

# Prem. L MathInfo/Variances et écart-types

## 1. Calcul de l'écart type :

### Exercice 193



1000 élèves de différents lycées ont mesuré la masse volumique du lait par la méthode du flacon. Les résultats arrondis au dixième ont été regroupés dans le tableau suivant :

Masse volumique (en $g/cm^3$ )	8	8,1	8,2	8,3	8,4	8,5	8,6	8,7	8,8	8,9	9	9,1
Effectif	3	19	42	100	200	250	190	113	50	20	7	6

- Tracer un diagramme en bâtons de cette série (unités graphiques : 1 cm pour  $0,1 g/cm^3$  en abscisse en graduant à partir de  $7,9 g/cm^3$  et 1 cm pour 20 élèves en ordonnée.)
- Déterminer, en précisant votre méthode, le premier quartile  $Q_1$ , la médiane  $m$  et le troisième quartile  $Q_3$

de cette série.

- Tracer le diagramme en boîte de cette série en y faisant figurer  $Q_1$ ,  $m$ ,  $Q_3$  et les valeurs extrêmes de la série (unité : 1 cm pour  $0,1 g/cm^3$ )
  - On note  $I$  la longueur de l'intervalle interquartile. Calculer le pourcentage des élèves ayant mesuré une masse volumique comprise dans l'intervalle  $[m - I ; m + I]$
- Déterminer la valeur exacte de la moyenne  $\mu$  de cette série.
    - Déterminer la valeur approchée à  $10^{-3}$  près par défaut de l'écart type  $\sigma$  de cette série.
    - Calculer le pourcentage des élèves ayant mesuré une masse volumique comprise dans l'intervalle  $[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$  puis dans l'intervalle  $[\mu - 3\sigma ; \mu + 3\sigma]$

## 2. Interprétation de l'écart type :

### Exercice 167



On donne, au 1<sup>er</sup> janvier 2005, dans le tableau ci-après, les prix, en euros, du litre de gazole dans quinze pays d'Europe. Ce tableau fournit :

- le prix *HT* (prix hors taxes)
- le montant de la taxe intérieure qu'ajoute chaque pays au prix hors taxes ;
- le taux de *TVA* appliqué après ajout de la taxe intérieure ;
- le prix *TTC* (prix toutes taxes comprises)

Prix du gazole en Europe au 1<sup>er</sup> janvier 2005

	A	B	C	D	E	F
1	Pays	Prix HT	Taxe intérieure	Prix hors TVA	TVA en %	Prix TTC
2	Luxembourg	0,325	0,253	0,578	15,00	0,665
3	Grèce	0,324	0,251	0,575	18,00	0,679
4	Portugal	0,306	0,292	0,598	17,00	0,700
5	Espagne	0,330	0,297	0,627	16,00	0,727
6	Belgique	0,307	0,305	0,612	21,00	0,740
7	Autriche	0,340	0,289	0,629	20,00	0,755
8	Irlande	0,342	0,327	0,669	21,00	0,809
9	France	0,301	0,392	0,693	19,60	0,829
10	Pays-Bas	0,340	0,358	0,698	19,00	0,831
11	Danemark	0,340	0,358	0,698	19,00	0,831
12	Suède	0,330	0,347	0,701	25,00	0,846
13	Finlande	0,354	0,347	0,701	25,00	0,876
14	Allemagne	0,309	0,470	0,779	16,00	0,904
15	Italie	0,351	0,403	0,754	20,00	0,905
16	Royaume Uni	0,302	0,693	0,995	17,50	1,169
17	Moyenne					

Exemple : Au Royaume-Uni, le prix hors taxes du gazole est de 0,302 euro auquel s'ajoute la taxe intérieure de 0,693 €. Puis au prix hors TVA de 0,995 € s'applique une TVA de

17,5 %, ce qui conduit à un prix *TTC* de 1,169 €.

### Partie A - Travail sur tableau

Le tableau est une feuille de calcul. Les colonnes D et F ont nécessité l'usage de formules pour être remplies.

