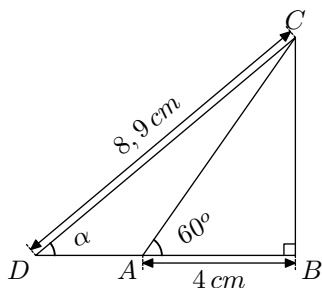


Première S / Angles orientées

1. Rappels :

Exercice 6038

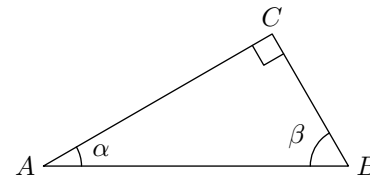
On considère le triangle ABC rectangle en B représenté ci-dessous :



- Déterminer la longueur du segment $[BC]$ arrondie au millimètre près.
- En déduire la mesure de l'angle \widehat{CDB} arrondie au degré près.

Exercice 2182

On considère un triangle ABC rectangle en C . On note :



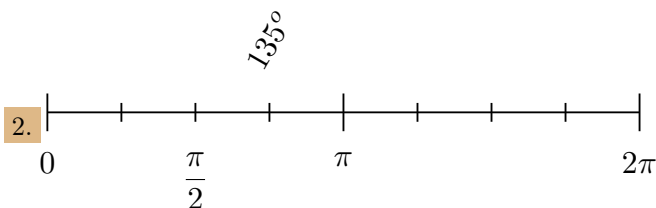
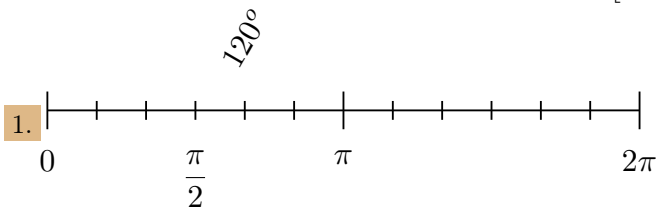
$$\alpha = \widehat{CAB} \quad ; \quad \beta = \widehat{ABC}$$

- Justifier que les angles \widehat{CAB} et \widehat{CBA} sont deux angles complémentaires.
- A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC , exprimer les valeurs de $\cos \alpha$ et $\sin \beta$.
 - En déduire l'égalité : $\cos \alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$
- A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC , exprimer les valeurs de $\tan \alpha$ et $\tan \beta$
 - En déduire l'égalité : $\tan \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{1}{\tan \alpha}$
- Etablir l'égalité : $(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$

2. Radians :

Exercice 2721

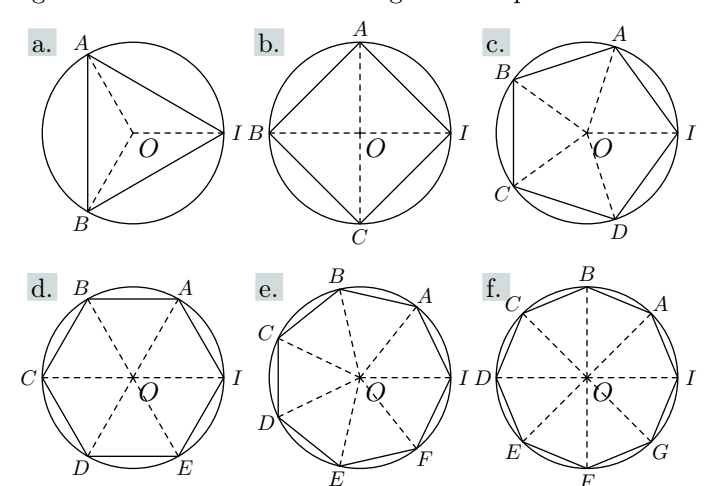
Ci-dessous sont représentées deux droites graduées représentant les mesures d'un angle en radian sur l'intervalle $[0; 2\pi]$.

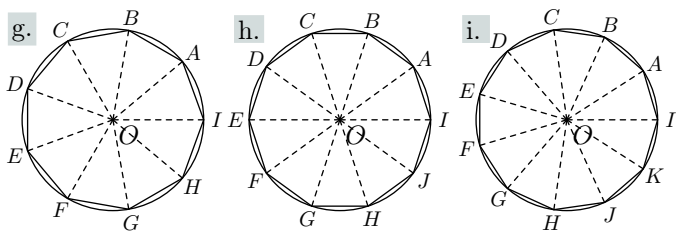


Compléter la graduation du bas (représentant une mesure d'angle en radian), puis compléter les valeurs du haut représentant la conversion correspondante en degré :

Exercice 2188

On a représenté ci-dessous les neuf premiers polygones réguliers inscrits dans le cercle trigonométrique.



