

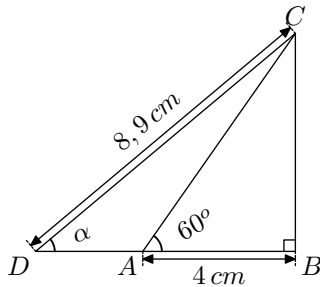
# Première S / Angles orientés

## 1. Rappels :

### Exercice 6038



On considère le triangle  $ABC$  rectangle en  $B$  représenté ci-dessous :



1. Déterminer la longueur du segment  $[BC]$  arrondie au millimètre près.

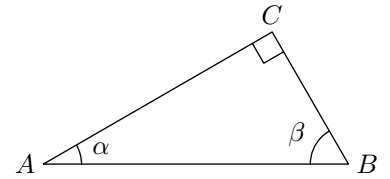
2. En déduire la mesure de l'angle  $\widehat{CDB}$  arrondie au degré près.

### Exercice 2182



On considère un triangle  $ABC$  rectangle en  $C$ . On note :

$$\alpha = \widehat{CAB} \quad ; \quad \beta = \widehat{ABC}$$



1. Justifier que les angles  $\widehat{CAB}$  et  $\widehat{CBA}$  sont deux angles complémentaires.

2. a. A l'aide des longueurs des côtés du triangle  $ABC$ , exprimer les valeurs de  $\cos \alpha$  et  $\sin \beta$ .

b. En déduire l'égalité :  $\cos \alpha = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$

3. a. A l'aide des longueurs des côtés du triangle  $ABC$ , exprimer les valeurs de  $\tan \alpha$  et  $\tan \beta$

b. En déduire l'égalité :  $\tan \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \frac{1}{\tan \alpha}$

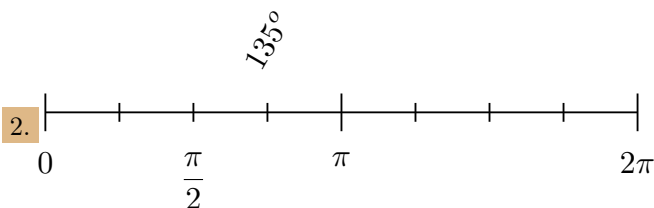
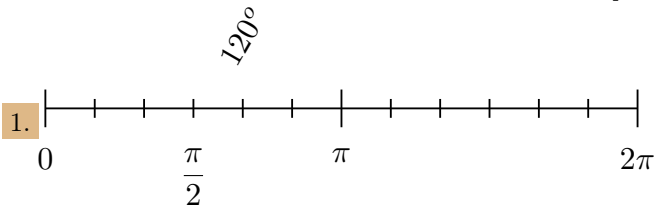
4. Etablir l'égalité :  $(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$

## 2. Radians :

### Exercice 2721



Ci-dessous sont représentées deux droites graduées représentant les mesures d'un angle en radian sur l'intervalle  $[0; 2\pi]$ .