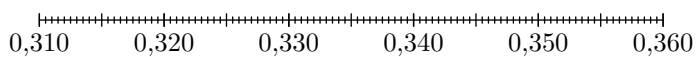
1. Quelle formule a-t-on saisie en D2, puis recopiée jusqu'en D16 pour obtenir le prix hors *TVA*?
2. Quelle formule a-t-on saisie en F2, puis recopiée jusqu'en F16 pour obtenir le prix *TTC*?
3. On veut obtenir dans la cellule B17 le prix moyen hors taxes. Quelle formule peut-on saisir dans cette cellule?

### Partie B - Etude des prix hors taxes

On a étudié la série statistique constituée des prix hors taxes et on a obtenu les caractéristiques données ci-dessous :

- moyenne :  $\bar{x} \approx 0,324$  ;
- écart type :  $\sigma \approx 0,019$  ;
- premier et troisième quartiles :  $Q_1 = 0,306$  et  $Q_3 = 0,34$  ;
- médiane :  $M_e = 0,325$

1. En utilisant l'axe gradé ci-dessous, construire le diagramme en boîte de cette série. On fera apparaître le premier et le troisième quartiles, la médiane, le maximum et le minimum de la série.

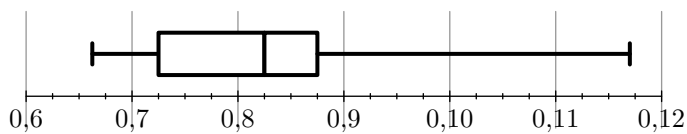


2. Donner le nombre de pays dont le prix *HT* du gazole appartient à l'intervalle  $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$ .

### Partie C - Etude des prix *TTC*

On s'intéresse maintenant au prix *TTC* du gazole de ces quinze pays.

1. Calculer la moyenne  $\bar{x}'$  de cette série. Le résultat sera arrondi au millième.
2. Lire sur le diagramme ci-dessous, la médiane, le premier et le troisième quartile de cette série des prix *TTC* du gazole. Les valeurs seront données avec la précision permise par le diagramme.



3. Q.C.M.

Répondre aux deux questions ci-dessous en choisissant la bonne réponse parmi les trois propositions. Aucune justification n'est demandée.

Pour répondre, recopier sur votre copie la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 0,5 point, une mauvaise réponse enlève 0,25 point et une absence de réponse n'ajoute, ni n'enlève aucun point. Un total de points négatif est ramené à zéro.

- a. La médiane de la série des quinze prix *TTC* est :
  - La 8<sup>e</sup> valeur ;
  - la demi-somme de la 7<sup>e</sup> et de la 8<sup>e</sup> valeur ;
  - la demi-somme de la 8<sup>e</sup> et de la 9<sup>e</sup> valeur.
- b. Le premier quartile de la série des quinze prix *TTC* est :
  - la 3<sup>e</sup> valeur ;

- la 4<sup>e</sup> valeur ;
- la demi-somme de la 3<sup>e</sup> et de la 4<sup>e</sup> valeur.

4. Un journaliste écrit : "En Europe, les taxes sur le gazole harminusent les prix au sein de l'union européenne." Confirmer ou infirmer ce propos en argumentant.

### Partie D - Etude des prix en France

Q.C.M.

Répondre aux deux questions ci-dessous en choisissant la bonne réponse parmi les trois propositions (*où les résultats ont été arrondis à 1 %*). Aucune justification n'est demandée.

Pour répondre, recopier sur votre copie la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise réponse enlève 0,5 point et une absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point. Un total de points négatif est ramené à zéro.

1. En France, la taxe intérieure sur la gazole représente :
  - 230 % du prix *HT* ;
  - 57 % du prix *HT* ;
  - 130 % du prix *HT*.
2. En France, le pourcentage global des taxes appliquées au prix *HT* pour obtenir le prix *TTC* est :
  - 175 %
  - 150 %
  - 64 %

### Exercice 190



Une entreprise souhaite faire l'achat d'un grand nombre de moteurs. Avant de choisir entre des moteurs de type *M1* ou des moteurs de type *M2*, elle désire comparer leurs durées de vie respectives

### Partie A

Comparaison des durées de vie d'un échantillon de 60 moteurs de type *M1* et d'un échantillon de 60 moteurs de type *M2*.