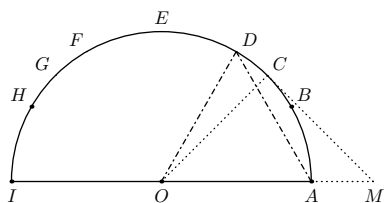


- Donner la mesure, en radians, de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones :
- Nommer chacun de ces polygones.

3. Angles remarquables :

Exercice 7550

On considère la figure ci-dessous, où \mathcal{C} est un demi-cercle de centre O et admettant le segment $[IA]$ pour diamètre :



Les autres points présents sur cette figure appartiennent au demi-cercle \mathcal{C} et vérifient les propriétés suivantes :

- Le triangle OAD est un triangle équilatéral ;
- Le triangle OCM est un triangle rectangle isocèle en C ;

- Le triangle AEO est un triangle rectangle en O ;
- La demi-droite $[OB)$ est la bissectrice de l'angle \widehat{DOA} ;
- Le point F est le symétrique du point D par rapport à la droite (EO) ;
- Les mesures des angles \widehat{AOG} et \widehat{AOC} sont supplémentaires ;
- Le point H est le point d'intersection du demi-cercle \mathcal{C} avec la droite parallèle à la droite (AI) et passant par le point B .

Donner la mesure exacte des angles ci-dessous en radian :

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| a. \widehat{AOB} | b. \widehat{AOC} | c. \widehat{AOD} | d. \widehat{AOE} |
| e. \widehat{AOF} | f. \widehat{AOG} | g. \widehat{AOH} | h. \widehat{AOI} |

4. Angles orientés :

Exercice 810

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$, on considère le cercle de centre O et de rayon 1 appelé **cercle trigonométrique**.

Tout point M définit un angle géométrique \widehat{IOM} . Le sens de parcours du cercle trigonométrique permet de caractériser tout point du cercle par son angle géométrique :

- l'angle est positif si l'arc \widehat{IM} est orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- l'angle est négatif si l'arc \widehat{IM} est orienté dans le sens des aiguilles d'une montre.

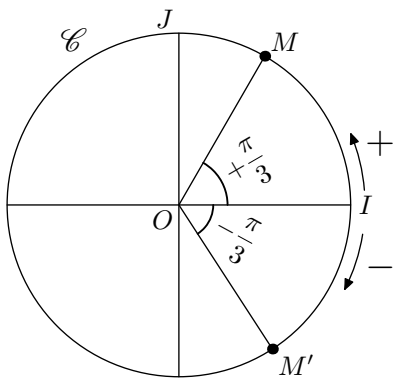
Dans la représentation ci-dessus :

- On a : $(\vec{OI}; \vec{OM}) = +\frac{\pi}{3}$ rad

Dans le cercle trigonométrique, on note $M\left(+\frac{\pi}{3}\right)$.

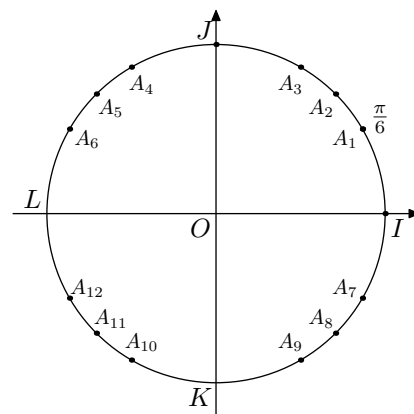
- On a : $(\vec{OI}; \vec{OM'}) = -\frac{\pi}{3}$ rad

Dans le cercle trigonométrique, on note $M'\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.



- Dans la figure ci-dessous, les points A_i définissent un angle orienté $(\vec{OI}; \vec{OA}_i)$ ayant une mesure "remarquable".

Pour chacun des points, indiquer la mesure de l'angle associée, ajouter le signe permettant de repérer chaque point marqué du cercle trigonométrique :



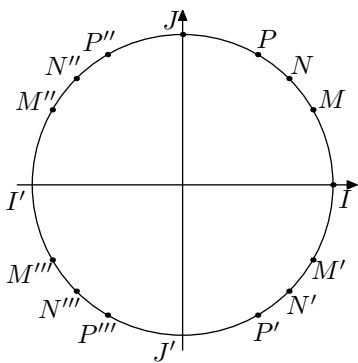
- Dans le cercle trigonométrique ci-dessus, placer sur cette figure les points N, P, Q, R, S, T réalisant les mesures suivantes :

