Compiler exercice   Compiler correction   Plus d'option

Première S/Etude de suites

1. Suites : formules explicites :

Exercice 5090

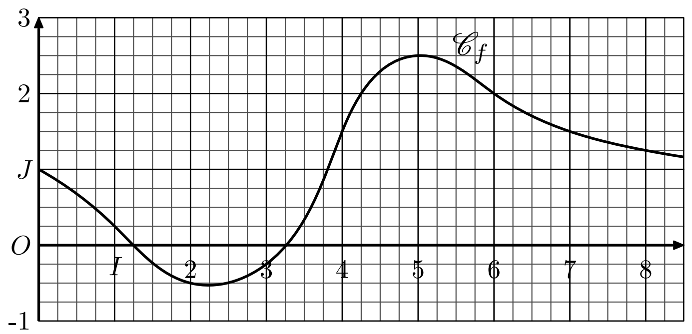
On considère l'algorithme suivant :

```
Pour i allant de 0 à 5
    a ← i×(i−1)
Fin Pour
```

1. Lors de l'exécution pas à pas de cet algorithme, donner les valeurs prises par la variable a.
2. Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les six premiers termes sont les valeurs affichées par l'algorithme.

Exercice 5089

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



On définie la suite (u_n) par la relation :
$u_n = f(n)$ pour tout entier $n\in\mathbb{N}$.

1. Justifier que le terme u_4 a pour valeur $\dfrac{3}{2}$.
2. Déterminer la valeur des termes :
u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4 ; u_5 ; u_6

Exercice 1585

Déterminer les 5 premiers termes des suites suivantes :

a. $u_n = 2{\cdot}n^2 - n + 1$

b. $v_n = \dfrac{2{\cdot}n+1}{2-3{\cdot}n}$

c. $w_n = \sqrt{3n+25}$

d. $x_n = 3{\cdot}\big[1+(-1)^n\big]+2$

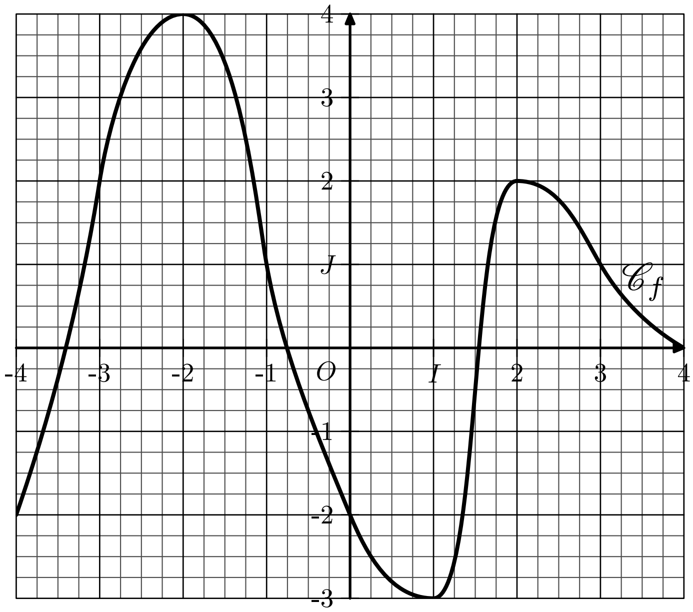
Exercice 2387

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :
$u_n = 5+2{\times}n$ pour tout entier naturel n.
   a. Exprimer la valeur u_{n-3} en fonction de n.
   b. Donner la forme simplifiée de $u_{n-3}+u_3$.
   c. Donner la forme simplifiée de $u_{n-5}+u_5$.
   d. Soit k et n deux entiers tels que $k\leqslant n$. Montrer que u_k+u_{n-k} a sa valeur indépendante de k.
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :
$v_n = 2n^2-3n+2$ pour tout entier naturel n.
On souhaite étudier la différence entre deux termes consécutifs de la suite (v_n) :
   a. Donner l'expression du terme v_{n+1} en fonction de n.
   b. Etudier la valeur de $v_{n+1}-v_n$ en fonction de n.

