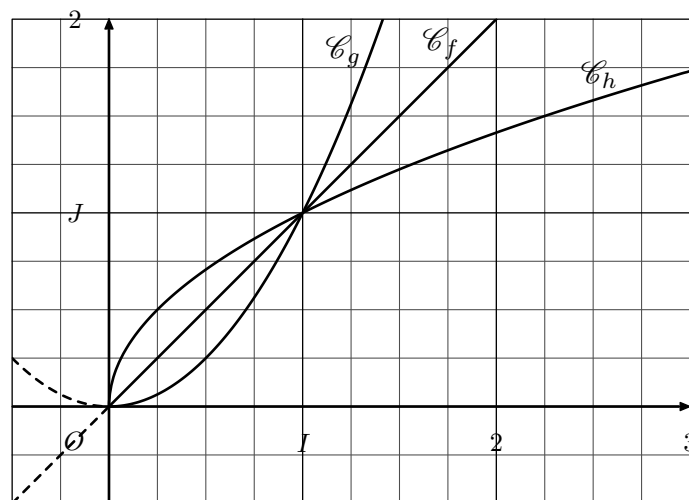
On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + x + 1}$$

1. Justifier que la fonction f est définie sur \mathbb{R} .
 2. a. Soit a et b deux nombres réels, établir l'identité :

$$f(b) - f(a) = \frac{(b-a) \cdot (2b + 2a + 1)}{\sqrt{2b^2 + b + 1} + \sqrt{2a^2 + a + 1}}$$

- b. En déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\frac{1}{4}; +\infty[$



1. Graphiquement, étudier la position relative des courbes $\mathcal{C}_f, \mathcal{C}_g$ et \mathcal{C}_h sur \mathbb{R}_+ .

Etablissons le résultat de la question précédente d'un point de vue algébrique :

2. a. Dresser le tableau de signe de l'expression $x^2 - x$.
 b. Comparer les fonctions f et g sur chacun des inter-

valles $[0; 1]$ et $[1; +\infty[$.

3. a. Pour $x \in]0; +\infty[$, établir l'égalité :

$$f(x) - h(x) = \frac{x^2 - x}{x + \sqrt{x}}$$

- b. Comparer les fonctions f et h sur chacun des intervalles $]0; 1]$ et $[1; +\infty[$.

Exercice 2959

1. On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f: x \mapsto (x-1)^2 ; \quad g: x \mapsto (x^2-1)^2$$

6. Racines carrés - un peu plus loin :

Exercice 1825

Le tableau ci-dessous représente les quotients, arrondis au centième près, de carrés d'entiers :

÷	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
1	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
4	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25	30,25	36	42,25	49	56,25
9	0,11	0,44	1	1,78	2,78	4	5,44	7,11	9	11,11	13,44	16	18,78	21,78	25
16	0,06	0,25	0,56	1	1,56	2,25	3,06	4	5,06	6,25	7,56	9	10,56	12,25	14,06
25	0,04	0,16	0,36	0,64	1	1,44	1,96	2,56	3,24	4	4,84	5,76	6,76	7,84	9
36	0,03	0,11	0,25	0,44	0,69	1	1,36	1,78	2,25	2,78	3,36	4	4,69	5,44	6,25
49	0,02	0,08	0,18	0,33	0,51	0,73	1	1,31	1,65	2,04	2,47	2,94	3,45	4	4,59
64	0,02	0,06	0,14	0,25	0,39	0,56	0,77	1	1,27	1,56	1,89	2,25	2,64	3,06	3,52
81	0,01	0,05	0,11	0,20	0,31	0,44	0,60	0,79	1	1,23	1,49	1,78	2,09	2,42	2,78
100	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25
121	0,01	0,03	0,07	0,13	0,21	0,30	0,40	0,53	0,67	0,83	1	1,19	1,40	1,62	1,86
144	0,01	0,03	0,06	0,11	0,17	0,25	0,34	0,44	0,56	0,69	0,84	1	1,17	1,36	1,56
169	0,01	0,02	0,05	0,09	0,15	0,21	0,29	0,38	0,48	0,59	0,72	0,85	1	1,16	1,33
196	0,01	0,02	0,05	0,08	0,13	0,18	0,25	0,33	0,41	0,51	0,62	0,73	0,86	1	1,15
225	0	0,02	0,04	0,07	0,11	0,16	0,22	0,28	0,36	0,44	0,54	0,64	0,75	0,87	1

7. Valeur absolue - introduction :

Exercice 1936

Effectuer les calculs suivants :

Comparer les fonctions f et g sur l'intervalle $[0; 1]$.

