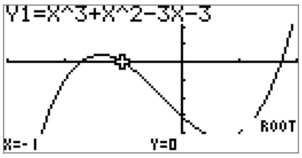
Compiler exercice Compiler correction Plus d'option

Première S/En plus

1. Calculatrice et second degré :

Exercice 4641

1. On considère le polynôme x^3+x^2-3x-3 dont la représentation est donnée ci-contre :



   a. L'affichage de la calculatrice une racine entière de ce polynôme. En déduire une factorisation de ce polynôme de la forme :
   $$x^3+x^2-3x-3=\big(x-\alpha\big)\big(\beta{\cdot}x^2+\gamma{\cdot}x+\delta\big)$$

   b. Réaliser la factorisation de ce polynôme en produit de facteurs du premier degré.

2. En suivant le raisonnement de la question précédente, réaliser la factorisation des polynômes suivants en produit de facteurs du premier degré :

   a. $2x^3-2x^2-x+1$ b. x^3+2x^2-2x-4

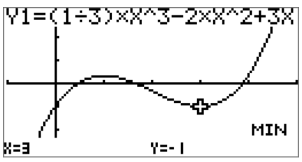
   c. $2x^3+3x^2-4x+1$ f. $-x^3-4x^2-3x+2$

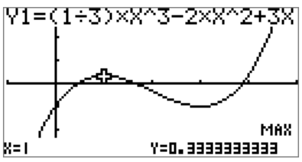
   g. $-2x^3-2x^2+3x+1$ h. x^3+3x^2-2

2. Calculatrice et dérivée :

Exercice 4642

1. On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x réel est définie par la relation :
   $$f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$$
   Voici deux captures d'écran de la représentation graphique de cette fonction sur l'écran d'une calculatrice présentant le minimum et le maximum local de cette fonction :





   Dresser, sans justification, le tableau de signe de la fonction dérivée f' de la fonction f.

2. A l'aide de la calculatrice et sans justification, dresser le tableau de signe associé aux dérivées des fonctions suivantes :

   a. $g(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x+2$

   b. $h(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+2$

   c. $j(x)=\frac{2}{3}x^3+x^2-4x-1$

   d. $k(x)=-\frac{4}{3}x^3-2x^2+1$

Exercice 4644

On considère la suite $\big(u_n\big)$ définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence suivante :

$$u_0=0\quad;\quad u_{n+1}=u_n-2n+11$$

1. a. A l'aide du logiciel de votre choix, tracer le nuage de points associé au 15 premiers termes de cette suite.

   b. Faire une conjecture quant à la nature de la courbe passant par ces points.

2. a. Déterminer la fonction f définie par un polynôme du second degré, vérifiant les relations :
   $$u_0=f(0)\quad;\quad u_1=f(1)\quad;\quad u_{11}=f(11)$$

   b. Donner l'expression réduite de l'expression :
   $$f(x{+}1)-f(x).$$

   c. Etablir l'expression des termes de la suite $\big(u_n\big)$ en fonction de leur rang n.

Exercice 4643

A l'aide de la calculatrice et sans justification, pour chacune des fonctions ci-dessous, dresser le tableau de signe de la fonction dérivée associée :

a. $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ b. $g(x)=\dfrac{4}{x^2+2x+3}$

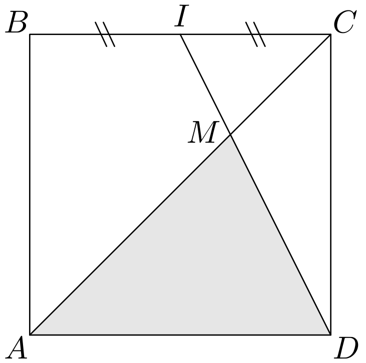
c. $h(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x-3}$ d. $j(x)=\dfrac{x-5}{-x^2+4x+4}$

3. Autour des aires :

Exercice 6575

On considère le carré $ABCD$ représenté ci-contre de côté 1.

Déterminer l'aire de la surface $\mathcal{S}$ grisée.



Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 6753

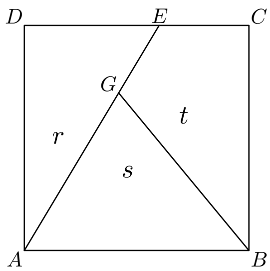
Le fabricant de cadenas de la marque "K" désire imprimer un logo pour son entreprise.
Ce logo a la forme d'une lettre majuscule K stylisée, inscrite dans un carré $ABCD$, de côté une unité de longueur, et respectant les conditions $C1$ et $C2$ suivantes :

- Condition $C1$: la letre K doit être constituée de trois lignes :
  - une des lignes est le segment $[AD]$;
  - une deuxième ligne a pour extrémités le point A et un point E du segment $[DC]$;
  - la troisième ligne a pour extrémité le point B et un point G situé sur la deuxième ligne.
- Condition $C2$: l'aire de chacune des trois surfaces délimitées par les trois lignes dessinées dans le carré doit être comprise entre 0,3 et 0,4, l'unité d'aire étant celle du carré. Ces aires sont notées r, s, t sur les figures ci-après.