1. Etude d'un échantillon de 60 moteurs de type *M1*. Dans le tableau donné dans le document 1 de l'annexe 2 figure la durée de vie en mois de chaque moteur d'un échantillon de 60 moteurs de type *M1*. Les valeurs ont été triées par ordre croissant à l'aide d'un tableau. Quel est le pourcentage de moteurs de type *M1* dont la durée de vie est supérieure ou égale à 4 ans? (*le résultat sera arrondi à 0,1%*).
2. a. Déterminer la médiane puis le premier et le troisième quartiles de la série des durées de vie des 60 moteurs de type *M1*.  
b. Représenter cette série par un diagramme en boîte sur le document 2 de l'annexe 2, à remettre avec la copie. On y fera figurer la médiane, les premier et troisième quartiles ainsi que les extrêmes de la série étudiée.
3. Etude d'un échantillon de 60 moteurs de type *M2*. Sur le document 2 de l'annexe 2 figure le diagramme en boîte représentant la série statistique des durées de vie en mois d'un échantillon de 60 moteurs de type *M2*. La médiane de cette série est égale à 59 mois.
  - a. Quel est le nombre minimum de moteurs de type *M2* dont la durée de vie est supérieure ou égale à 59 mois?
  - b. Quel est le pourcentage minimum de moteurs de type

$M_2$  dont la durée de vie est inférieure ou égale à 66 mois?

- c. Comparer les séries de durées de vie des moteurs de type  $M_1$  et de type  $M_2$  à l'aide de leurs diagrammes en boîte.

### Partie B

Etude d'un échantillon de 1000 moteurs de type  $M_2$

Une série statistique sur un échantillon de 1000 moteurs de type  $M_2$  a montré que la série des durées de vie moyenne, exprimées en mois, est gaussienne de moyenne  $m \approx 59,6$  et d'écart-type  $s \approx 0,8$ .

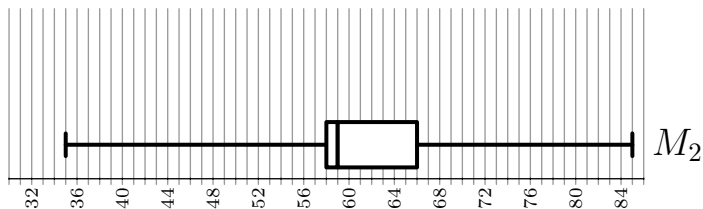
- Déterminer la plage de normalité à 95 %.
- A combien peut-on estimer le nombre de moteurs de type  $M_2$  dont la durée de vie est inférieure à 58 mois?
- L'entreprise souhaite acheter des moteurs de type  $M_2$  tels qu'au moins 99% aient une durée de vie supérieure ou égale à 58 mois. Quels commentaires pouvez-vous faire?

### Annexe

**Document 1 :** Durées de vie en mois de 60 moteurs de type  $M_1$  classées par ordre croissant en lignes :

34	38	39	41	42	43	44	45	45	47
47	48	49	50	51	51	52	52	53	54
55	55	55	55	55	55	55	56	56	57
58	58	58	59	59	59	60	62	62	62
62	63	64	65	66	66	66	66	67	68
68	73	74	74	75	75	79	81	81	85

**Document 2 :** diagrammes en boîte des séries des durées de vie de 60 moteurs de type  $M_1$  et  $M_2$  :



#### Exercice 195



la série suivante donne le nombre de jours de neige par année, à Paris, de 1900 à 1948.

Les 49 valeurs de cette série ne sont pas classées pas ordre chronologique mais par ordre croissant.

