

Première S / Etude de suites

1. Suites : formules explicites :

Exercice 5090



On considère l'algorithme suivant :

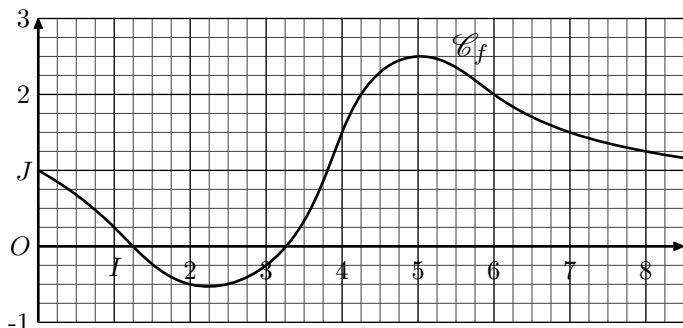
```
Pour i allant de 0 à 5
  a ← i × (i - 1)
Fin Pour
```

- Lors de l'exécution pas à pas de cet algorithme, donner les valeurs prises par la variable a .
- Donner l'expression d'une suite (u_n) dont les six premiers termes sont les valeurs affichées par l'algorithme.

Exercice 5089



On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous :



On définit la suite (u_n) par la relation :
 $u_n = f(n)$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$.

- Justifier que le terme u_4 a pour valeur $\frac{3}{2}$.

2. Suites : formules récurrentes :

Exercice 2978



Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère la représentation \mathcal{C}_f d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4; 4]$:

- Déterminer la valeur des termes :

$$u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4 ; u_5 ; u_6$$

Exercice 1585



Déterminer les 5 premiers termes des suites suivantes :

- $u_n = 2 \cdot n^2 - n + 1$
- $v_n = \frac{2 \cdot n + 1}{2 - 3 \cdot n}$
- $w_n = \sqrt{3n + 25}$
- $x_n = 3 \cdot [1 + (-1)^n] + 2$

Exercice 2387



- On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :

$$u_n = 5 + 2 \times n \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

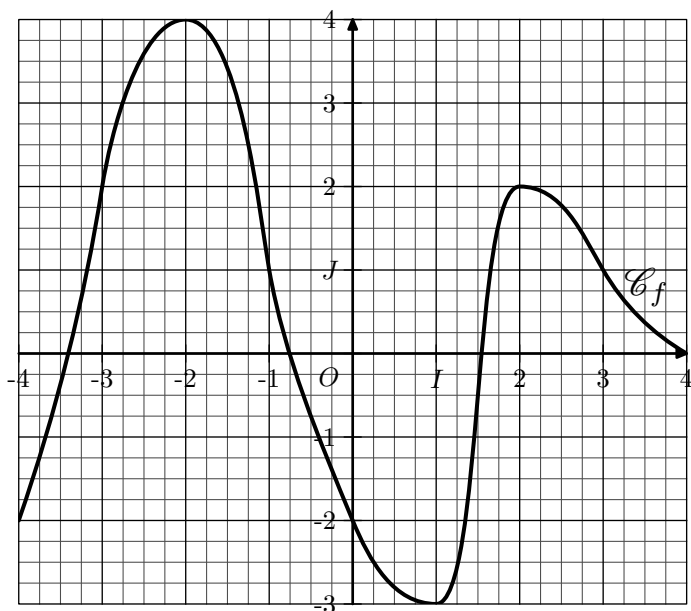
- Exprimer la valeur u_{n-3} en fonction de n .
- Donner la forme simplifiée de $u_{n-3} + u_3$.
- Donner la forme simplifiée de $u_{n-5} + u_5$.
- Soit k et n deux entiers tels que $k \leq n$. Montrer que $u_k + u_{n-k}$ a sa valeur indépendante de k .

- On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :

$$v_n = 2n^2 - 3n + 2 \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

On souhaite étudier la différence entre deux termes consécutifs de la suite (v_n) :

- Donner l'expression du terme v_{n+1} en fonction de n .
- Etudier la valeur de $v_{n+1} - v_n$ en fonction de n .