Un atelier de design propose le dessin représenté ci-contre.
Pour mener l'étude qui suit, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AD}\right)$.
Les trois lignes sont des segments et les trois aires sont égales :

$$r = s = t = \frac{1}{3}$$

Déterminer les coordonnées des oints E et G.

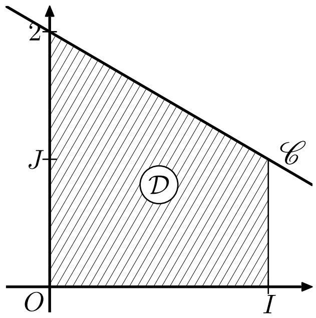


Exercice 6754

On considère la fonction f définie par :
$f(x) = 2 - x$ pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;1]$.

On admet que :
$f(x) > 0$, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;1]$.

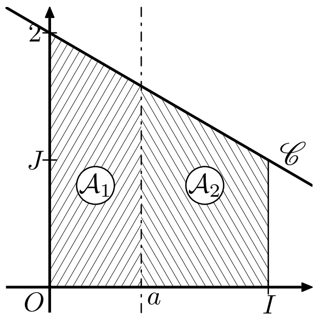
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé, et $\mathcal{D}$ le domaine plan compris d'une part entre l'axe des abscisses et la courbe $\mathscr{C}$, d'autre part entre les droites d'équations $x=0$ et $x=1$. La courbe $\mathscr{C}$ et le domaine $\mathcal{D}$ sont représentés ci-contre.



Le but de cet exercice est de partager le domaine $\mathcal{D}$ en deux domaines de même aire, d'abord par une droite parallèle à l'axe des ordonnées *(partie* **A***)*, puis par une droite parallèle à l'axe des abscisses *(partie* **B***)*.

Partie A

Soit a un réel tel que $0 \leqslant a \leqslant 1$.
On note $\mathcal{A}_1$ l'aire du domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe (Ox), les droites d'équations $x=0$ et $x=a$, puis $\mathcal{A}_2$ celle du domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, (Ox) et les droites d'équation $x=a$ et $x=1$.
$\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ sont exprimées en unités d'aire.



Déterminer la valeur de a afin que les aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ soient égales.

Partie B

Soit b un réel positif.
Dans cette partie, on se propose de partager le domaine $\mathcal{D}$ en deux domaines de même aire par la droite d'équation $y=b$.
On admet qu'il existe un unique réel b positif solution.

Déterminer la valeur de b.

4. Adequation d'une loi de probabilité :

Exercice 4146

Une étude s'intéresse aux achats faits par des internatutes par l'intermédiare d'internet. Sur 1 000 internautes ayant acheté ce matériel, on a établi la statistique suivante :

	Sites européens	Site canadien	Site indien
Effectif d'acheteurs	335	310	355

1. On note respectivement f_1, f_2 et f_3 les fréquences associés aux effectifs précédents. On pose :

$$d^2=\sum_{k=1}^{k=3}\left(f_k-\frac{1}{3}\right)^2.$$

Calculer d^2 puis $1000{\cdot}d^2$.

2. On simule 3 000 fois l'expérience consistant à tirer un nombre au hasard parmi $\{1\,;\,2\,;\,3\}$ avec équiprobabilité. Pour chacune de ces simulations, on obtient une valeur de $1000{\cdot}d^2$. Voici les résultats :

Min.	Premier décile	Premier quartile	Médiane	Troisième quartile	Neuvième décile	Max.
0,000 5	0,076 3	0,211 1	0,488 45	0,940 1	1,5104	5,925 6

Au risque de 10 %, peut-on considérer que le choix d'un site européen, nord-américain ou asiatique se fait de manière équiprobable.

Exercice 4183

On dispose d'un dé en forme de tétraèdre régulier ; on souhaite savoir si le dé utilisé peut être considéré comme parfaitement équilibré. Pour cela, on numérote de 1 à 4 les quatre faces de ce dé, puis on lance ce dé 160 fois en notant le nombre n_i de fois où chaque face est cachée ; on obtient les résultats suivants :

Face i	1	2	3	4
Effectif n_i	34	48	46	32

On note f_i la fréquence relative à la face n_i et d^2_{obs} le réel :

$$\sum_{i=1}^{4}\left(f_i-\frac{1}{4}\right)^2$$

On simule ensuite 1 000 fois l'expérience consistant à tirer un chiffre au hasard 160 fois parmi l'ensemble $\{1\,;2\,;3\,;4\}$ puis, pour chaque simulation, on calcule :

$$d^2=\sum_{i=1}^{4}\left(F_i-\frac{1}{4}\right)^2$$

où F_i est la fréquence d'apparition du nombre i. Le 9^{e} décile de la série statistique des 1 000 valeurs de d^2 est égale à 0,009 8.

Au vu de l'expérience réalisée et au risque de 10 %, peut-on considérer le dé comme parfaitement équilibré?