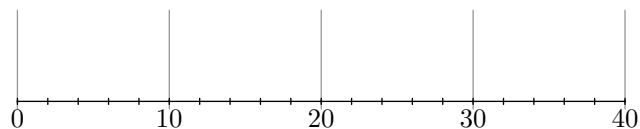
1 - 5 - 6 - 6 - 6 - 7 - 7 - 7 - 8 - 8  
 9 - 10 - 10 - 11 - 11 - 11 - 12 - 12 - 12 - 12  
 13 - 13 - 13 - 14 - 14 - 14 - 14 - 15 - 16 - 17  
 17 - 17 - 18 - 18 - 18 - 18 - 19 - 19 - 20 - 20  
 20 - 23 - 26 - 29 - 29 - 31 - 32 - 32 - 34

- Calculer le nombre moyen  $\bar{x}$  de jours de neige par année, à Paris, sur la période 199-1948. (le résultat sera arrondi au dixième.)
  - Déterminer la médiane,  $Me$ , ainsi que le premier et le troisième quartile,  $Q_1$  et  $Q_3$ , de cette série. Justifier chaque réponse.
- Les nombres de jours de neige par an, à Paris, ont également été relevés de 1949 à 1997. On fournit ci-dessous les caractéristiques de cette nouvelle séries statistiques.

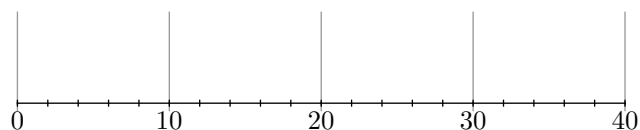
Minimum	Premier quartile $Q_1$	Médiane med'	Troisième quartile $Q_3$	Maximum	Moyenne $\bar{x}$
1	7	12	18	36	13,3

- Donner l'écart interquartile de chacune des deux séries statistiques donnant le nombre de jours de neige par an, à Paris, sur la période 1900-1948, puis sur la période 1949-1997.
  - Construire sur l'**annexe** le diagramme en boîte de chacune des deux séries étudiés.
  - Comparer ces deux diagrammes en boîte.
- La série des nombres de jours de neige par an, à Paris, sur la période 1900-1948, a pour écart type  $s$  et celle des nombres de jours de neige par an, à Paris, sur la période 1949-1997 a pour écart type  $s'$ .  
 On admet que:  $s \approx 7,82$  ;  $s' \approx 8,01$ .  
 Que signifie le fait que l'écart type soit plus élevé pour la deuxième période que pour la première?
  - A propos de ces relevés météorologiques, divers commentaires ont été relevés dans la presse, dont celui-ci "Des hivers de moins en moins neigeux au cours du siècle".  
 Que peut-on penser de ce commentaire?

#### Période 1900-1948



#### Période 1949-1997



#### Exercice 197



On a étudié les fréquences cardiaques d'un groupe de 60 sportifs ammateurs hommes et femmes (appelé groupe  $I$ ), pratiquant leur sport de 2 à 4 fois par semaine.

La fréquence cardiaque est le nombre de pulsations du coeur par minute.

Pour chacun de ces sportifs du groupe  $I$ , on mesure la fréquence cardiaque au repos ( $FCR$ ), c'est à dire la fréquence cardiaque la plus faible rencontrée chez cette personne, mesurée après plusieurs essais après une longue période de calme et de repos.

Les résultats de cette étude sont récapitulés dans le tableau ci-dessous où les fréquences cardiaques au repos ( $FCR$ ) des 60 sportifs du groupe  $I$  sont classés par ordre croissant.

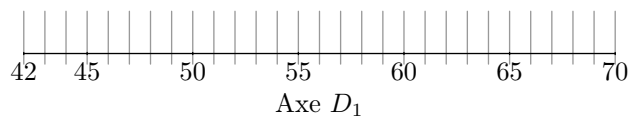
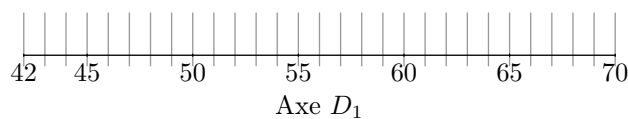
Age	FCR	Age	FCR	Age	FCR	Age	FCR
42	42	50	50	37	52	41	54
41	43	35	50	42	52	31	55
61	45	24	50	21	52	50	55
51	45	23	50	40	53	32	55
41	46	52	50	34	53	22	55
27	46	36	51	35	53	42	55
33	46	31	51	28	53	52	55
40	48	35	51	55	53	18	57
55	48	60	51	49	53	51	59
31	48	29	52	31	53	22	59
32	48	30	52	35	53	23	59
35	48	49	52	38	54	53	59
44	49	32	52	53	54	50	59
40	50	40	52	42	54	28	59
36	50	47	52	54	54	47	61