2. On considère les fonctions h et j définies par :

$$h: x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}+1} ; \quad j: x \mapsto \frac{1}{2x+1}$$

Comparer les fonctions h et j sur chacun des intervalles $[0; 1]$ et $[1; +\infty[$.

Exercice 5031

Etablir l'égalité : $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} = 1$

1. a. A l'aide du tableau, vérifier l'encadrement ci-dessous :

$$\frac{100}{81} < 1,25 < \frac{81}{64}$$

- b. A l'aide du tableau, justifier l'encadrement :

$$\frac{9}{10} < \sqrt{1,25} < \frac{9}{8}$$

2. Etablir l'encadrement : $\frac{15}{14} < \sqrt{1,16} < \frac{13}{12}$

3. A l'aide du tableau, donner l'encadrement le plus précis du nombre $\sqrt{2,5}$.

Exercice 4974


On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{-2}{\sqrt{x+3}}$$

- Justifier que l'ensemble de définition de f est \mathbb{R}_+ .
- Etablir que f est strictement croissante sur \mathbb{R}_+ .


a. $|2 \times 3 - 7|$ b. $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$ c. $2 \times \left| 3 \times \frac{1}{4} - 2 \right| + 1$

d. $\frac{|3| + |-3|}{2}$ e. $|3 - \pi|$ f. $\frac{|2 \times |2 \times 5 - 12| - 7|}{3}$

Exercice 321 


De manière algébrique, calculer les expressions suivantes :

- | | | |
|--------------------------------|-----------------------------|---|
| a. $ 2 - 3 $ | b. $ 5 + 3 $ | c. $ 2 \times (4 - 5) $ |
| d. $ 4 \times 2 - 5 \times 7 $ | e. $ 7 + 2 \times 4 - 6 $ | f. $ 2 - 3 \times 2$ |
| g. $ 5,5 + -5,5 $ | h. $ -5,5 - 4,5 $ | i. $\frac{ 2 \times 4 - 7 }{ 3 \times 3 - 12 }$ |

8. Valeur absolue - calcul algébrique :**Exercice 323** 

Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a. $ 2 - x = 2,5$ | b. $ x + 100 = 1$ |
| c. $3 \times x + 2 = 1$ | d. $ 2 - x \times 2 = 1$ |
| e. $3 \times x + 5 + 3 = 9$ | f. $2 \times 2 - x + 4 = 1$ |

Exercice 339 

Résoudre les équations suivantes :

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a. $ 2x - 1 = -x + 1 $ | b. $ 3x - 1 = 3x + 1 $ |
| c. $ x - 2 = 5$ | d. $ x + 2 = 6$ |

9. Valeur absolue - un peu plus loin :**Exercice 7302** 

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par les relations :

$$f(x) = x - |2 \cdot x - 1| \quad ; \quad g(x) = x - 2$$

On note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g respectivement les courbes représentatives des fonctions f et g .

- A l'aide de la calculatrice, déterminer les abscisses des points d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
- Etudions ce problème sur l'intervalle $]-\infty; \frac{1}{2}]$:
 - Justifier que, sur l'intervalle $]-\infty; \frac{1}{2}]$, la fonction f admet pour expression :
 $f(x) = 3 \cdot x + 1$
 - Sur $]-\infty; \frac{1}{2}]$, résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$
- Déterminer l'abscisse du point d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sur l'intervalle $[\frac{1}{2}; +\infty[$.

Exercice 303 

Résoudre les équations suivantes :

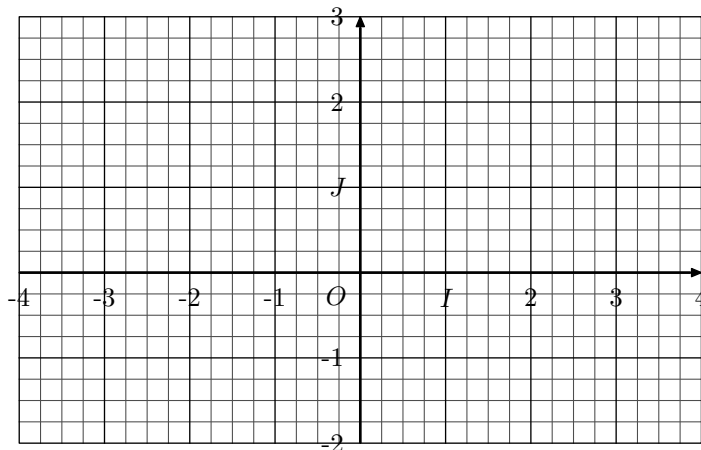
- | | |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| a. $ x + 3 - 2x + 1 = 2$ | b. $ x + 3 \cdot 4x - 1 = x + 1$ |
|-----------------------------|-------------------------------------|

Exercice 302 


On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = |x + 2| \quad ; \quad g(x) = |x| - 1$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$, on note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives respectives des fonctions f et g :



- Tracer la courbe \mathcal{C}_f dans le repère ci-dessus.
 - Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 1$.
- Tracer la courbe \mathcal{C}_g dans le repère ci-dessus.
 - Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \leq 0$.