On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifiant les relations :

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad v_{n+1} = f(v_n) \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

vérifiant les conditions initiales suivantes :

$$u_0 = -1 \quad ; \quad v_0 = -4$$

Déterminer les 100 premiers termes de chacune de ces deux suites.

Exercice 2377

1. On définit la suite par récurrence $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par la relation :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) .

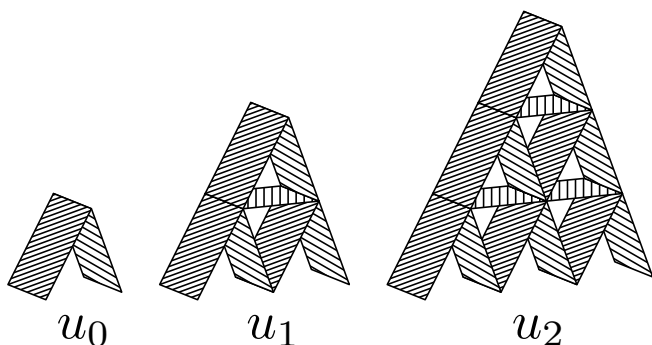
2. On définit la suite par récurrence $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ par la relation :

$$v_1 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1 - v_n}{n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) .

Exercice 2986

On considère la construction d'un château de cartes :



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ désignant le nombre de cartes utilisées dans la construction du château à l'étape n .

- Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .
- Pour tout entier naturel n , déterminer une expression du terme u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n et du rang n .
- A quel étape de construction peut-on arriver avec deux jeux de 72 cartes ?

Exercice 5041

Justifier que, dans chaque question, les informations ci-dessous ne définissent pas de suites :

- $u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$
- $u_0 = 1 \quad ; \quad u_1 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$
- $u_0 = 3 \quad ; \quad u_n = 2 \cdot u_{n-1} - 2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$
- $u_0 = -1 \quad ; \quad u_n = \frac{u_{n-1} - 2}{u_{n-1} + 1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$

Exercice 5091



On considère l'algorithme suivant :

```

a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
    a ← a × 2
Fin Pour
    
```

- Lors de son exécution pas à pas, indiquer les différentes valeurs prises par la variable a
- Parmi les expressions choisies qu'elle(s) peuvent être l'expression d'une suite (u_n) afin que ses six premiers termes soient les valeurs prises par la variable a lors de l'exécution de l'algorithme précédent :

- $u_n = 2 \cdot n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $u_n = 2^n, \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $u_n = 2^{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 \cdot u_n, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2 \cdot u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$
- $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2 \cdot u_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Exercice 5092



On considère l'algorithme suivant :

```

a ← -1
Pour i allant de 0 à 4
    a ← a × 2 - i + 1
Fin Pour
    
```

- Donner les différentes valeurs prises par la variable a lors d'une exécution pas à pas de cet algorithme.
- Donner l'expression d'une suite dont les cinq premiers termes soient les différentes valeurs prises par la variable a lors de l'exécution de cet algorithme.

Exercice 5104



Dans chaque cas, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

- $u_n = \frac{2n^2 + n + 5}{n + 1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$
- $u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot u_n + 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$
- $u_0 = -1 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + n - 2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$
- $u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + 2 \cdot u_{n-1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$

Exercice 5857



1. On considère la suite (u_n) définie par :

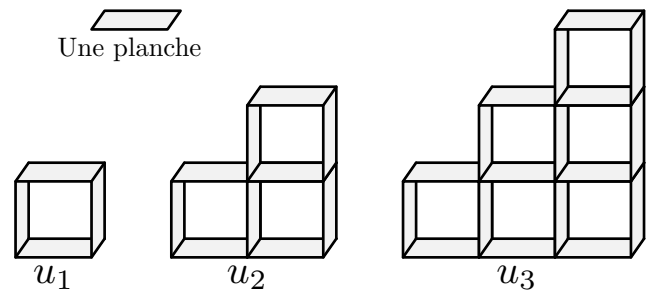
$$\begin{cases} u_0 = 3 \quad ; \quad u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 2 \cdot u_{n+1} + u_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Donner les cinq premiers termes de la suite (u_n) .

