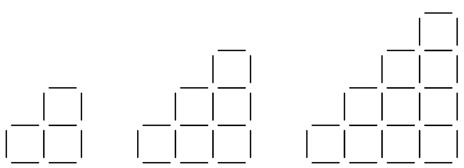
Compiler exercice　　Compiler correction　　Plus d'option

Première ES/Suite et introduction

1. Introduction :

Exercice 7498

On construit les figures ci-dessous à l'aide de petites baguettes de bois.



1^er^ étape　　2^e^ étape　　3^e^ étape

Pour n un entier strictement positif $(n\in\mathbb{N}^*)$, on note u_n le nombre de baguettes nécessaires à la construction lors de l'étape n. On a donc :

$$u_1 = 10 \quad ; \quad u_2 = \dots \quad ; \quad u_3 = \dots \quad ; \quad u_4 = \dots$$

Exercice 7499

Des scientifiques étudient une culture de bactéries contenant deux souches qu'on nommera A et B.
Au début de l'expérience *(au temps "0")*, on dénombre 200 de bactéries de souches A et 300 bactéries de souches B.

Les scientifiques relèvent les évolutions suivantes : à chaque minute, la population des bactéries A augmente de 10 %, alors que celle de la souche B diminue de 20 bactéries.

1. Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C
1	Temps *(en min)*	Population de la souche A	Population de la souche B
2	0	200	300
3	2		
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		

(On arrondira les données à l'unité près).

2. Soit n un entier naturel $(n\in\mathbb{N})$, on note a_n la population de bactéries de la souche A au temps "n *min*" ; Compléter les valeurs des termes a_n :
$a_0=200 \quad ; \quad a_1=\dots \quad ; \quad a_2=\dots \quad ; \quad a_3=\dots$

3. Soit n un entier naturel $(n\in\mathbb{N})$, on note b_n la population de bactéries de la souche B au temps "n *min*" ; Compléter les valeurs des termes b_n :
$b_0=300 \quad ; \quad b_1=\dots \quad ; \quad b_2=\dots \quad ; \quad b_3=\dots$

Exercice 4557

1. Voici des exemples de suites de nombres :
   a. $(\ 2\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 11\ ;\ 14\ ;\ \dots\ )$
   b. $(\ 2\ ;\ 6\ ;\ 18\ ;\ 54\ ;\ 162\ ;\ \dots\ )$
   c. $(\ 6\ ;\ -6\ ;\ 6\ ;\ -6\ ;\ 6\ ;\ \dots\ )$
   d. $(\ 1\ ;\ 3\ ;\ 7\ ;\ 15\ ;\ 31\ ;\ \dots\ )$

   Pour chacune de ces suites des nombres ; trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction des valeurs précédentes.

2. Voici d'autres exemples de suites numériques :
   a. $(\ 0\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 6\ ;\ 8\ ;\ \dots\ )$
   b. $(\ 1\ ;\ 6\ ;\ 11\ ;\ 16\ ;\ 21\ ;\ \dots\ )$
   c. $(\ 1\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 8\ ;\ 16\ ;\ 32\ ;\ \dots\ )$
   d. $(\ 1\ ;\ \sqrt{2}\ ;\ \sqrt{3}\ ;\ 2\ ;\ \sqrt{5}\ ;\ \sqrt{6}\ ;\ \dots\ )$
   e. $\left(\ 2\ ;\ \dfrac{3}{2}\ ;\ \dfrac{4}{3}\ ;\ \dfrac{5}{4}\ ;\ \dfrac{6}{5}\ ;\ \dots\ \right)$

   Pour chacune de ces suites des nombres trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction de sa position dans la suite.

2. Exemples de suites :

Exercice 4558

On considère les suites numériques définies ci-dessous, où leur rang n est un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:

a. $u_n = 2n$　　b. $v_n = 3n-4$

c. $w_n = n^2+3$　　d. $x_n = 2^n$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice 4559

On considère les suites définies ci-dessous par la valeur de leur premier terme et d'une relation de récurrence où l'entier n désigne un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:

a. $u_0 = 5$; $u_{n+1} = u_n + 2$

b. $v_0 = 3$; $v_{n+1} = 2{\cdot}v_n$

c. $w_0 = 2$; $w_{n+1} = -w_n$

d. $x_0 = 4$; $x_{n+1} = 2{\cdot}x_n - 2$

d. $y_0 = 1$; $y_1 = 1$; $y_{n+1} = y_n + y_{n-1}$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice 7591