Exercice 324 

On considère l'équation (E) définie par :

$$(E) : |x + 1| + |x - 1| \leq 5$$

On considère les trois intervalles suivants :

$$I =]-\infty; -1] \quad ; \quad J = [-1; 1] \quad ; \quad K = [1; +\infty[$$

- On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :
 $f: x \mapsto |x + 1| + |x - 1|$
Simplifier l'expression de la fonction f sur chacun des trois intervalles I , J et K .
- Résoudre l'inéquation (E) sur chacun des trois intervalles I , J et K .
 - Donner l'ensemble des solutions de l'équation (E) .

10. Opérations sur les fonctions :

Exercice 2695

On considère les deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} :

$$f : x \mapsto x + 2 \quad ; \quad g : x \mapsto (3x - 2)(2x + 4)$$

1. Déterminer la forme simplifiée des expressions suivantes :

a. $(f+g)(x)$ b. $(f \times g)(x)$ c. $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

2. Donner l'ensemble de définition de la fonction $\frac{f}{g}$.

Exercice 408

On considère la fonction f définie sur $]-\infty; 4]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	-2	1	4
Variation de f		-2	2	-1

(Note: The diagram shows a peak at x=1 with a value of 2. The slope is -2 between x=-2 and x=1, and -1 between x=1 and x=4. The value at x=-infinity is -5.)

On considère les fonction g , h et j définies par :

11. Composition: racines :

Exercice 4983

On considère la fonction f polynômiale du second degré définie par la relation :

$$f(x) = -x^2 - 2x + 3$$

On construit la fonction g par la relation :

$$g : x \mapsto \sqrt{f(x)}$$

1. Conjecture sur la fonction g :

Après avoir tracé la courbe représentative de la fonction g à l'aide de la calculatrice :

- Conjecturer l'ensemble de définition de la fonction g .
- Conjecturer le sens de variation de la fonction g sur les intervalles $[-3; -1]$ et $[-1; 1]$.

2. Etude de la fonction g :

- Déterminer les zéros de la fonction f , puis compléter le tableau de variations ci-dessous :

x	$-\infty$	\dots	\dots	\dots	$+\infty$
Variation de f		0	\dots	0	$-\infty$

(Note: The diagram shows a parabola opening downwards with roots at -3 and 1. The vertex is at x=-1, y=4.)

- Justifier que la fonction g est définie sur $[-3; 1]$.
- Justifier que la fonction g est décroissante sur $[-1; 1]$.

$$g(x) = f(x) + 2 \quad ; \quad h(x) = 2 \cdot f(x) \quad ; \quad j(x) = -f(x)$$

Dresser les tableaux de variation des fonctions g , h et j .

Exercice 7378

On considère la fonction f définie sur $[1; 7]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	1	3	7
Variation de f		5	1

(Note: The diagram shows a peak at x=3 with a value of 5. The slope is 4 between x=1 and x=3, and -1 between x=3 and x=7.)

1. Sans justification, dresser les tableaux de variations des fonctions g et h définies par :

$$g(x) = 2 \cdot f(x) \quad ; \quad h(x) = f(x) + 2$$

2. On considère la fonction j définie par la relation :

$$j(x) = f(x-2)$$

- Donner l'ensemble de définition de la fonction j .
- Dresser, sans justification, le tableau de variations de la fonction j .

Exercice 4982

1. On considère la fonction f dont l'image de x est donnée par la relation :

$$f(x) = \sqrt{2x - x^2}$$

- Dresser le tableau de signe de la fonction suivante : $x \mapsto 2x - x^2$
- En déduire l'ensemble de définition de la fonction f .

2. On considère la fonction g définie par :

$$g : x \mapsto \sqrt{x^3 - 3x - 2}$$

- Développer l'expression : $(x+1)^2 \cdot (x-2)$
- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g .

Exercice 5030

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = \sqrt{\frac{3-2x}{2x+3}}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction de la fonction f .

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ par la relation :

$$g(x) = \frac{3-2x}{2x+3}$$

- Déterminer les réels a et b réalisant l'identité suivante :

$$g(x) = a + \frac{b}{2x+3}$$

- b. Etablir le sens de variation de la fonction g sur

l'intervalle $]-\frac{3}{2}; +\infty[$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition.