2. On considère la suite (v_n) définie par :
 $v_0 = -3$; $v_{n+1} = n - 2 \cdot v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n) .


Exercice 5858 

On construit successivement un objet comme le représente le schéma ci-dessous :



Pour tout entier naturel n non-nul, on note u_n le nombre de planches nécessaires pour construire la figure à l'étape n .
 Donner une relation de récurrence caractérisant la suite (u_n) .

3. Reconnaissances du mode de génération d'une suite :

Exercice 2953 

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence suivante :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1 - u_n}{1 + u_n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) .

2. Montrer qu'on a la relation suivante :
 $u_{n+2} = u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

3. Que peut-on dire des termes de cette suite?

4. Déterminer la valeur des réels a et b vérifiant la relation suivante :

$$u_n = a \cdot [1 - (-1)^n] + b \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

4. Lien entre formule récurrente et formule explicite :

Exercice 2383 

1. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :

$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Calculer les 4 premiers termes de la suite (u_n)

2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est définie par la relation :

$$v_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}$$

Calculer les 4 premiers termes de la suite (v_n) .

3. Faire une conjecture quant à l'égalité des suites (u_n) et (v_n) .

4. a. Donner en fonction de n , la valeur de :

$$v_{n+1} - \frac{1}{3}v_n$$

- b. En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n) .

5. Suites conjointes :

Exercice 5173 

On considère les deux suites (a_n) et (b_n) définies conjointement par les relations :

$$\begin{cases} a_0 = 0,40 \\ b_0 = 0,41 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} a_{n+1} = 0,6a_n + 0,3b_n \\ b_{n+1} = 0,3a_n + 0,6b_n \end{cases} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Donner la valeur exacte des trois premiers termes de chacune des suites (a_n) et (b_n) .

2. On définit les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur \mathbb{N} par :

$$u_n = a_n + b_n \quad ; \quad v_n = b_n - a_n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9. On précisera également le premier terme.

- b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.

6. Variations :

Exercice 5491 

1. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \frac{3^n}{2n+1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- Simplifier l'expression : $\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1$.
- En déduire les variations de la suite (u_n) sur \mathbb{N} .

2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$v_n = \frac{1-n}{1+n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- Déterminer une expression simplifiée de $v_{n+1} - v_n$.
- En déduire les variations de la suite (v_n) sur \mathbb{N} .

Exercice 2522 

1. Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \frac{5^n}{n+2} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

est une suite croissante sur \mathbb{N} .

2. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation explicite :

$$v_n = n^3 - 2n^2 - 3n$$

- Donner l'expression réduite de : $v_{n+1} - v_n$.
- En déduire que la suite (v_n) est croissante pour n supérieur à 2.

Exercice 3401 

1. On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_n = \frac{n^2 + 10}{2n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Justifier que (u_n) est croissante à partir du rang 3.

2. On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_n = \frac{n}{2n+1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Montrer que (v_n) est décroissante à partir du rang 2.

7. Variations : suites arithmétiques et géométriques :**Exercice 6016** 

On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme 24 et de raison $\frac{1}{2}$.

- Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n) .
- Exprimer la valeur du terme v_n en fonction de son rang n .
- Démontrer que la suite (v_n) est décroissante.

Exercice 6015 

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme 5 et de raison 2.

- Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

2. Exprimer la valeur du terme u_n en fonction de son rang n .

3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

Exercice 6653 

Dans chaque cas, préciser, si possible, le sens de variation des suites :

- (u_n) est une suite arithmétique dont le premier terme est positif et la raison négative.
- (v_n) est une suite géométrique dont le premier terme est négatif et la raison est strictement supérieure à 1.
- (w_n) est une suite géométrique dont le premier terme est positif et la raison est négative.