1. a. Déterminer la médiane ainsi que les premier et troisième quartiles de la série des *FCR*.  
 b. Construire sur l'axe  $D_1$  donné en annexe (à rendre avec la copie), un diagramme en boîte pour cette série.
2. a. Compléter le tableau en **annexe** et tracer une représentation graphique de la série des *FCR* des 60 sportifs du groupe *I*.  
 b. Calculer la moyenne  $\bar{x}$  de cette série.

3. a. On suppose que les *FCR* des sportifs du groupe *I* sont des données gaussiennes dont l'écart type  $\sigma$  est égal à 4,06. Déterminer l'intervalle  $[52-2\sigma; 52+2\sigma]$ . Comment nomme-t-on cet intervalle?  
 b. Calculer le pourcentage de sportifs dont la *FCR* est située dans cet intervalle. Etait-il possible de prévoir ce résultat? Expliquer.
4. On souhaite comparer les *FCR* des sportifs du groupe *I* aux *FCR* d'un groupe de 60 personnes pratiquant peu d'activité physique (appelé groupe *II*). L'étude des *FCR* des personnes du groupe *II* a donné les résultats suivant :

- Moyenne : 59,8
- Ecart-type : 6,23
- Premier quartile : 57
- Médiane : 60
- Troisième quartile : 63
- Valeur maximal : 70

- a. Sur l'axe  $D_2$  donné en annexe, tracer un diagramme en boîte pour les *FCR* des personnes du groupe *II*.
- b. Quelle incidence semble avoir la pratique régulière d'activités sportives sur la *FCR* d'un individu?



FCR	42	43	45	46	48	49	50	51	52	53	54	55	57	59	61
Nombre d'individus															

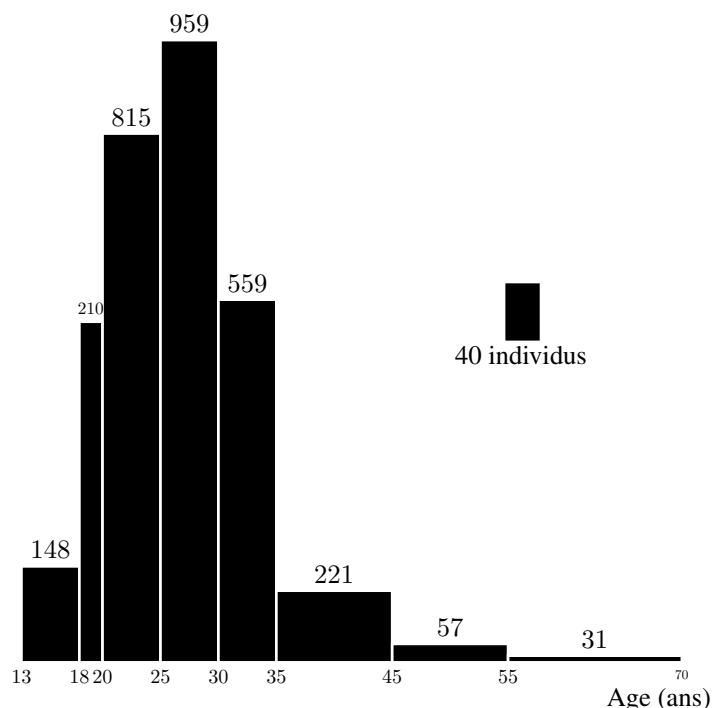
Tableau

255. Exercices non-classés :

Exercice 204



Voici une étude réalisée sur Internet, sur un site de vente aux enchères. Elle a été réalisée sur l'âge de 3000 clients parmi les plus réguliers du site. Voici l'histogramme associé à cette étude :



Le but de cet exercice est de calculer les quartiles, la moyenne et l'écart-type.