12. Composition: inverses :

Exercice 6571

On considère la fonction f définie par l'expression :

$$f(x) = 2x^2 - 6x + 4$$

On construit une fonction g définie par l'expression :

$$g(x) = \frac{1}{2x^2 - 6x + 4}$$

1. Conjecture sur la fonction g :

Après avoir tracé la courbe représentative de la fonction g à l'aide de la calculatrice :

- a. Conjecturer l'ensemble de définition de la fonction g
 b. Conjecturer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]-\infty; 1[$.

2. Etude de la fonction g :

- a. Déterminer les zéros de la fonction f , puis compléter le tableau de variations ci-dessous :

x	$-\infty$	\dots	\dots	\dots	$+\infty$
Variation de f	$+\infty$	\searrow	0	\searrow	\dots
			\nearrow	0	\nearrow
					$+\infty$

- b. Justifier que la fonction g n'est pas définie pour $x=1$ et $x=2$.
 c. Justifier que la fonction g est croissante sur $]-\infty; 1[$.

Exercice 7303

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par les relations :

$$f(x) = \frac{1}{x-2} \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$$

Sans justification, donner le sens de variations des fonctions f et g sur l'intervalle $]-\infty; 2[$.

13. Un peu plus loin - ensemble de définition :

Exercice 2141

On considère les deux fonctions suivantes :

$$f: x \mapsto \sqrt{2x-1} \cdot \sqrt{4x+3} \quad ; \quad g: x \mapsto \sqrt{(2x-1)(4x+3)}$$

1. a. A l'aide d'une calculatrice graphique, tracer la courbe représentative de la fonction f , puis celle de la fonction g .
 b. Graphiquement, donner l'intervalle sur lequel ces deux fonctions coïncident.
2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .
3. a. Déterminer le tableau de signe de l'expression algébrique $(2x-1)(4x+3)$.
 b. En déduire le domaine de définition de la fonction g .

Exercice 536

1. Développer l'expression : $(x+1)(3-2x)(x-1)$.
2. On considère les deux fonctions f et g dont leurs images du nombre x sont définies de la manière suivante :

$$f(x) = \frac{-2x^3 + 3x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1} \quad ; \quad g(x) = 3 - 2x$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

- b. Etablir que les deux fonctions f et g sont égales sur un ensemble qu'on précisera.

Exercice 2194

1. On considère les deux fonctions f et g dont l'image de x est définie par les relations :

$$f(x) = \frac{-x^2 - 3x + 4}{(3x-2)(-x+1)} \quad ; \quad g(x) = \frac{x+4}{3x-2}$$

- a. Simplifier l'expression : $g(x) - f(x)$.
 b. Comparer les fonctions f et g .
2. On considère les deux fonctions j et ℓ définies par :
- $$j(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{4-x}} \quad ; \quad \ell(x) = \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{4-x}}{4x-3}$$
- a. Déterminer l'ensemble de définition de ces deux fonctions.
 b. Développer l'expression suivante :

$$A = (\sqrt{3x+1} + \sqrt{4-x})(\sqrt{3x+1} - \sqrt{4-x})$$

 c. Montrer que les deux fonctions j et ℓ sont égales sur l'ensemble $[-\frac{1}{3}; 4] \setminus \{\frac{3}{4}\}$.

Exercice 2694

1. On considère les deux fonctions :

$$f: x \mapsto 3x - 2 \quad ; \quad g: x \mapsto \frac{14x + 7}{2x + 1}$$

- a. Etablir l'égalité suivante:
 $6x^2 + 13x + 5 = (2x + 1)(3x + 5)$
- b. On considère la fonction $f+g$. Etablir l'égalité:
 $(f + g)(x) = 3x + 5$
- c. Donner l'ensemble sur lequel la fonction $f+g$ est définie.

2. On considère les deux fonctions suivantes:

$$f: x \mapsto \frac{2x + 1}{x^2 + x} \quad ; \quad g: x \mapsto (x + 1)(-3x + x^2)$$

- a. On considère la fonction $f \cdot g$. Etablir l'égalité suivante:

$$(f \times g)(x) = 2x^2 - 5x - 3$$

- b. Donner l'ensemble sur lequel la fonction $f \cdot g$ est définie.

3. On considère les deux fonctions f et g définies par:

$$f: x \mapsto x^2 - x \quad ; \quad g: x \mapsto x + \sqrt{x}$$

- a. Etablir l'égalité suivante:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x - \sqrt{x}$$

- b. Donner l'ensemble sur lequel la fonction $\frac{f}{g}$ est définie.