2. Suites : formules récurrentes :

Exercice 2978

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère la représentation $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$:



On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant les relations :

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad v_{n+1} = f(v_n) \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

vérifiant les conditions initiales suivantes :

$$u_0 = -1 \quad ; \quad v_0 = -4$$

Déterminer les 100 premiers termes de chacune de ces deux suites.

Exercice 2377

1. On définie la suite par récurrence $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la relation :

$$u_0=5 \quad ; \quad u_{n+1}=2{\cdot}u_n-1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

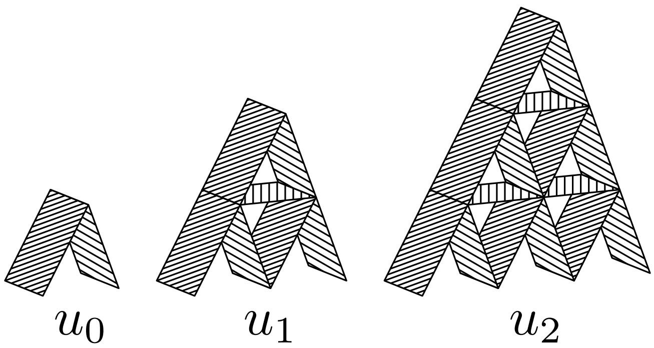
2. On définie la suite par récurrence $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ par la relation :

$$v_1=-2 \quad ; \quad v_{n+1}=\frac{1-v_n}{n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 2986

On considère la construction d'un château de cartes :



On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désignant le nombre de cartes utilisées dans la construction du château à l'étape n.

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Pour tout entier naturel n, déterminer une expression du terme u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n et du rang n.
3. A quel étape de construction peut-on arriver avec deux jeux de 72 cartes?

Exercice 5041

Justifier que, dans chaque question, les informations ci-dessous ne définissent pas de suites :

a. $u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 3 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$

b. $u_0 = 1 \quad ; \quad u_1 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 3 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$

c. $u_0 = 3 \quad ; \quad u_n = 2{\cdot}u_{n-1} - 2 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$

d. $u_0 = -1 \quad ; \quad u_n = \dfrac{u_{n-1}-2}{u_{n-1}+1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$

Exercice 5091

On considère l'algorithme suivant :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
    a ← a×2
Fin Pour
```

1. Lors de son exécution pas à pas, indiquer les différentes valeurs prises par la variable a
2. Parmi les exrpressions choisies qu'elle*(s)* peuvent être l'expression d'une suite (u_n) afin que ses six premiers termes soient les valeurs prises par la variable a lors de l'exécution de l'algorithme précédent :

a. $u_n = 2{\cdot}n, \quad \forall n\in\mathbb{N}$

b. $u_n = 2^n, \quad \forall n\in\mathbb{N}$

c. $u_n = 2^{n+1}, \quad \forall n\in\mathbb{N}$

d. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2{\cdot}u_n, \ \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$

e. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2{\cdot}u_{n+1}, \ \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$

f. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2{\cdot}u_{n-1}, \ \forall n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$

Exercice 5092

On considère l'algorithme suivant :