8. Variations : autres suites :**Exercice 5368** 

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{3}{4} \cdot u_n + \frac{1}{2} \quad \text{pour tout entier } n \in \mathbb{N}$$



1. On considère la suite (v_n) définie par la relation suivante pour tout entier naturel n :

$$v_n = \frac{1}{2} \cdot u_n - 1$$

- Etablir l'égalité ci-dessous pour tout entier naturel n :

$$v_{n+1} = \frac{3}{4} \cdot v_n$$
- Donner le sens de variation de la suite (v_n) .

2. En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .

Exercice 6042  

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par la relation :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot u_n - 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. On définit la suite (v_n) sur \mathbb{N} par la relation :

$$v_n = 2 \cdot u_n + 12$$

- Démontrer la relation : $v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- Donner l'expression des termes de la suite (v_n) en fonction de n . Justifier votre démarche.

2. a. Justifier que pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = 14 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 6$$

- b. En déduire le sens de variation de la suite (u_n)

9. Variations: suites explicites :

Exercice 2386

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est donné par la formule :

$$u_n = n^2 - 7n + 1$$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n											

2. Après avoir donné le tableau de variations de la fonction f dont l'image de x est défini par :

$$f(x) = x^2 - 7x + 1$$

Etablir que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 4.

Exercice 2382

1. La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par :

$$u_n = -2n^2 - 3n + 2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Etudier la monotonie de chacune des suites ci-dessous, en étudiant la fonction f vérifiant la relation :

$$u_n = f(n) \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

2. La suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par :

$$v_n = \frac{2n^2 + 1}{2n + 5} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{2x + 5}$$

- a. Donner l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de la fonction f .
- b. Etablir que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression sur \mathcal{D}_f :
- $$f'(x) = \frac{4x^2 + 20x - 2}{(2x + 5)^2}$$
- c. Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- d. Justifier que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 1.
- e. Peut-on dire que la suite (v_n) est croissante sur \mathbb{N} ?

Exercice 2410

Déterminer la monotonie de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la formule explicite suivante :

$$u_n = \frac{n^2 - 1}{\sqrt{n}} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

10. Variations: quotient de termes consécutifs :

Exercice 2381

Dans cet exercice, on mettra en évidence la monotonie des suites par la méthode des quotients.

1. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \frac{3^n}{4} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

Montrer que (u_n) est strictement croissante.

2. La suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par :

$$v_n = \frac{n}{2^{n+1}} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Montrer que (v_n) est strictement décroissante à partir du rang 2.

11. Variations: différence de termes consécutifs :

Exercice 5367

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - u_n^2 - 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4
u_n					

2. En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 2380

Dans cet exercice, on utilisera la méthode de la différence pour prouver la monotonie des suites :

1. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$$u_n = -32n + 102 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Montrer que cette suite est décroissante.

2. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$$v_n = \sqrt{2n-1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Montrer que cette suite est croissante.

3. Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$$w_n = 2n - \frac{25}{n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Montrer que la suite (w_n) est croissante.

12. Utilisation de suites auxiliaires :

Exercice 5107



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdot u_{n-1} + \frac{6}{n} \quad \text{pour } n \in \mathbb{N}^*$$

1. a. Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n							

- b. Faire une conjecture sur la nature de la suite (d_n) définie par :

$$d_n = u_{n+1} - u_n$$

2. On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_n = 4n^2 + 12n + 5 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

- a. Donner l'expression simplifiée de l'expression v_{n+1} en fonction de n .

- b. Simplifier l'expression de : $\left(1 + \frac{2}{n+1}\right) \cdot v_n + \frac{6}{n+1}$.
(On utilisera la factorisation :

$$4x^3 + 24x^2 + 41x + 21 = (x+1)(4x^2 + 20x + 21)$$

- c. Que peut-on dire des suites (u_n) et (v_n) .

Exercice 5973



1. a. On considère la suite (u_n) définie par la relation :

$$u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

- b. On considère la suite (v_n) définie par la relation :

$$v_n = \frac{n}{n+1} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) .

- c. Quelle conjecture peut-on faire à propos des suites (u_n) et (v_n) ?