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:
$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2$

2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:
$$v_n = \frac{n+1}{2{\cdot}n+1}$$

Exercice 7592

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:
$u_0 = 4 \quad ; \quad u_{n+1} = 3 - 2{\cdot}u_n$

2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:
$$v_n = \frac{2{\cdot}n - 1}{n+3}$$

Exercice 7597

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ par :
$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 2{\cdot}u_n + \frac{1}{n+1}$$
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 7598

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ par :
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + \frac{n}{n+1}$$
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

3. Suites arithmetique et geometrique : formule récurrence :

Exercice 4555

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.
Au 1er Janvier 2002, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants. Chaque année, la population de P augmente de 10 %, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1. a. Au 1er janvier 2002, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I ?

 b. Calculer la population de P, celle de V, puis celle de I au 1er Janvier 2003.
 Quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I ?

 c. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à l'unité près :

	A	B	C	D
1	Année	Population de P au 1er janvier	Population de V au 1er janvier	Population de I au 1er janvier
2	2002	200 000	300 000	
3				
4				
5				
6				
7				

2. n désigne un nombre entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$.

 On note p_n la population de P au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $p_0 = 200\,000$.

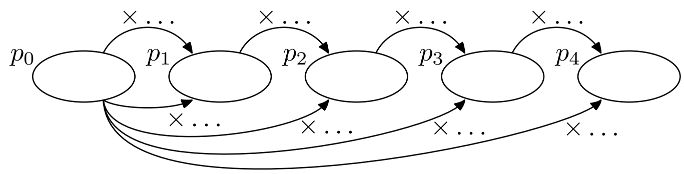
 On note v_n la population de V au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $v_0 = 300\,000$.

 a. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.

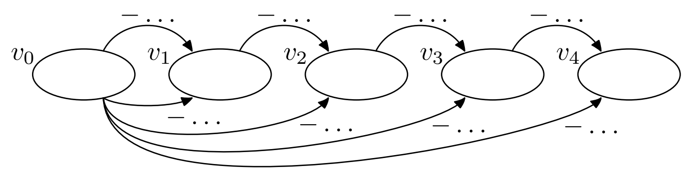
 b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :

a.



b.



Exercice 4578

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par récurrence par les relations où les rangs n de leurs termes sont des entiers positifs ou nuls $(n \in \mathbb{N})$:

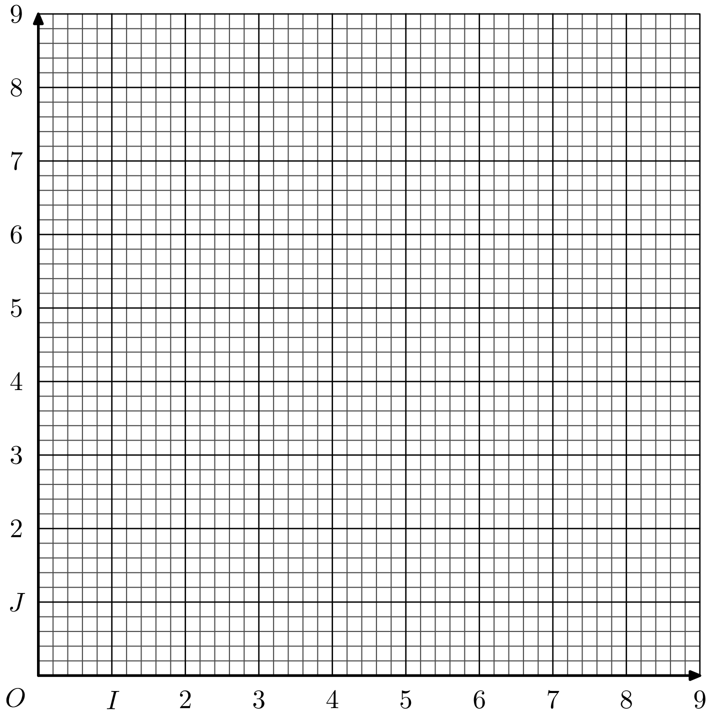
- $u_{n+1} = u_n + 0{,}75 \quad ; \quad u_0 = 2$
- $v_{n+1} = 2{\cdot}v_n \quad ; \quad v_0 = 0{,}125$