```
a ← −1
Pour i allant de 0 à 4
    a ← a×2−i+1
Fin Pour
```

1. Donner les différentes valeurs prises par la variable a lors d'une exécution pas à pas de cet algorithme.
2. Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les cinq premiers termes sont les différentes valeurs prises par la variable a lors de l'exécution de cet algorithme.

Exercice 5104

Dans chaque cas, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{2n^2+n+5}{n+1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$

b. $u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \dfrac{1}{2}{\cdot}u_n + 3 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$

c. $u_0 = -1 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + n - 2 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$

d. $u_0 = 2 \ ; \ u_1 = 3 \ ; \ u_{n+1} = u_n + 2{\cdot}u_{n-1} \text{ pour tout } n\in\mathbb{N}^*$

Exercice 5857

1. On considère la suite (u_n) définie par :

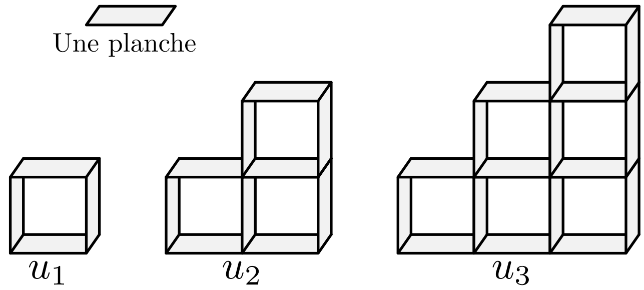
$$\begin{cases} u_0 = 3 \quad ; \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 2{\cdot}u_{n+1} + u_n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

Donner les cinq premiers termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie par :
$$v_0 = -3 \quad ; \quad v_{n+1} = n - 2 \cdot v_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$
Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 5858

On construit successivement un objet comme le représente le schéma ci-dessous :



Pour tout entier naturel n non-nul, on note u_n le nombre de planches nécessaires pour construire la figure à l'étape n.

Donner une relation de récurrence caractérisant la suite (u_n).

3. Reconnaissances du mode de génération d'une suite :

Exercice 2953

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence suivante :
$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1-u_n}{1+u_n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

2. Montrer qu'on a la relation suivante :
$$u_{n+2} = u_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

3. Que peut-on dire des termes de cette suite?

4. Déterminer la valeur des réels a et b vérifiant la relation suivante :
$$u_n = a \cdot \big[1 - (-1)^n\big] + b \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

4. Lien entre formule récurrente et formule explicite :

Exercice 2383

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$
Calculer les 4 premiers termes de la suite (u_n)

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est définie par la relation :
$$v_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}$$
Calculer les 4 premiers termes de la suite (v_n).

3. Faire une conjecture quant à l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

4. a. Donner en fonction de n, la valeur de :
$$v_{n+1} - \frac{1}{3}v_n$$
b. En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

5. Suites conjointes :

Exercice 5173

On considère les deux suites (a_n) et (b_n) définies conjointement par les relations :
$$\begin{cases} a_0 = 0{,}40 \\ b_0 = 0{,}41 \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_{n+1} = 0{,}6a_n + 0{,}3b_n \\ b_{n+1} = 0{,}3a_n + 0{,}6b_n \end{cases} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Donner la valeur exacte des trois premiers termes de chacune des suites (a_n) et (b_n).

2. On définit les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :
$$u_n = a_n + b_n \quad ; \quad v_n = b_n - a_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$
a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9. On précisera également le premier terme.
b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera les élèments caractéristiques.

6. Variations :

Exercice 5491

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$u_n = \frac{3^n}{2n+1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
   a. Simplifier l'expression : $\frac{u_{n+1}}{u_n}-1$.
   b. En déduire les variations de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$.
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$v_n = \frac{1-n}{1+n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
   a. Déterminer une expression simplifiée de $v_{n+1}-v_n$.
   b. En déduire les variations de la suite (v_n) sur $\mathbb{N}$.

Exercice 2522

1. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$u_n = \frac{5^n}{n+2} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
est une suite croissante sur $\mathbb{N}$.
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation explicite :
$$v_n = n^3 - 2n^2 - 3n$$
   a. Donner l'expression réduite de : $v_{n+1}-v_n$.
   b. En déduire que la suite (v_n) est croissante pour n supérieur à 2.

Exercice 3401

1. On considère la suite (u_n) définie par :