5. Autres tirages : successifs avec remise :

Exercice 4164

On dispose de 26 cartes où sont écrites les 26 lettres de l'alphabet. On tire successivement et avec remise trois cartes de ce jeu. On suppose les différents tirages indépendants entre eux.

1. Combien de mots de trois lettres peut-on ainsi former?

2. a. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   A_1 : "*Le mot commence par la lettre B*".

   b. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   A_2 : "*La seconde lettre du mot est la lettre B*".

3. a. Déterminer la probabilité de l'évènement :
   B_1 : "*La première lettre du mot est la seule lettre B*"

   b. Quelle est la probabilité de l'évènement :
   C : "*Le mot contient une seule fois la lettre B*".

6. Autres tirages : successifs sans remise :

Exercice 3714

Une urne contient 10 boules blanches et n boules rouges, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2. On fait tirer à un joueur des boules de l'urne. A chaque tirage, toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées. Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 2 euros et pour chaque boule rouge tirée, il perd 3 euros.

On désigne par $\mathcal{X}$ la variable aléatoire correspondant au gain algébrique obtenu par le joueur.

Le joueur tire deux fois successivement et sans remise une boule de l'urne.

1. Démontrer que : $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}-1)=\dfrac{20{\cdot}n}{(n{+}10)(n{+}9)}$

2. Calculer, en fonction de n la probabilité correspondant aux deux autres valeurs prises par la variable $\mathcal{X}$.

3. Vérifier que l'espérance mahtématique de la variable aléatoire $\mathcal{X}$ vaut :
$$E(\mathcal{X})=\frac{-6n^2-14n+360}{(n+10)(n+9)}$$

4. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles l'espérance mathématique est strictement positive.

7. Autres tirages : simultanés :

Exercice 3744

On donnera les résultats sous forme de fraction et sous forme décimale approchée par défaut à 10^{-3} près.

Un enfant met 10 billes rouges et 3 billes vertes dans une boîte cubique.

Dans ce jeu, il choisit simultanément trois billes au hasard dans la boîte cubique et il regarde combien de billes rouges il a choisies. On appelle $\mathcal{X}$ la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.

1. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.
2. Calculer l'espérance mathématique de $\mathcal{X}$.

Exercice 4184

Une urne comporte cinq boules noires et trois boules rouges indiscernables au toucher. On extrait simultanément trois boules de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules noires et une boule rouge?

8. Autres tirages :

Exercice 4144

Un jeu consiste à tirer simultanément 4 boules indiscernables au toucher d'un sac contenant une boule noire et 9 boules blanches, puis à lancer un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

Si la boule noire est tirée, il faut obtenir un entier pair avec le dé pour gagner. Si la boule noire n'est pas tirée, il faut obtenir un six avec le dé pour gagner.

On appelle :

- N l'évènement : "*la boule noire figure parmi les boules tirées*" ;
- G l'évènement : "*le joueur gagne*".

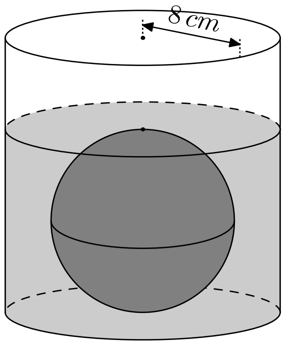
1. Déterminer la probabilité de l'évènement N.
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement G est égale à $\dfrac{3}{10}$. On pourra s'aide d'un arbre pondéré.
3. Le joueur ne gagne pas. Quelle est la probabilité qu'il ait tiré la boule noire?

9. Résolution de problèmes :

Exercice 6035

Dans un cylindre, dont la base a un rayon de $8\,cm$, on dépose une boule. On doit verser $104\,cm^3$ d'huile dans le cylindre pour juste recouvrir la boule.

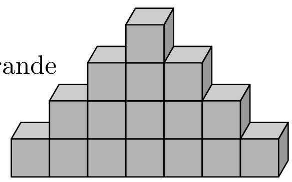
Déterminer le rayon de la boule.



Exercice 6036

On dispose de 800 petits cubes.

Quelle est la hauteur de la plus grande pyramide construisible?



255. Exercices non-classés :

Exercice 2042

Résoudre les systèmes suivants :

a. $\begin{cases} x\times y = 3 \\ (x+-1)(y+1) = 4 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x\times y = 3 \\ (x+5)(y+5) = 8 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x\times y = 4 \\ (x+6)(y+3) = 4 \end{cases}$

d. $\begin{cases} x\times y = 6 \\ (x+-3)(y+1) = 6 \end{cases}$

e. $\begin{cases} x\times y = 7 \\ (x+2)(y+2) = -5 \end{cases}$

Exercice 2043

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x\times y = 4 \\ (x+6)(y+-3) = -8 \end{cases}$$

Exercice 2044

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x\times y = -2 \\ (x+8)(y+-2) = -7 \end{cases}$$

Exercice 2045

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x\times y = 2 \\ (x-1)(y-9) = 2 \end{cases}$$

Exercice 2046

Résoudre l'équation suivante :

$$\begin{cases} x\times y = 2 \\ (x+4)(y-1) = -2 \end{cases}$$