1. Quelles sont les natures des suites (u_n) et (v_n) ? On précisera les éléments caractéristiques de ces deux suites.

2. Compléter le tableau suivant avec les valeurs de la suite arrondies au dixième près :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										
v_n										

3. Placer les points $(n\,;u_n)$ et $(n\,;v_n)$ représentant ces deux suites dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



Exercice 4572

Dans cet exercice, n désigne un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.
Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) arithmétique définie par :
$v_0 = 6 \quad ; \quad v_{n+1} = v_n - 2$

   a. Donner les élèments caractéristiques de la suite (v_n).

   b. Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

4. Suites arithmetique et geometrique : nature :

Exercice 4574

Dans cet exercice, les rangs des termes des suites (u_n) et (v_n) sont des entiers positifs ou nuls :

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :
$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$

   Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :
$v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \dfrac{1}{2}$

   Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

Exercice 4710

On considère les deux suites (u_n) et (v_n), définies pour des rangs n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ dont les premiers termes sont données ci-dessous :

- (u_n) : $\quad (2\ ,\ 6\ ,\ 9\ ,\ 12\ ,\ \dots)$
- (v_n) : $\quad \left(54\ ,\ 6\ ,\ \dfrac{2}{9}\ ,\ \dfrac{2}{81}\ ,\ \dots\right)$

Justifier que chacune de ces suites ne peuvent être ni arithmétique, ni géométrique.

5. Suites arithmetique et geometrique : formule explicite :

Exercice 4575

Dans cet exercice, le rang n des termes des suites (u_n) et (v_n) sont des entiers positifs ou nul :

1. On considère la suite (u_n) définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
$u_n = 3{\cdot}n + 2$

   Justifier que la suite (u_n) est une suite arithmétique. Donner la raison de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
$v_n = 2{\times}3^n$

   Justifier que la suite (v_n) est une suite géométrique. Donner la raison de cette suite.

Exercice 7568

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence : $\quad u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 2$

   a. Quel est la nature de cette suite ?

   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n.

   c. Déterminer la valeur de u_{20}.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence : $\quad v_0 = 64 \quad ; \quad v_{n+1} = \dfrac{1}{2}{\cdot}v_n$

   a. Quel est la nature de cette suite ?

   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de v_n en fonction de n.

   c. Déterminer la valeur de v_6.

6. Suites arithmetique et geometrique : recherche des élèments caractéristiques :

Exercice 4618

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) dont les rangs n de leurs termes sont des entiers positifs ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

1. On considère la suite (u_n) arithmétique dont on connait les valeurs des deux termes :
$u_7 = 23$; $u_{13} = -1$
   a. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n). Justifier votre démarche.
   b. Donner la formule explicite définissant un terme de la suite (u_n) en fonction de son rang n.

2. On considère la suite (v_n) géométrique dont on connait les valeurs des deux termes suivants :
$v_3 = 4$; $v_7 = \dfrac{81}{4}$
   a. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (v_n). Justifier votre démarche.
   b. Donner la formule explicite définissant la valeur d'un terme de la suite (v_n) en fonction de son rang.

Exercice 7593

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ arithmétique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$u_7 = 3$; $u_{22} = 15$
Déterminer les élèments caractéristiques des termes de la suite (u_n).

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ géométrique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$v_3 = 256$; $v_8 = 781{,}25$
Déterminer les élèments caractéristiques des termes de la suite (v_n).

7. Suites et évolutions :

Exercice 548

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

On a pu lire dans le livre "*Voici venu le temps du monde fini*" d'Albert Jacquard l'affirmation suivante :

Un accroissement d'une population de 2 % par an peut sembler bien faible, il correspond pourtant à un doublement en 35 ans, donc à un quadrulement en 70 ans, à une multiplication par 7 en moins d'un siècle.

Les affirmations de l'auteur sont-elles exactes ? Justifier la réponse.

Partie B

1. La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne la population mondiale en millions d'habitants :

	A	B	C	D	E
1	Année	Population	Taux d'évolution arrondi à 0,1 %	n	u_n
2	1950	2500	×	0	2500
3	1960	3014	20,6 %	1	
4	1970	3683	22,2 %	2	
5	1980	4453	20,9 %	3	
6	1990	5201		4	
7	2000	6080		5	
8				6	
9				7	
10				8	
11				9	

Quelle formule faut-il écrire en `C3` pour compléter la colonne C en recopiant cette formule vers le bas ?