- | | |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| a. $(\vec{OI}; \vec{ON}) = -\frac{\pi}{4}$ rad | b. $(\vec{OI}; \vec{OP}) = \frac{5\pi}{6}$ rad |
| c. $(\vec{OI}; \vec{OQ}) = -\frac{2\pi}{3}$ rad | d. $(\vec{OK}; \vec{OR}) = -\frac{\pi}{4}$ rad |
| e. $(\vec{OK}; \vec{OS}) = \frac{\pi}{6}$ rad | f. $(\vec{OJ}; \vec{OT}) = -\frac{\pi}{4}$ rad |

Exercice 5464

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous sur lequel est placé plusieurs points :

Les points M, N, P vérifient les mesures suivantes :
 $\widehat{IOM} = 30^\circ$; $\widehat{ION} = 45^\circ$
 $\widehat{IOP} = 60^\circ$



1. Donner la mesure des angles repérant les points M, N, P en radians.

2. Les points M', N', P' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OI) :

a. Que peut-on dire de $(\vec{OI}; \vec{OM})$ et $(\vec{OI}; \vec{OM}')$?

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
 $(\vec{OI}; \vec{OM}')$; $(\vec{OI}; \vec{ON}')$; $(\vec{OI}; \vec{OP}')$

3. Les points M'', N'' et P'' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OJ) :

a. Que peut-on dire de $(\vec{OI}; \vec{OM})$ et $(\vec{OI}; \vec{OM}'')$?

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
 $(\vec{OI}; \vec{OM}'')$; $(\vec{OI}; \vec{ON}'')$; $(\vec{OI}; \vec{OP}'')$

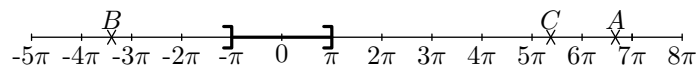
4. Les points M''', N''' et P''' sont respectivement les symétriques des points M, N, P par rapport à l'axe (OJ) :

a. Quelle relation algébrique vérifie les deux angles :
 $(\vec{OI}; \vec{OM})$; $(\vec{OI}; \vec{OM}''')$

5. Mesures principales :

Exercice 2738

On considère la droite graduée ci-dessous où sont placés les points $A\left(\frac{20}{3}\pi\right)$, $B\left(-\frac{17}{5}\pi\right)$ et $C\left(\frac{43}{8}\pi\right)$.



1. a. Graphiquement, déterminer le nombre de fois dont on doit enlever $2 \cdot \pi$ à l'abscisse du point A afin d'obtenir la mesure principale de ce nombre ?

b. En déduire la mesure principale de $\frac{20}{3}$.

2. Déterminer la mesure principale des abscisses des points B et C .

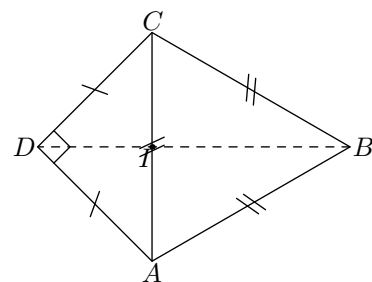
Exercice 2201

Déterminer la mesure principale des angles orientés de mesure suivante :

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :
 $(\vec{OI}; \vec{OM}''')$; $(\vec{OI}; \vec{ON}''')$; $(\vec{OI}; \vec{OP}''')$

Exercice 5465

On considère le quadrilatère $ABCD$ représenté ci-dessous qui est constitué de deux triangles ABC et ACD respectivement équilatéral et isocèle rectangle en D .

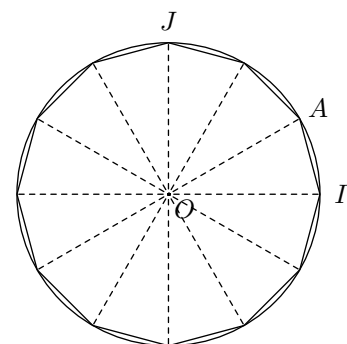


A l'aide des points de cette figure et pour chaque question, donner un angle orienté réalisant les mesures suivantes :

a. $\frac{\pi}{3}$ rad b. $-\frac{\pi}{4}$ rad c. $-\frac{\pi}{6}$ rad d. $\frac{7\pi}{12}$ rad

Exercice 2153

On considère le cercle trigonométrique \mathcal{C} ci-dessous où est inscrit un dodécagone (polygone régulier à 12 côtés)