$$u_n = \frac{n^2+10}{2n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$
Justifier que (u_n) est croissante à partir du rang 3.
2. On considère la suite (v_n) définie par :
$$v_n = \frac{n}{2^{n+1}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$
Montrer que (v_n) est décroissante à partir du rang 2.

7. Variations : suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 6016

On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme 24 et de raison $\frac{1}{2}$.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n).
2. Exprimer la valeur du terme v_n en fonction de son rang n.
3. Démontrer que la suite (v_n) est décroissante.

Exercice 6015

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme 5 et de raison 2.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Exprimer la valeur du terme u_n en fonction de son rang n.
3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

Exercice 6653

Dans chaque cas, préciser, si possible, le sens de variation des suites :

1. (u_n) est une suite arithmétique dont le premier terme est positif et la raison négative.
2. (v_n) est une suite géométrique dont le premier terme est négatif et la raison est strictement supérieure à 1.
3. (w_n) est une suite géométrique dont le premier terme est positif et la raison est négative.

8. Variations : autres suites :

Exercice 5368

On considère la suite (u_n) définie par :
$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{3}{4}\cdot u_n + \frac{1}{2} \qquad \text{pour tout entier } n\in\mathbb{N}$$

1. On considère la suite (v_n) définie par la relation suivante pour tout entier naturel n :
$$v_n = \frac{1}{2}\cdot u_n - 1$$
   a. Etablir l'égalité ci-dessous pour tout entier naturel n :
$$v_{n+1} = \frac{3}{4}\cdot v_n$$
   b. Donner le sens de variation de la suite (v_n).
2. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Exercice 6042

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par la relation :
$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot u_n - 3 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. On définit la suite (v_n) sur $\mathbb{N}$ par la relation :
$$v_n = 2\cdot u_n + 12$$
   a. Démontrer la relation : $v_{n+1}=\frac{1}{2}\cdot v_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.
   b. Donner l'expression des termes de la suite (v_n) en fonction de n. Justifier votre démarche.

2. a. Justifier que pour tout entier naturel n, on a :
$u_n = 14\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 6$

b. En déduire le sens de variation de la suite (u_n)

9. Variations : suites explicites :

Exercice 2386

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est donné par la formule :
$u_n = n^2 - 7n + 1$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n											

2. Après avoir donner le tableau de variations de la fonction f dont l'image de x est défini par :
$f(x) = x^2 - 7x + 1$
Etablir que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 4.

Exercice 2382

1. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
$u_n = -2n^2 - 3n + 2 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Etudier la monotonie de chacune des suites ci-dessous, en étudiant la fonction f vérifiant la relation :
$u_n = f(n) \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

2. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
$v_n = \dfrac{2n^2+1}{2n+5} \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
On considère la fonction f définie par la relation :
$f(x) = \dfrac{2x^2+1}{2x+5}$

a. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f.

b. Etablir que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression sur $\mathcal{D}_f$:
$f'(x) = \dfrac{4x^2+20x-2}{(2x+5)^2}$

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

d. Justifier que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 1.

e. Peut-on dire que la suite (v_n) est croissante sur $\mathbb{N}$?

Exercice 2410

Déterminer la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite suivante :

$u_n = \dfrac{n^2-1}{\sqrt{n}} \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

10. Variations : quotient de termes consécutifs :

Exercice 2381

Dans cet exercice, on mettra en évidence la monotonie des suites par la méthode des quotients.

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$u_n = \dfrac{3^n}{4} \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.

Montrer que (u_n) est strictement croissante.

2. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
$v_n = \dfrac{n}{2^{n+1}} \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Montrer que (v_n) est strictement décroissante à partir du rang 2.

11. Variations : différence de termes consécutifs :

Exercice 5367

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :