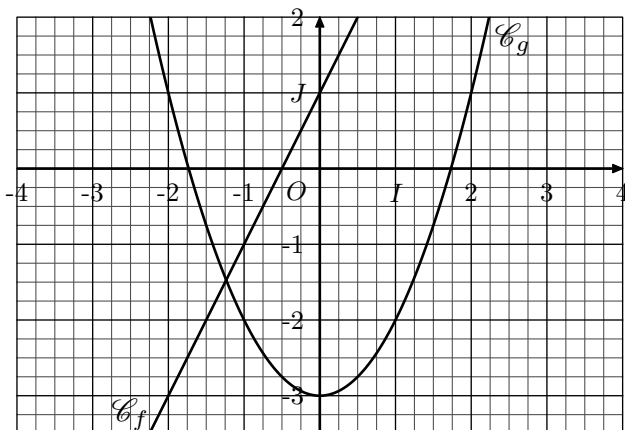
14. Un peu plus loin - composée de fonctions :

Exercice 4977

On considère les deux fonctions f et g définie sur $[-4; 4]$ par les relations:

$$f(x) = 2x + 1 \quad ; \quad g(x) = x^2 - 3$$

On donne les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives des fonctions f et g dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous:



1. Par lecture graphique, compléter les tableaux de valeurs suivants:

x	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
$f(x)$					

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$					

2. On considère le programme de calcul suivant:

- Prendre un nombre x ;
- Déterminer l'image de x par la fonction f ; on note ce nombre x' ;
- Déterminer l'image de x' par la fonction g ; on note ce nombre $g(f(x))$.

On peut noter ce programme de calcul par la chaîne:

$$x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} g(f(x))$$

- a. Déterminer la valeurs des expressions suivantes:

$$g(f(-1)) \quad ; \quad g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

- b. Compléter le tableau de valeurs suivant:

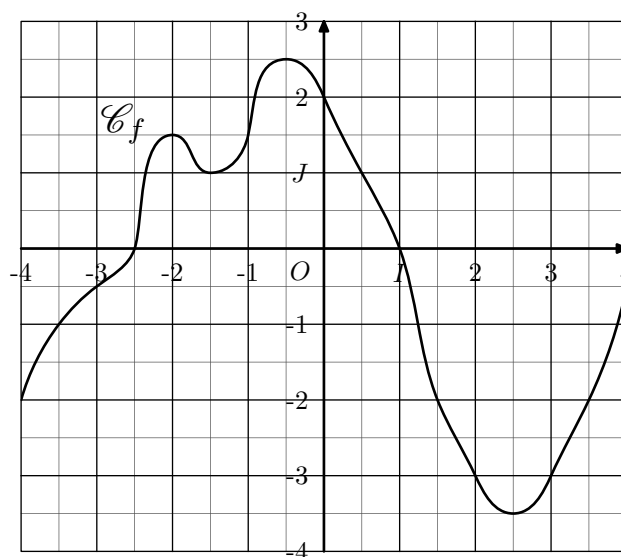
x	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
$g(f(x))$					

On vient de créer une nouvelle fonction qui à un nombre x associe l'image $g(f(x))$. Cette fonction s'appelle la fonction composée de f par g et se note $g \circ f$.

3. Tracer dans le repère ci-dessus la courbe $\mathcal{C}_{g \circ f}$ représentative de la fonction $g \circ f$.
4. Donner l'expression, en fonction de x , de la fonction $g \circ f$.

Exercice 2234

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-4; 4]$ dont la courbe \mathcal{C}_f représentative est donnée ci-dessous dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé:




1. Calculer les images suivantes:

a. $(f \circ f)(1)$ b. $(f \circ f)(-2)$ c. $(f \circ f)(3)$

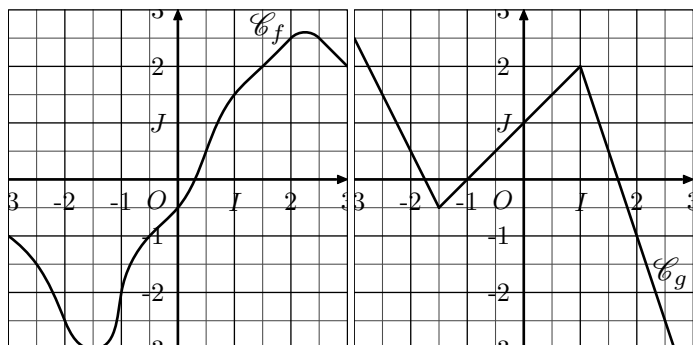
2. On définit la fonction f^n comme la fonction composée n

fois de la fonction f par elle-même. Déterminer la valeur des images suivantes :