2. a. Simplifier l'expression suivante : $v_{n+1} \cdot (2 - v_n)$

- b. Justifier que les deux suites (u_n) et (v_n) sont égales.

13. Un peu plus loin : suites arithmético-géométriques :

Exercice 2408



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$u_0 = 8 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 5 \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$v_n = u_n + 10 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- a. Montrer que la suite (v_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n :

$$v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$$

- b. Donner la nature de la suite (v_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.

- c. Donner la formule explicite donnant l'expression du terme v_n en fonction de son rang n .

2. Dédurre des questions précédentes, la formule explicite de la suite (u_n) .

Exercice 6426



Soit (u_n) définie par son premier terme u_0 et, pour tout entier naturel n , par la relation :

$$u_{n+1} = a \cdot u_n + b \quad (a \text{ et } b \text{ réels non nuls tels que } a \neq 1)$$

On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$

Démontrer que, la suite (v_n) est géométrique de raison a .

14. Un peu plus loin : suites homographiques :

Exercice 2454



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

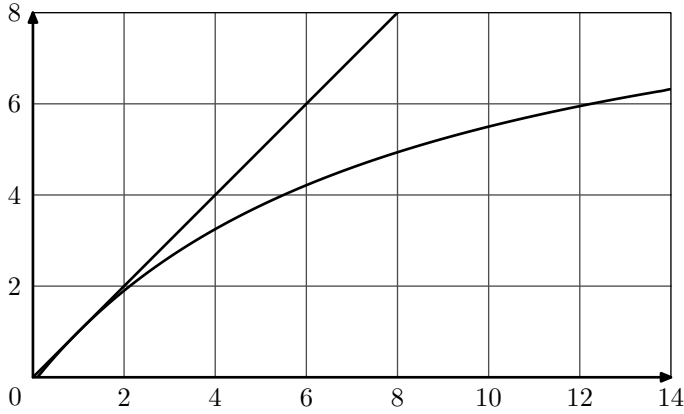
$$u_0 = 14 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{10 \cdot u_n - 1}{u_n + 8} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

On admet que la suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} et que les termes de la suite sont strictement supérieur à 1.

1. On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{10x - 1}{x + 8}$$

ainsi que la représentation de la première bissectrice du plan :



Représenter sur l'axe des abscisses les cinq premiers termes de la suite.

2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

- a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{9}$$

- b. Donner la formule explicite définissant chaque terme de la suite (v_n) en fonction du rang n .
- c. En déduire la formule explicite définissant chaque terme de la suite (u_n) en fonction du rang n .

Exercice 2414



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie :

$$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{-u_n + 6}{u_n - 2} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

1. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n) .
2. Soit la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 3} \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

- a. Déterminer les trois premiers termes de cette suite.
- b. Montrer que : $\frac{v_{n+1}}{v_n} = -\frac{1}{4}$
- c. En déduire la nature de la suite (v_n) ainsi que la formule explicite déterminant le terme de rang n en fonction de n .
3. a. Déterminer l'expression du terme u_n en fonction du terme v_n .
- b. En déduire la formule explicite définissant les termes de (u_n) en fonction de n .

15. Limites: premières notions :

Exercice 6029



On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 5 et de raison $\frac{2}{3}$.

On note S_n la somme des $(n+1)$ premiers termes de la suite (u_n) : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1} + u_n$

1. Justifier que la suite (S_n) est croissante.
2. Donner l'expression du terme S_n en fonction de n .
3. a. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs au millième près :

n	0	1	2	10	20	24
S_n						

- b. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur des termes de la suite (S_n) lorsque la valeur de n devient très grand?

Exercice 6013



Un coureur se lance un défi: il souhaite faire le tour de l'Europe.

Le premier jour, il parcourt 50 km. Par la fatigue, de jour en jour, sa distance parcourue quotidiennement se réduit de 1%.

On note u_n la longueur parcourue par le coureur le n -ième jour. En supposant que le coureur poursuit indéfiniment sa

course, on obtient une suite (u_n) définie pour tout entier naturel non-nul.