1. a. Compléter le tableau suivant :

Classe	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
	[13;18[	[18;20[	[20;25[	[25;30[	[30;35[	[35;45[	[45;55[	[55;70[
Effectif								
Effectif cumulé croissant								

- b. Déterminer la médiane, le premier et le troisième quartile.

2. a. On note  $x_i$  le milieu de la classe  $C_i$ . Remplir le tableau ci-dessous :

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_i$								

- b. Calculer la moyenne de cette série.

3. a. Compléter le tableau suivant à l'unité près :

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_i - \bar{x}$								
$(x_i - \bar{x})^2$								
$n_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$								

- b. Déterminer la variance puis l'écart-type de cette série.

### Exercice 2024



L'observatoire météorologique de Paris Montsouris relève en permanence depuis 1872 la température extérieure et fournit des moyennes annuelles à partir de ces relevés. Le but de cet exercice est de comparer ces moyennes par périodes de vingt ans entre 1880 et 2000. Pour clarifier le vocabulaire nous appellerons "température annuelle" la moyenne des températures relevées au cours d'une année donnée (*jours et nuits*), exprimée en degrés Celsius et arrondie à  $0,05^\circ\text{C}$ .

Sources Météo France

### Partie A. Températures à la fin du $XX^e$ siècle

Le document 2 de l'annexe 1 présente la série des températures annuelles des années 1981 à 2000, classés par ordre chronologique et par ordre croissant.

- Calculer la médiane, les premier et troisième quartiles de cette série. Justifier chaque réponse.
- Tracer le diagramme en boîte correspondant à cette dernière période sur le document I de l'annexe 1 que l'on rendra avec la copie. On fera figurer la médiane, les premier et troisième quartiles, le minimum et le maximum de cette série de températures.
- Déterminer la moyenne de la série des températures annuelles de 1981 à 2000 à l'aide de la calculatrice (*le résultat sera arrondi à  $0,05^\circ\text{C}$* ).

### Partie B. Un siècle de températures

Une analyse plus fine des températures annuelles entre 1881 et 1980 montre que ce sont des données gaussiennes de moyenne  $m = 11,49^\circ\text{C}$  et d'écart-type  $\sigma = 0,54^\circ\text{C}$ . On rappelle que pour des données gaussiennes, l'intervalle  $[m - \sigma; m + \sigma]$  est la plage de normalité à 68 %.

- Déterminer la plage de normalité à 68 % de la série des

températures annuelles entre 1881 et 1980. A combien peut-on estimer le nombre d'années entre 1881 et 1980 dont la température annuelle est supérieure à  $m + \sigma$ ?

- Le document I de l'annexe 1 présente les diagrammes en boîte construits à partir des températures annuelles au cours de chaque période de vingt ans entre 1881 et 1980. Sur chacun de ces diagrammes, on a représenté la médiane, les premier et troisième quartiles. Les extrémités des "moustaches" marquent le minimum et le maximum de cette série.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie, fausse ou indécidable (*dans le cas où le document ne permettrait pas de savoir si la proposition est vraie ou fausée*). Justifier la réponse.

- La température annuelle maximale a été de  $12,65^\circ\text{C}$  pendant un siècle, de 1881 à 1980.
- L'étendue des températures annuelles a été de  $2,25^\circ\text{C}$  pendant un siècle, de 1881 à 1980.
- Pendant un siècle, de 1881 à 1980, trente années au moins ont eu leur température annuelle inférieure à  $11,5^\circ\text{C}$ .
- L'année 1961 a été la plus froide sur la période 1901-1980.

### Partie C. Etude comparative

En utilisant de manière argumentée les parties A et B, comparer les températures observées à Paris dans les vingt dernières années du  $XX^e$  siècle à celle observées au cours des cents années précédentes.