- a. $f^3(1)$ b. $f^3(-3)$ c. $f^4(-1)$

Exercice 2698 

On considère deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-3; 3]$ dont les courbes, respectivement \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g , représentatives sont données dans un repère $(O; I; J)$ orthonormée :



1. Déterminer la valeur des expressions suivantes :

- a. $(f \circ g)(-2)$ b. $(f \circ g)(1,5)$ c. $(f \circ g)(2)$

2. Déterminer la valeur des expressions suivantes :

- a. $(g \circ f)(-3)$ b. $(g \circ f)(0)$ c. $(g \circ f)(1)$

Exercice 4979 

On considère les deux fonctions suivantes :

$$f: x \mapsto x^2 - 2 \quad ; \quad g: x \mapsto \sqrt{x}$$

- a. Donner les ensembles de définition des fonctions f et g .
b. Peut-on parler de l'image de 1 par la fonction $g \circ f$? Justifier votre réponse.
- a. Dresser le tableau de signe de la fonction f .
b. Donner l'ensemble de définition de la fonction $g \circ f$.

Exercice 4978  

Pour chacun des couples de fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de la fonction $g \circ f$:

- $f: x \mapsto 3x - 5$; $g: x \mapsto x^2$
- $f: x \mapsto x^2 - 1$; $g: x \mapsto -2x + 4$
- $f: x \mapsto x^2 + 1$; $g: x \mapsto x^2 + 1$

15. Valeur absolue - étude de fonctions 

Exercice 2301 

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -\frac{1}{4} \cdot |x + 2| + \frac{3}{4} \cdot |x - 4|$$

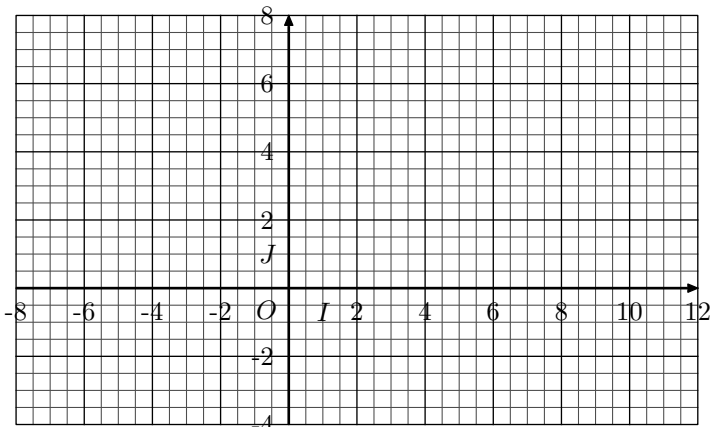
1. a. Simplifier chaque expression en fonction de l'intervalle étudié :

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$
$ x + 2 $				
$ x - 4 $				


b. Donner l'expression simplifiée de la fonction f sur chacun des trois intervalles suivants :

$$I =]-\infty; -2] \quad ; \quad J = [-2; 4] \quad ; \quad K = [4; +\infty[$$

2. On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé donné ci-dessous :



3. D'après la représentation graphique, tracer le tableau de variations de la fonction f .

Exercice 290 

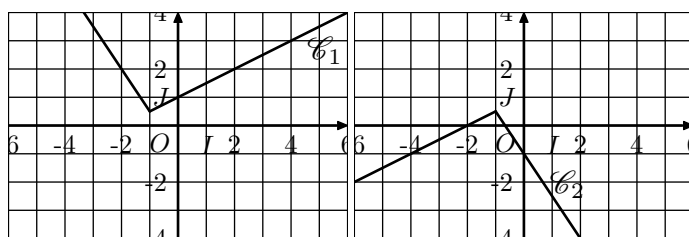
On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = |x + 1| - \frac{1}{2} \cdot x$$

1. Simplifier l'écriture des expressions algébriques sur les intervalles $]-\infty; -1]$ et $[-1; +\infty[$ dans le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$ x + 1 $			
$f(x)$			

2. Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormal, sont les deux courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 . Laquelle de ces deux courbes est la représentation de la fonction f :