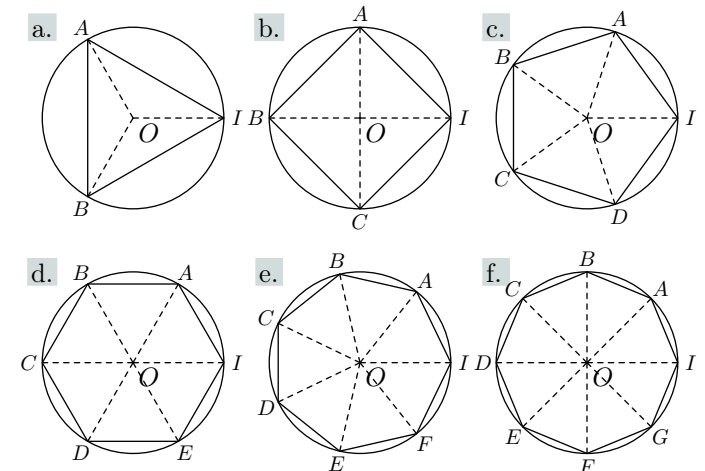


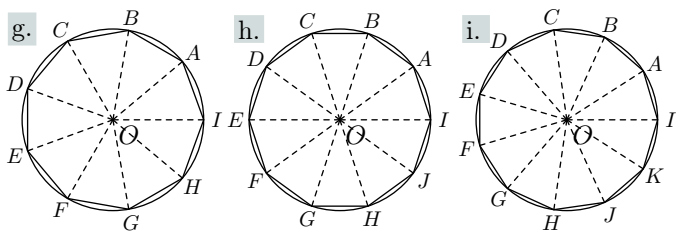
Compléter la graduation du bas (représentant une mesure d'angle en radian), puis compléter les valeurs du haut représentant la conversion correspondante en degré :

### Exercice 2188



On a représenté ci-dessous les neuf premiers polygones réguliers inscrits dans le cercle trigonométrique.



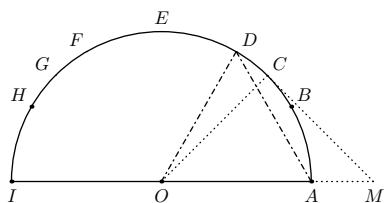


- Donner la mesure, en radians, de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones :
- Nommer chacun de ces polygones.

### 3. Angles remarquables :

#### Exercice 7550

On considère la figure ci-dessous, où  $\mathcal{C}$  est un demi-cercle de centre  $O$  et admettant le segment  $[IA]$  pour diamètre :



Les autres points présents sur cette figure appartiennent au demi-cercle  $\mathcal{C}$  et vérifient les propriétés suivantes :

- Le triangle  $OAD$  est un triangle équilatéral ;
- Le triangle  $OCM$  est un triangle rectangle isocèle en  $C$  ;

- Le triangle  $AEO$  est un triangle rectangle en  $O$  ;
- La demi-droite  $[OB)$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{DOA}$  ;
- Le point  $F$  est le symétrique du point  $D$  par rapport à la droite  $(EO)$  ;
- Les mesures des angles  $\widehat{AOG}$  et  $\widehat{AOC}$  sont supplémentaires ;
- Le point  $H$  est le point d'intersection du demi-cercle  $\mathcal{C}$  avec la droite parallèle à la droite  $(AI)$  et passant par le point  $B$ .

Donner la mesure exacte des angles ci-dessous en radian :

- |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| a. $\widehat{AOB}$ | b. $\widehat{AOC}$ | c. $\widehat{AOD}$ | d. $\widehat{AOE}$ |
| e. $\widehat{AOF}$ | f. $\widehat{AOG}$ | g. $\widehat{AOH}$ | h. $\widehat{AOI}$ |

### 4. Angles orientés :

#### Exercice 810

Dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; I; J)$ , on considère le cercle de centre  $O$  et de rayon 1 appelé **cercle trigonométrique**.

Tout point  $M$  définit un angle géométrique  $\widehat{IOM}$ . Le sens de parcours du cercle trigonométrique permet de caractériser tout point du cercle par son angle géométrique :

- l'angle est positif si l'arc  $\widehat{IM}$  est orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- l'angle est négatif si l'arc  $\widehat{IM}$  est orienté dans le sens des aiguilles d'une montre.

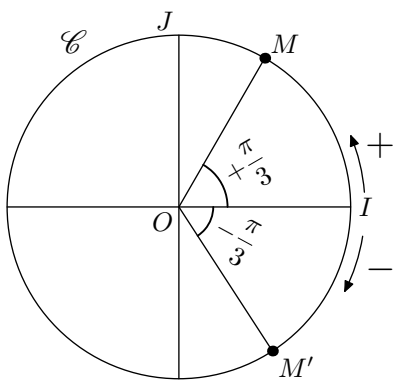
Dans la représentation ci-dessus :

- On a :  $(\vec{OI}; \vec{OM}) = +\frac{\pi}{3}$  rad

Dans le cercle trigonométrique, on note  $M\left(+\frac{\pi}{3}\right)$ .