$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - {u_n}^2 - 1 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4
u_n					

2. En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 2380

Dans cet exercice, on utilisera la méthode de la différence pour prouver la monotonie des suites :

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
$u_n = -32n + 102 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Montrer que cette suite est décroissante.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
$$v_n = \sqrt{2n-1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$
Montrer que cette suite est croissante.

3. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
$$w_n = 2n - \frac{25}{n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$
Montrer que la suite (w_n) est croissante.

12. Utilisation de suites auxiliaires :

Exercice 5107

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_n = \left(1+\frac{2}{n}\right)\cdot u_{n-1} + \frac{6}{n} \quad \text{pour } n\in\mathbb{N}^*$$

1. a. Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n							

b. Faire une conjecture sur la nature de la suite (d_n) définie par :
$$d_n = u_{n+1} - u_n$$

2. On considère la suite (v_n) définie par :
$$v_n = 4n^2 + 12n + 5 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

a. Donner l'expression simplifiée de l'expression v_{n+1} en fonction de n.

b. Simplifier l'expression de : $\left(1+\frac{2}{n+1}\right)\cdot v_n + \frac{6}{n+1}$.

(On utilisera la factorisation :
$$4x^3 + 24x^2 + 41x + 21 = (x+1)(4x^2+20x+21))$$

c. Que peut-on dire des suites (u_n) et (v_n).

Exercice 5973

1. a. On considère la suite (u_n) définie par la relation :
$$u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

b. On considère la suite (v_n) définie par la relation :
$$v_n = \frac{n}{n+1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n).

c. Quelle conjecture peut-on faire à propos des suites (u_n) et (v_n) ?

2. a. Simplifier l'expression suivante : $v_{n+1}\cdot(2-v_n)$

b. Justifier que les deux suites (u_n) et (v_n) sont égales.

13. Un peu plus loin :suites arithmético-géométriques :

Exercice 2408

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :
$$u_0 = 8 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 5 \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :
$$v_n = u_n + 10 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

a. Montrer que la suite (v_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n :
$$v_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot v_n$$

b. Donner la nature de la suite (v_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.

c. Donner la formule explicite donnant l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.

2. Déduire des questions précédentes, la formule explicite de la suite (u_n).

Exercice 6426

Soit (u_n) définie par son premier terme u_0 et, pour tout entier naturel n, par la relation :
$$u_{n+1} = a\cdot u_n + b \qquad \textit{(a et b réels non nuls tels que } a\neq 1\textit{)}$$
On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$

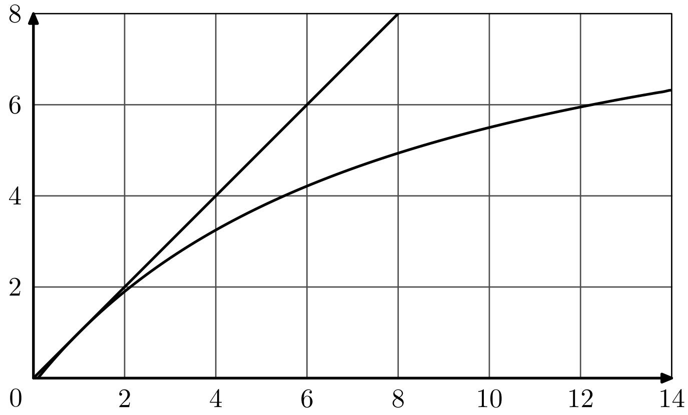
Démontrer que, la suite (v_n) est géométrique de raison a.

14. Un peu plus loin : suites homographiques :

Exercice 2454

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$u_0 = 14 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{10\cdot u_n - 1}{u_n + 8} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$
On admet que la suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ et que les termes de la suite sont strictement supérieur à 1.

1. On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :
$$f(x) = \frac{10x-1}{x+8}$$
ainsi que la représentation de la première bissectrice du plan :



Représenter sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :
$$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$
   a. Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a :
$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{9}$$
   b. Donner la formule explicite définissant chaque terme de la suite (v_n) en fonction du rang n.
   c. En déduire la formule explicite définissant chaque terme de la suite (u_n) en fonction du rang n.

Exercice 2414

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie :
$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{-u_n+6}{u_n-2} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).
2. Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :
$$v_n = \frac{u_n+2}{u_n-3} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$
   a. Déterminer les trois premiers termes de cette suite.
   b. Montrer que : $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = -\dfrac{1}{4}$