1. Déterminer la valeur des quatre premiers termes de la suite (u_n) .
2. a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n) .
- b. Exprimer le terme u_n en fonction du rang n .
- c. Quelle distance sera parcourue par le coureur le 100^e jour? On arrondira la valeur au dixième de kilomètre.
3. On note S la somme des n premiers termes de la suite (u_n) : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

- a. Exprimer la somme S_n en fonction du rang n .
- b. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième de kilomètre :

n	10	100	500	750	1000
u_n					

- c. Quelle conjecture peut-on faire sur la limite de la somme S_n quand la valeur de n devient de plus en plus grand?

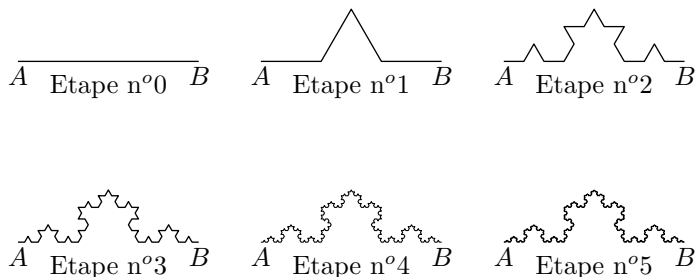
Exercice 6014



On construit le flocon de Heige Von Koch de la manière suivante :

- On part d'un segment $[AB]$ de longueur 9 cm .
- Pour passer d'une étape à la suivante, en découpant chaque segment présent sur la figure en trois parties égales, puis en enlevant le segment "central" et en y construisant un triangle isocèle rectangle.

Voici la représentation des 6 premières étapes de cette construction :



A chaque étape n , on note u_n la longueur de la "ligne brisée" ainsi obtenue. On construit ainsi une suite de nombres (u_n) définie pour tout entier naturel n .

255. Exercices non-classés :

Exercice 6635



On considère la fonction f définie sur $[0; 1]$ par la relation :

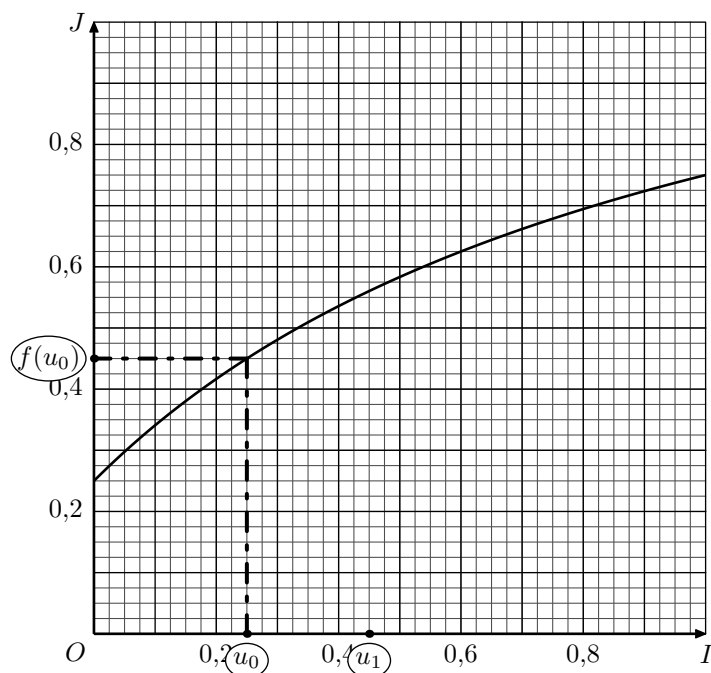
$$f(x) = \frac{5}{4} - \frac{1}{x+1}$$

1. a. Etablir les valeurs suivantes :

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{20} \quad ; \quad (f \circ f)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{65}{116}$$

- b. Déterminer la valeur de : $(f \circ f \circ f)\left(\frac{1}{4}\right)$

Ci-dessous est donnée la courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction f dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé :



2. a. Donner les valeurs approchées au millième près des nombres suivants :

1. Déterminer la mesure des trois premiers termes de la suite (u_n) .

2. a. A l'étape n , exprimer le nombre de segments s_n formant la "ligne brisée" en fonction de n .