Exercice 326 

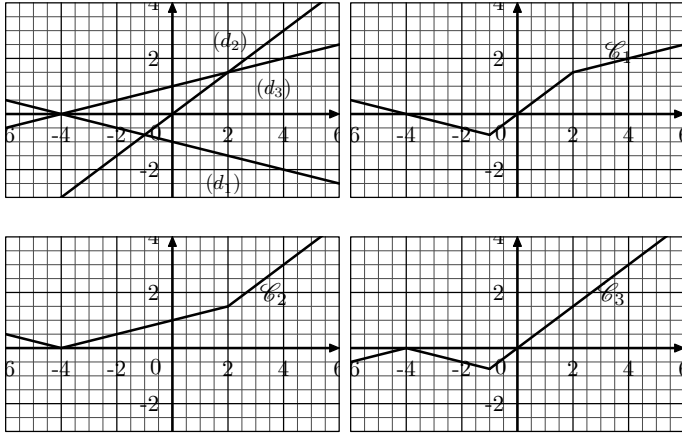
On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \left| \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \right| - \left| \frac{1}{4} \cdot x - \frac{1}{2} \right|$$

1. Simplifier les expressions algébriques sur les trois intervalles $]-\infty; -1]$, $[-1; 2]$ et $[2; +\infty[$ dans le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$\left \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \right $				
$\left \frac{1}{4} \cdot x - \frac{1}{2} \right $				
$f(x)$				

2. Dans un repère orthonormé, des courbes sont représentées ci-dessous :



- a. Par lecture graphique et sans justification, donner les équations réduites des droites (d_1) , (d_2) et (d_3) .
- b. Parmi les courbes \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 et \mathcal{C}_3 , quelle est la représentation de la fonction f ?

Exercice 5032

16. Un peu plus loin - propriétés algébriques de la valeur absolue

Exercice 5015

On souhaite établir l'égalité suivante pour tous nombres réels x et y :

$$|x \times y| = |x| \times |y|$$

Pour cela, on raisonne par disjonction de cas sur la valeur de x et sur la valeur de y . Etablir cette relation dans chacun des cas suivant :

- a. $x \in \mathbb{R}_+$ et $y \in \mathbb{R}_+$ b. $x \in \mathbb{R}_+$ et $y \in \mathbb{R}_-$
 c. $x \in \mathbb{R}_-$ et $y \in \mathbb{R}_+$ d. $x \in \mathbb{R}_-$ et $y \in \mathbb{R}_-$

255. Exercices non-classés :

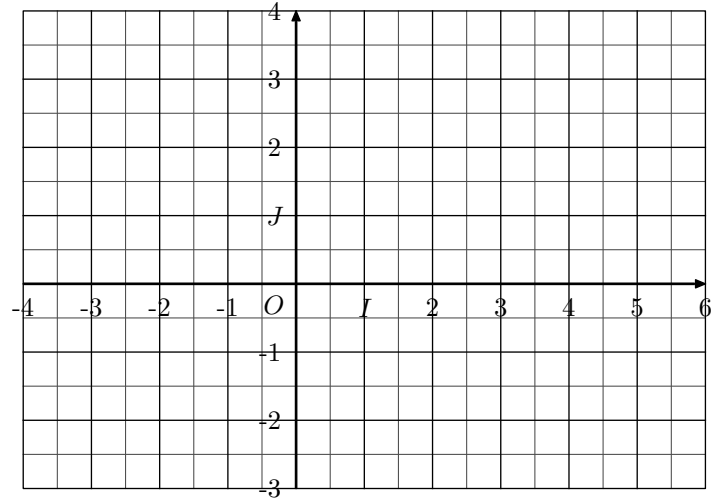
Exercice 6755

Une image numérique en noir et blanc est composée de petits carrés (*pixels*) dont la couleur va du blanc au noir en passant par toutes les nuances de gris. Chaque nuance est codée par

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = \left| \frac{3}{4} \cdot x - \frac{3}{2} \right| - \left| \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \right|$$

1. Déterminer l'image de -4 et de 0 par la fonction f .
2. Simplifier l'expression de la fonction f sur chacun des trois intervalles ci-dessous :
 $I =]-\infty; -1]$; $J = [-1; 2]$; $K = [2; +\infty[$
3. On munit le plan du repère $(O; I; J)$ ci-dessous. Effectuer dans ce repère le tracé de la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f .



4. a. Graphiquement et sans justification, donner l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = -1$.
- b. Algébriquement, justifier que l'équation $f(x) = -1$ n'admet aucune solution sur l'intervalle $]-\infty; -1[$.

Exercice 5016

1. Pour tout nombres réels x et y , établir l'inégalité :

$$|x + y|^2 \leq (|x| + |y|)^2$$

2. En déduire, pour tout réels x et y , la comparaison suivante :

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

un réel x de façon suivante :

- $x=0$ pour le blanc ;
- $x=1$ pour le noir ;
- $x=0,01$; $x=0,02$ et ainsi de suite jusqu'à $x=0,99$ par

pas de 0,01 pour toutes les nuances intermédiaires (*du clair au foncé*).