1. Déterminer la mesure de l'angle $(\vec{OI}; \vec{OA})$

2. Placer sur le cercle \mathcal{C} les points M, N, P tels que :

a. $(\vec{OI}; \vec{OM}) = \frac{2\pi}{3}$ rad b. $(\vec{OJ}; \vec{ON}) = -\frac{\pi}{6}$ rad

c. $(\vec{OA}; \vec{OP}) = -\frac{\pi}{2}$ rad c. $(\vec{OQ}; \vec{OJ}) = -\frac{5\pi}{6}$ rad

a. $\frac{9\pi}{4}$ b. $\frac{192\pi}{6}$ c. $-\frac{5\pi}{4}$

d. $-\frac{33\pi}{2}$ e. $\frac{16\pi}{7}$ f. $\frac{52\pi}{3}$

Exercice 2737

1. On se propose, dans cette question, de déterminer la mesure principale de l'angle $\alpha = \frac{73}{5}\pi$:

a. Soit k un entier relatif réalisant l'encadrement suivant :

$$-\pi < \frac{73}{5}\pi + 2 \cdot k \cdot \pi \leq \pi$$

Réaliser un encadrement de k à l'aide de l'encadrement ci-dessus.

b. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'unique nombre entier k réalisant cet encadrement.

c. En déduire la mesure principale de l'angle α .

2. De la même manière, déterminer la mesure principale des angles suivants :

a. $-\frac{29}{3}\pi$

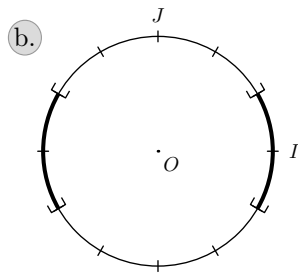
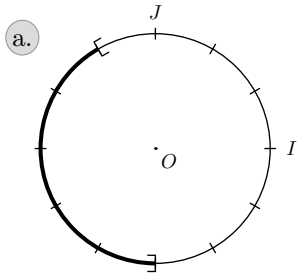
b. $-\frac{27}{4}\pi$

c. $\frac{70}{9}\pi$

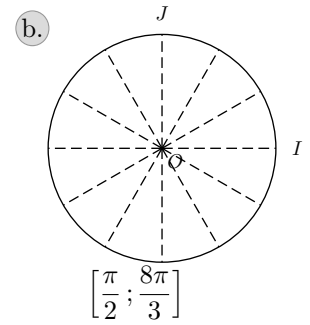
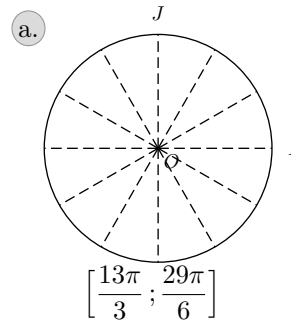
Exercice 2799



1. Donner, sous forme de réunions d'intervalles, l'ensemble formé par les mesures principales des angles repérant les points surlignés du cercle trigonométrique :



2. Pour chaque question, surligner l'ensemble des points ayant pour angle orienté l'ensemble précisé sous le cercle trigonométrique :

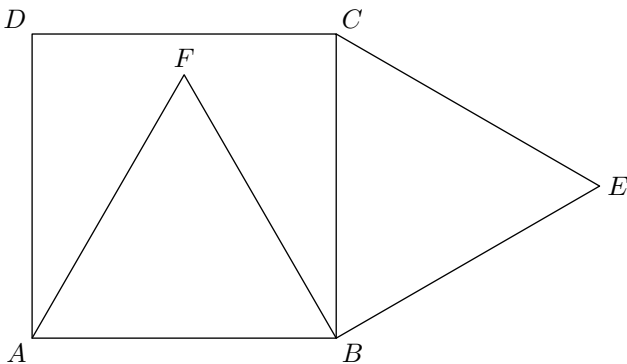


6. Angles orientés et algèbre :

Exercice 2233



On considère le carré $ABCD$.
 Soit le point E extérieur au carré tel que BCE soit équilatéral.
 Soit F le point intérieur au carré tel que le triangle ABF soit équilatéral.



On souhaite montrer que les points D , F et E sont alignés.

1. a. Donner la mesure des deux angles orientés suivants : $(\vec{AF}; \vec{AD})$; $(\vec{DF}; \vec{DA})$
 b. En déduire la mesure de l'angle orienté $(\vec{DC}; \vec{DF})$.
2. a. Donner la mesure de l'angle orienté $(\vec{CD}; \vec{CE})$.
 b. En déduire la mesure de l'angle orienté $(\vec{DC}; \vec{DE})$.
3. En déduire que les points D , F et E sont alignés.

Les questions suivantes ont pour objectif d'utiliser la relation de Chasles.

4. Déterminer la mesure des angles orientés :
 a. $(\vec{BE}; \vec{CF})$ b. $(\vec{AF}; \vec{CE})$