### Document 2: Températures annuelles à Paris entre 1981 et 2000:

- triées dans l'ordre chronologique

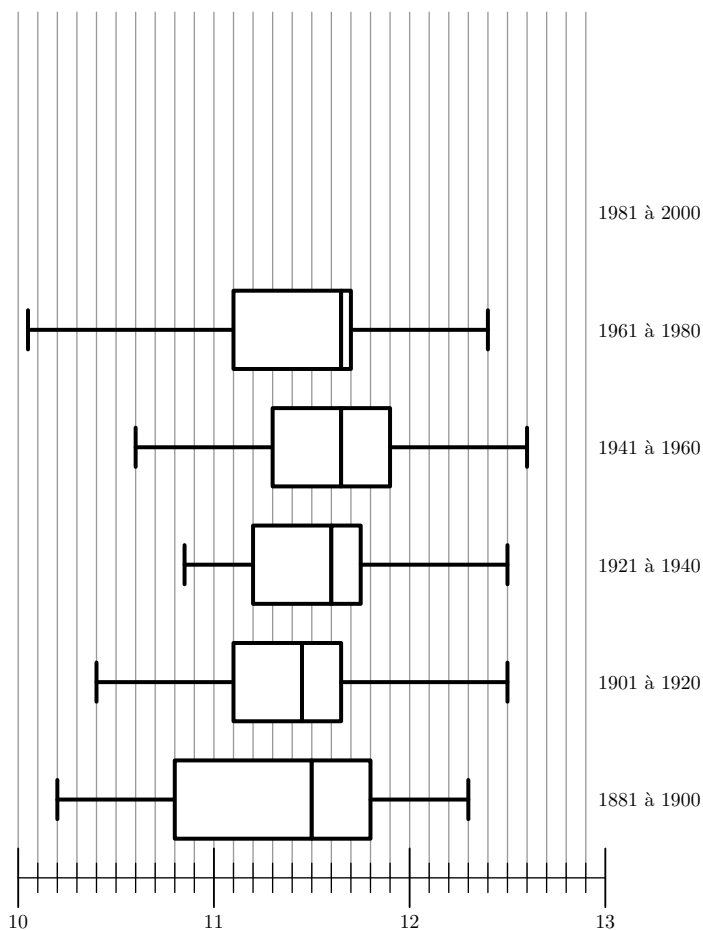
Année	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
Température en $^\circ\text{C}$	11,50	12,40	12,30	11,85	11,10	11,25	11,15	12,40	12,95	13,10

Année	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Température en $^\circ\text{C}$	11,75	12,30	11,85	13,10	12,85	11,40	12,90	12,40	13,05	12,90

- triées dans l'ordre croissant

Température en $^\circ\text{C}$	11,10	11,15	11,25	11,40	11,50	11,75	11,85	11,85	12,30	12,30
Température en $^\circ\text{C}$	12,40	12,40	12,40	12,85	12,90	12,90	12,95	13,05	13,10	13,10

### Document 1: Températures annuelles à Paris par périodes de vingt ans



### Exercice 2028



Une société de location de véhicules possède un parc de 800 véhicules de trois marques différentes  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Dans

chacune des marques, la société possède deux modèles de véhicules : “Essence” ou “Diesel”.

Durant l’année, chaque véhicule peut être immobilisé pour subir des entretiens, des réglages, des vidanges, des réparations, etc.

Pour l’ensemble des 500 véhicules “Diesel” de la société, on a étudié, au cours de l’année 2005, le nombre de journées d’immobilisation. On a obtenu la série statistique  $S$  suivante :

Nombre de journées d’immobilisation	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de véhicules concernés	11	34	86	121	120	88	28	12

1. Calculer la moyenne  $\bar{x}$  de la série  $S$  (le résultat sera arrondi à 0,1 près).
2. Déterminer la médiane  $m$  de la série  $S$ .
3. Déterminer le premier quartile  $Q_1$  de la série  $S$ . On admet que le troisième quartile  $Q_3$  est égal à 6.
4. En utilisant l’axe représenté en annexe, à rendre avec la copie, tracer le diagramme en boîte de la série  $S$ .
5. Calculer l’écart-type de la série  $S$  (on arrondira le résultat au centième près).