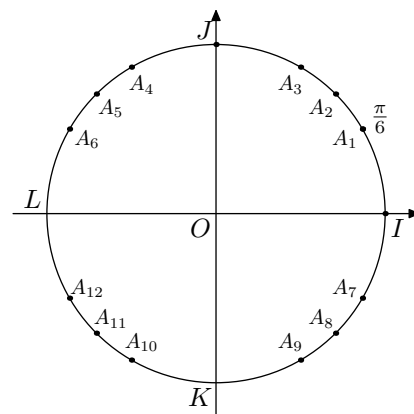
- On a :  $(\vec{OI}; \vec{OM'}) = -\frac{\pi}{3}$  rad

Dans le cercle trigonométrique, on note  $M'\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ .



- Dans la figure ci-dessous, les points  $A_i$  définissent un angle orienté  $(\vec{OI}; \vec{OA}_i)$  ayant une mesure "remarquable".

Pour chacun des points, indiquer la mesure de l'angle associée, ajouter le signe permettant de repérer chaque point marqué du cercle trigonométrique :



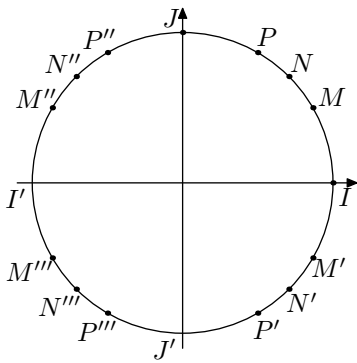
- Dans le cercle trigonométrique ci-dessus, placer sur cette figure les points  $N, P, Q, R, S, T$  réalisant les mesures suivantes :

- |   |  |
|---|--|
| a. $(\vec{OI}; \vec{ON}) = -\frac{\pi}{4}$ rad  | b. $(\vec{OI}; \vec{OP}) = \frac{5\pi}{6}$ rad |
| c. $(\vec{OI}; \vec{OQ}) = -\frac{2\pi}{3}$ rad | d. $(\vec{OK}; \vec{OR}) = -\frac{\pi}{4}$ rad |
| e. $(\vec{OK}; \vec{OS}) = \frac{\pi}{6}$ rad   | f. $(\vec{OJ}; \vec{OT}) = -\frac{\pi}{4}$ rad |

#### Exercice 5464

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous sur lequel est placé plusieurs points :

Les points  $M, N, P$  vérifient les mesures suivantes :  
 $\widehat{IOM} = 30^\circ$  ;  $\widehat{ION} = 45^\circ$   
 $\widehat{IOP} = 60^\circ$



1. Donner la mesure des angles repérant les points  $M, N, P$  en radians.

2. Les points  $M', N', P'$  sont respectivement les symétriques des points  $M, N, P$  par rapport à l'axe  $(OI)$  :

a. Que peut-on dire de  $(\vec{OI}; \vec{OM})$  et  $(\vec{OI}; \vec{OM}')$  ?

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :  
 $(\vec{OI}; \vec{OM}')$  ;  $(\vec{OI}; \vec{ON}')$  ;  $(\vec{OI}; \vec{OP}')$

3. Les points  $M'', N''$  et  $P''$  sont respectivement les symétriques des points  $M, N, P$  par rapport à l'axe  $(OJ)$  :

a. Que peut-on dire de  $(\vec{OI}; \vec{OM})$  et  $(\vec{OI}; \vec{OM}'')$  ?