- b. A l'étape n , exprimer la longueur ℓ_n de chacun des segments formant la "ligne brisée" en fonction de n .

3. On note L_n la longueur de la "ligne brisée" à l'étape n . On obtient ainsi une suite (L_n) de termes numériques définie pour tout entier naturel n .

- a. Exprimer chaque terme de la suite (L_n) en fonction de son rang n .

- b. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au centième de centimètre près :

n	0	1	10	20	30
L_n					

• $u_0 = \frac{1}{4} = \dots\dots$ • $u_1 = \frac{9}{20} \approx \dots\dots$

• $u_2 = \frac{65}{116} \approx \dots\dots$ • $u_3 = \frac{441}{724} \approx \dots\dots$

- b. Placer les valeurs u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses.

- c. Placer les valeurs $f(u_1)$, $f(u_2)$ et $f(u_3)$ sur l'axe des ordonnées.

3. a. Tracer le segment reliant les deux points $A_1(u_1; 0)$ et $B_1(0; f(u_0))$.

Quelle est la nature du triangle OA_1B_1 .

- b. Pour i allant de 1 à 3, on définit les points :

$$A_i(u_i; 0) \text{ et } B_i(0; f(u_{i-1}))$$

De quelles natures sont les triangles OA_iB_i ?

- c. Placer les nombres u_4 et u_5 sur l'axe des abscisses définis par les relations :

$$f(u_3) = u_4 \quad ; \quad f(u_4) = u_5$$

4. Génération des termes de la suite :

- a. Saisir et exécuter ce programme dans le langage de programmation de votre choix.

```
x ← 0,25
Pour i allant de 0 à 100
  x ← 5/4 - 1/(x+1)
Fin Pour
```

En fin d'exécution, quelle est la valeur de la variable x ?

- b. Quelle conjecture peut-on faire sur les termes de cette suite?

Exercice 6645



On considère trois suites (u_n) , (v_n) et (t_n) dont les premiers termes ont été donnés dans la feuille de calcul ci-dessous :

	A	B	C	D
1	n	u_n	v_n	t_n
2	0	3	5	6
3	1	7	8	4
4	2	15	10	-8
5	3	31	11	-16
6	4	63	11	0
7	5	255	10	32

1. Vérifier que les formules ci-dessous sont vérifiées par les valeurs du tableau :

● $B_5 = 2 * B_4 + 1$ ● $C_3 = C_2 - A_2 + 3$ ● $D_6 = D_5 - 2 * D_4$

2. Utiliser ces formules pour en déduire la formule de récurrence définissant chacun des termes de ces suites.

Exercice 6668 

1. On considère la suite (u_n) définie par :
 $u_0 = 2$; $u_{n+1} = 3 \cdot u_n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

On définit la suite (a_n) définie par la relation :

$$a_n = u_n + \frac{1}{2}$$

- b. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $a_{n+1} = 3 \cdot a_n$
- c. Quelle est la nature de la suite (a_n) ? Donner les valeurs de ses éléments caractéristiques.
- d. En remarquant l'égalité $u_{n+1} - u_n = a_{n+1} - a_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, en déduire le sens de variation de la suite (u_n) .

2. On considère la suite (v_n) définie par :
 $v_0 = 1$; $v_{n+1} = v_n + 2 \cdot n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- a. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) .
- b. Quelle conjecture peut-on émettre sur les termes de la suite (v_n) ?

On définit la suite (w_n) définie par :
 $w_n = v_{n+1} - v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- c. Justifier que la suite (w_n) est une suite arithmétique. On précisera les éléments caractéristiques de cette suite.
- d. Déterminer l'expression de la somme S des n premiers termes de la suite (w_n) .
- e. En remarquant l'égalité $\left(\sum_{k=0}^{n-1} w_k\right) + v_0 = v_n$, en déduire l'expression du terme v_n en fonction de n .
- f. Confirmer la conjecture faite à la question b.