   c. En déduire la nature de la suite (v_n) ainsi que la formule explicite déterminant le terme de rang n en fonction de n.
3. a. Déterminer l'expression du terme u_n en fonction du terme v_n.
   b. En déduire la formule explicite définissant les termes de (u_n) en fonction de n.

15. Limites : premières notions :

Exercice 6029

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 5 et de raison $\frac{2}{3}$.

On note S_n la somme des $(n+1)$ premiers termes de la suite (u_n) : $\quad S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$

1. Justifier que la suite (S_n) est croissante.
2. Donner l'expression du terme S_n en fonction de n.
3. a. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs au millième près :

n	0	1	2	10	20	24
S_n						

   b. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur des termes de la suite (S_n) lorsque la valeur de n devient très grand?

Exercice 6013

Un coureur se lance un défi : il souhaite faire le tour de l'Europe.
Le premier jour, il parcourt $50\,km$. Par la fatigue, de jour en jour, sa distance parcourue quotidiennement se réduit de 1 %.

On note u_n la longueur parcourue par le coureur le n-ième jour. En supposant ue le coureur poursuit indéfiniment sa course, on obtient une suite (u_n) définie pour tout entier naturel non-nul.

1. Déterminer la valeur des quatre permiers termes de la suite (u_n).
2. a. Quelle est la nature de la suite (u_n)? Donner les élèments caractéristiques de la suite (u_n).
   b. Exprimer le terme u_n en fonction du rang n.
   c. Quelle distance sera parcourue par le coureur le 100^e jour? On arrondira la valeur au dixième de kilomètre.
3. On note S la somme des n premiers termes de la suite (u_n) : $\quad S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$
   a. Exprimer la somme S_n en fonction du rang n.
   b. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième de kilomètres :

n	10	100	500	750	1000
u_n					

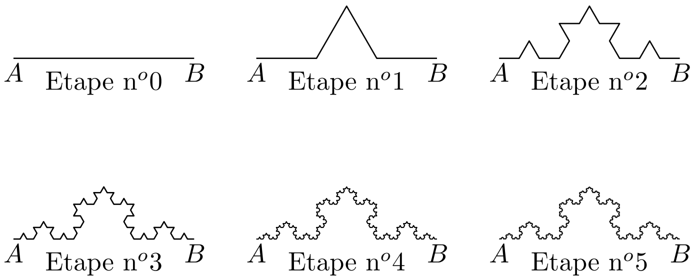
   c. Quelle conjecture peut-on faire sur la limite de la somme S_n quand la valeur de n devient de plus en plus grand?

Exercice 6014

On construit le flocon de Heige Von Koch de la manière suivante :

- On part d'un segment $[AB]$ de longueur $9\,cm$.
- Pour passer d'une étape à la suivante, en découpant chaque segment présent sur la figure en trois parties égales, puis en enlevant le segment "*central*" et en y construisant un triangle isocèle rectangle.

Voici la représentation des 6 premières étapes de cette construction :



A chaque étape n, on note u_n la longueur de la "*ligne brisée*" ainsi obtenue. On construit ainsi une suite de nombres (u_n) définie pour tout entier naturel n.

1. Déterminer la mesure des trois premiers termes de la suite (u_n).
2. a. A l'étape n, exprimer le nombre de segments s_n formant la "*ligne brisée*" en fonction de n.

   b. A l'étape n, exprimer la longueur ℓ_n de chacun des segments formant la "*ligne brisée*" en fonction de n.
3. On note L_n la longueur de la "*ligne brisée*" à l'étape n. On obtient ainsi une suite (L_n) de termes numériques définie pour tout entier naturel n.

   a. Exprimer chaque terme de la suite (L_n) en fonction de son rang n.

   b. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au centième de centimètre près :

n	0	1	10	20	30
L_n					

255. Exercices non-classés :

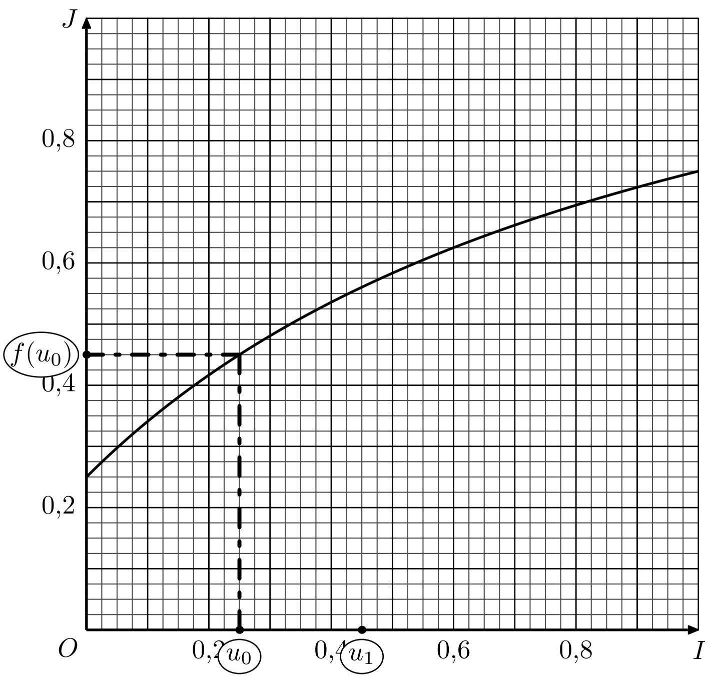
Exercice 6635

On considère la fonction f définie sur $[0\,;1]$ par la relation :
$$f(x) = \frac{5}{4} - \frac{1}{x+1}$$

1. a. Etablir les valeurs suivantes :
$$f\Big(\frac{1}{4}\Big) = \frac{9}{20} \quad ; \quad (f\circ f)\Big(\frac{1}{4}\Big) = \frac{65}{116}$$

   b. Déterminer la valeur de : $(f\circ f\circ f)\Big(\frac{1}{4}\Big)$

Ci-dessous est donnée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



2. a. Donner les valeurs approchées au millième près des nombres suivants :

   - $u_0 = \dfrac{1}{4} = \ldots\ldots$
   - $u_1 = \dfrac{9}{20} \approx \ldots\ldots$
   - $u_2 = \dfrac{65}{116} \approx \ldots\ldots$
   - $u_3 = \dfrac{441}{724} \approx \ldots\ldots$

   b. Placer les valeurs u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses.

   c. Placer les valeurs $f(u_1)$, $f(u_2)$ et $f(u_3)$ sur l'axe des ordonnées.
3. a. Tracer le segment reliant les deux points $A_1(u_1\,;0)$ et $B_1(0\,;f(u_0))$.
Quelle est la nature du triangle OA_1B_1.

   b. Pour i allant de 1 à 3, on définit les points :
   $A_i(u_i\,;0)$ et $B_i\big(0\,;f(u_{i-1})\big)$
   De quelles natures sont les triangles OA_iB_i?

   c. Placer les nombres u_4 et u_5 sur l'axe des abscisses définis par les relations :
   $f(u_3) = u_4 \quad ; \quad f(u_4) = u_5$
4. *Génération des termes de la suite :*

   a. Saisir et exécuter ce programme dans le langage de programmation de votre choix.