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :  
 $(\vec{OI}; \vec{OM}'')$  ;  $(\vec{OI}; \vec{ON}'')$  ;  $(\vec{OI}; \vec{OP}'')$

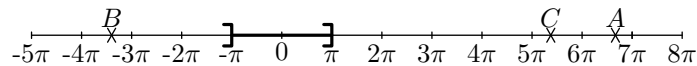
4. Les points  $M''', N'''$  et  $P'''$  sont respectivement les symétriques des points  $M, N, P$  par rapport à l'axe  $(OJ)$  :

a. Quelle relation algébrique vérifie les deux angles :  
 $(\vec{OI}; \vec{OM})$  ;  $(\vec{OI}; \vec{OM}''')$

### 5. Mesures principales :

#### Exercice 2738

On considère la droite graduée ci-dessous où sont placés les points  $A\left(\frac{20}{3}\pi\right)$ ,  $B\left(-\frac{17}{5}\pi\right)$  et  $C\left(\frac{43}{8}\pi\right)$ .



1. a. Graphiquement, déterminer le nombre de fois dont on doit enlever  $2 \cdot \pi$  à l'abscisse du point  $A$  afin d'obtenir la mesure principale de ce nombre ?

b. En déduire la mesure principale de  $\frac{20}{3}$ .

2. Déterminer la mesure principale des abscisses des points  $B$  et  $C$ .

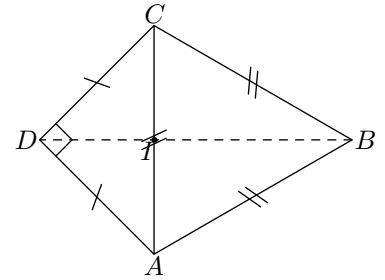
#### Exercice 2201

Déterminer la mesure principale des angles orientés de mesure suivante :

b. Donner la mesure en radians des angles suivants :  
 $(\vec{OI}; \vec{OM}''')$  ;  $(\vec{OI}; \vec{ON}''')$  ;  $(\vec{OI}; \vec{OP}''')$

#### Exercice 5465

On considère le quadrilatère  $ABCD$  représenté ci-dessous qui est constitué de deux triangles  $ABC$  et  $ACD$  respectivement équilatéral et isocèle rectangle en  $D$ .

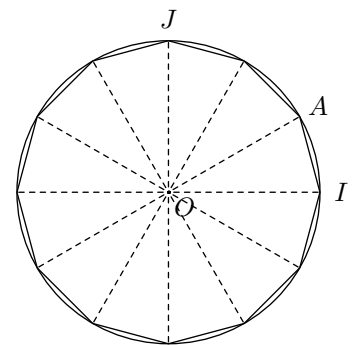


A l'aide des points de cette figure et pour chaque question, donner un angle orienté réalisant les mesures suivantes :

a.  $\frac{\pi}{3}$  rad    b.  $-\frac{\pi}{4}$  rad    c.  $-\frac{\pi}{6}$  rad    d.  $\frac{7\pi}{12}$  rad

#### Exercice 2153

On considère le cercle trigonométrique  $\mathcal{C}$  ci-dessous où est inscrit un dodécagone (polygone régulier à 12 côtés)



1. Déterminer la mesure de l'angle  $(\vec{OI}; \vec{OA})$

2. Placer sur le cercle  $\mathcal{C}$  les points  $M, N, P$  tels que :

a.  $(\vec{OI}; \vec{OM}) = \frac{2\pi}{3}$  rad    b.  $(\vec{OJ}; \vec{ON}) = -\frac{\pi}{6}$  rad  
 c.  $(\vec{OA}; \vec{OP}) = -\frac{\pi}{2}$  rad    c.  $(\vec{OQ}; \vec{OJ}) = -\frac{5\pi}{6}$  rad

a.  $\frac{9\pi}{4}$     b.  $\frac{192\pi}{6}$     c.  $-\frac{5\pi}{4}$   
 d.  $-\frac{33\pi}{2}$     e.  $\frac{16\pi}{7}$     f.  $\frac{52\pi}{3}$

#### Exercice 2737

1. On se propose, dans cette question, de déterminer la mesure principale de l'angle  $\alpha = \frac{73}{5}\pi$  :

a. Soit  $k$  un entier relatif réalisant l'encadrement suivant :

$$-\pi < \frac{73}{5}\pi + 2 \cdot k \cdot \pi \leq \pi$$

Réaliser un encadrement de  $k$  à l'aide de l'encadrement ci-dessus.

b. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'unique nombre entier  $k$  réalisant cet encadrement.

c. En déduire la mesure principale de l'angle  $\alpha$ .