L'image A , ci-après, est composée de quatre pixels et donne un échantillon de ces nuances avec leurs codes.

Un logiciel de retouche d'image utilise des fonctions numériques dites "*fonctions de retouche*".

Une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ est dite "*fonction de retouche*" si elle possède les quatre propriétés suivantes :

- $f(0) = 0$;
- $f(1) = 1$;
- f est continue sur l'intervalle $[0; 1]$;
- f est croissante sur l'intervalle $[0; 1]$.

Une nuance codée x est dite assombrie par la fonction f si $f(x) > x$, et éclaircie, si $f(x) < x$.

- si $f(x) = x^2$, un pixel de nuance codée 0,2 prendra la nuance codée $0,2^2 = 0,04$. L'image A sera transformée en l'image B ci-dessous.
- Si $f(x) = \sqrt{x}$, la nuance codée 0,2 prendra la nuance codée $\sqrt{0,2} \approx 0,45$. L'image A sera transformée en l'image C ci-dessous.

0,20	0,40
0,60	0,80

Image A

0,04	0,16
0,36	0,64

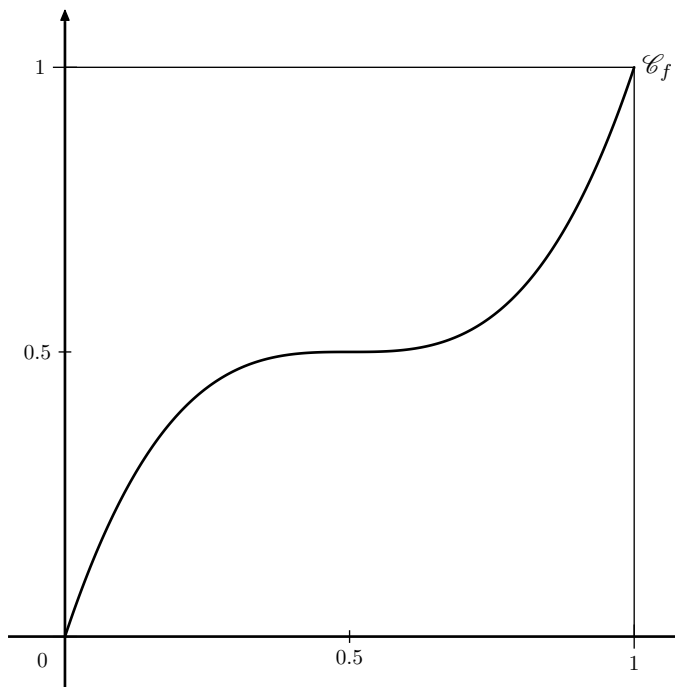
Image B

0,45	0,63
0,77	0,89

Image C

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par :
 $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 3x$

On admet que la fonction f est une fonction de retouche. Sa courbe \mathcal{C}_f représentative est donnée ci-dessous :



1. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq x$, à l'aide du graphique donné ci-dessous, en faisant apparaître les pointillés utiles.

2. Interpréter ce résultat en termes d'éclaircissement ou d'assombriement.

Exercice 7379



1. Pour tous nombres réels a et b , établir l'égalité :

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot \left[\left(a + \frac{b}{2} \right)^2 + \frac{3 \cdot b^2}{4} \right]$$

2. Etablir que la fonction cube est strictement croissante sur \mathbb{R} .

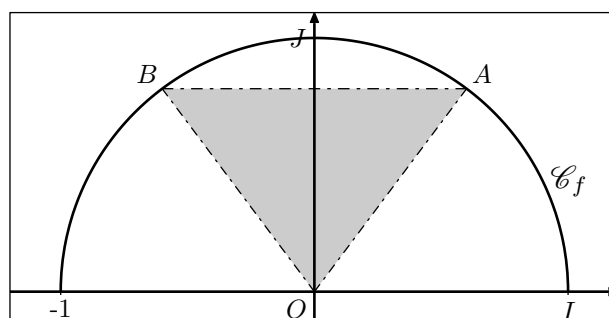
Exercice 7380



On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-1; 1]$ par la relation :

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

dont la courbe \mathcal{C}_f représentative est donnée ci-dessous dans un repère $(O; I; J)$ ci-dessous :



Soit x un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0; 1[$. On note respectivement A et B les points de la courbe \mathcal{C}_f respectivement d'abscisses x et $-x$.

Déterminer l'abscisse du point A afin que l'aire du triangle OAB soit maximale.

Indication : on pourra établir l'identité :

$$x^2 - x^4 = \frac{1}{4} - \left(x^2 - \frac{1}{2} \right)^2$$