```
x ← 0,25
Pour i allant de 0 à 100
    x ← 5/4 − 1/(x+1)
Fin Pour
```

   En fin d'exécution, quelle est la valeur de la variable x?

   b. Quelle conjecture peut-on faire sur les termes de cette suite?

Exercice 6645

On considère trois suites (u_n), (v_n) et (t_n) dont les premiers termes ont été donnés dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D
1	n	u_n	v_n	t_n
2	0	3	5	6
3	1	7	8	4
4	2	15	10	-8
5	3	31	11	-16
6	4	63	11	0
7	5	255	10	32

1. Vérifier que les formules ci-dessous sont vérifiées par les valeurs du tableau :
   - $B5\!=\!2*B4\!+\!1$
   - $C3\!=\!C2\!-\!A2\!+\!3$
   - $D6\!=\!D5\!-\!2*D4$

2. Utiliser ces formules pour en déduire la formule de récurrence définissant chacun des termes de ces suites.

Exercice 6668

1. On considère la suite (u_n) définie par :
   $u_0 = 2$; $u_{n+1} = 3{\cdot}u_n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

   a. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

   On définit la suite (a_n) définie par la relation :
   $a_n = u_n + \dfrac{1}{2}$

   b. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $a_{n+1} = 3{\cdot}a_n$

   c. Quelle est la nature de la suite (a_n) ? Donner les valeurs de ses éléments caractéristiques.

   d. En remarquant l'égalité $u_{n+1} - u_n = a_{n+1} - a_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, en déduire le sens de variation de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie par :
   $v_0 = 1$; $v_{n+1} = v_n + 2{\cdot}n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

   a. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).

   b. Quelle conjecture peut-on émettre sur les termes de la suite (v_n) ?

   On définit la suite (w_n) définie par :
   $w_n = v_{n+1} - v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

   c. Justifier que la suite (w_n) est une suite arithmétique. On précisera les élèments caractéristiques de cette suite.

   d. Déterminer l'expression de la somme S des n premiers termes de la suite (w_n).

   e. En remarquant l'égalité $\left(\sum_{k=0}^{n-1} w_k\right) + v_0 = v_n$, en déduire l'expression du terme v_n en fonction de n.

   f. Confirmer la conjecture faite à la question b..