2. De la même manière, déterminer la mesure principale des angles suivants :

a.  $-\frac{29}{3}\pi$

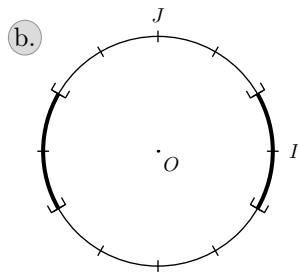
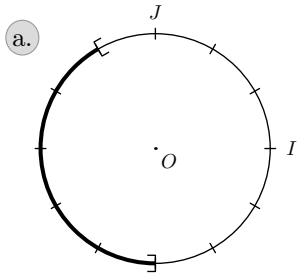
b.  $-\frac{27}{4}\pi$

c.  $\frac{70}{9}\pi$

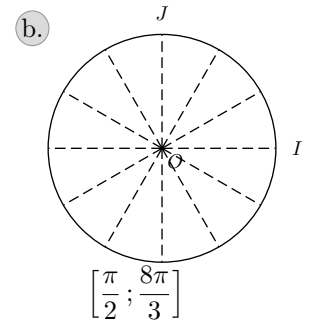
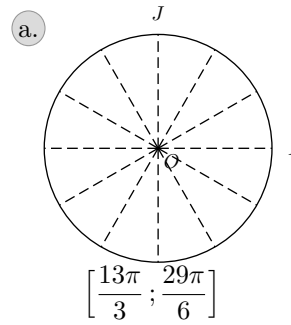
**Exercice 2799**



1. Donner, sous forme de réunions d'intervalles, l'ensemble formé par les mesures principales des angles repérant les points surlignés du cercle trigonométrique :



2. Pour chaque question, surligner l'ensemble des points ayant pour angle orienté l'ensemble précisé sous le cercle trigonométrique :

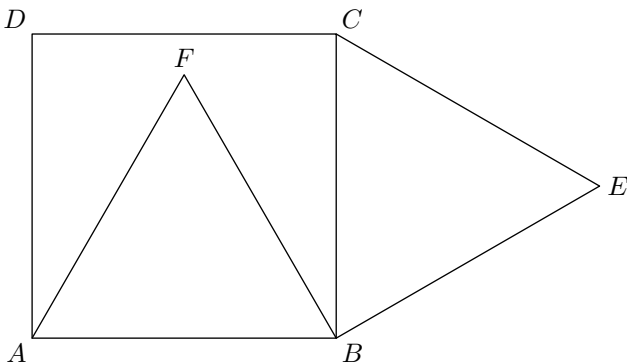


**6. Angles orientés et algèbre :**

**Exercice 2233**



On considère le carré  $ABCD$ .  
 Soit le point  $E$  extérieur au carré tel que  $BCE$  soit équilatéral.  
 Soit  $F$  le point intérieur au carré tel que le triangle  $ABF$  soit équilatéral.



On souhaite montrer que les points  $D$ ,  $F$  et  $E$  sont alignés.

1. a. Donner la mesure des deux angles orientés suivants :  $(\vec{AF}; \vec{AD})$  ;  $(\vec{DF}; \vec{DA})$   
 b. En déduire la mesure de l'angle orienté  $(\vec{DC}; \vec{DF})$ .
2. a. Donner la mesure de l'angle orienté  $(\vec{CD}; \vec{CE})$ .  
 b. En déduire la mesure de l'angle orienté  $(\vec{DC}; \vec{DE})$ .
3. En déduire que les points  $D$ ,  $F$  et  $E$  sont alignés.

Les questions suivantes ont pour objectif d'utiliser la relation de Chasles.

4. Déterminer la mesure des angles orientés :  
 a.  $(\vec{BE}; \vec{CF})$       b.  $(\vec{AF}; \vec{CE})$