2. a. Calculer le taux d'évolution global de la population mondiale entre les années 1950 et 2000.
   b. Montrer que le taux décennal moyen entre les années 1950 et 2000 est d'environ 19,45 %.

3. On considère la suite géométrique u de premier terme $u_0 = 2500$ et de raison $q = 1{,}195$.
   a. Quelle formule, à recopier vers le bas, peut-on écrire en `E3` pour calculer les termes de la suite u ?
   b. Si l'on fait l'hypotèse que la population mondiale évoluera au même rythme au delà de l'an 2000, on peut estimer que la population mondiale de l'année $(1950+10n)$ sera environ égale au terme u_n de cette suite.
   Quelle population peut-on ainsi prévoir pour l'an 2010 ? Pour l'an 2050 ?
   c. Par combien la population mondiale serait-elle ainsi multipliée en un siècle ?

Exercice 7567

Un demandeur d'emploi se voit proposer deux offres :

- Un salaire initial de 1150 euros par mois et une augmentation de 5 % par mois.
On note (a_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.
- Un salaire initial de 1200 euros par mois et une augmentation de 3 % par mois. On note (b_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

1. Donner la nature et les élèments caractéristiques de chacune des suites (a_n) et (b_n).

2. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des termes au centième près.

n	0	1	2	3	4
a_n					
b_n					

3. a. Au bout du 5[ième] mois, quelle est la proposition ren-

dant le salaire le plus avantageux ?

b. A la vue de la somme reçue au terme des cinq mois, quelle est la proposition la plus avantageuse ?

Exercice 7202

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger. Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %.

On désigne par u_n le nombre de films proposés où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site.

1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la suite (u_n) est une suite géométrique de premier 500 :

2. Exprimer u_n en fonction de n.

8. Suites et seuils :

Exercice 7595

Un magasin propose une carte de fidélité afin de profiter d'avantages lors d'achats. La première année, la carte de fidélité a été offerte à 200 clients.
On observe que le nombre de clients possédant la carte de fidélité augmente de 6 % par an.

On modélise le nombre de possesseurs de la carte de fidélité par une suite (u_n) où n désigne le nombre d'année depuis l'ouverture du magasin.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.
2. Donner la nature de la suite et ses éléments caractéristiques. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Déterminer la valeur du terme de rang 6 arrondie à l'unité.
4. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien d'année le nombre de possesseurs de la carte de fidélité dépasse 400 personnes.

9. Algorithme : termes des suites :

Exercice 7539

On considère les deux algorithmes ci-dessous :

Algorithme 1

```
u ← 4
Pour i allant de 1 à 53
    u ← u + 3
Fin Pour
```

Algorithme 2

```
u ← 1
Pour i allant de 1 à 4
    u ← 2×u + 1
Fin Pour
```

Pour chacun des algorithmes, donner la valeur contenue dans la variable u après l'exécution de l'algorithme.

Exercice 7540

1. a. Dans un langage de programmation, saisir l'algorithme suivant :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
   a ← a+3
Fin Pour
```

b. En effectuant une exécution pas à pas, noter les valeurs successives prises par la variable a :
$\dots\ ;\ \dots\ ;\ \dots\ ;\ \dots\ ;\ \dots\ ;\ \dots$

2. a. Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable a soit :
$2\ ;\ 6\ ;\ 10\ ;\ 14\ ;\ 18\ ;\ 22$

b. Modifier l'algorithme pour que les valeurs successives prises par la variable a soit :
$5\ ;\ 10\ ;\ 15$

Exercice 7599

On considère la suite géométrique (u_n), de raison 0,9 et de premier term $u_0 = 50$.

1. a. Recopier et compéter l'algorithme afin, qu'à la fin de son exécution, la variable U ait pour valeur 25^e terme de cette suite, c'est à dire u_{24} :

```
U ← ...
Pour N allant de 1 à 24
    U ← ...
Fin Pour
```

b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

c. Calculer u_{24} et donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.

2. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que : $u_n < 0{,}01$.

10. Algorithme : seuil :

Exercice 7204

Un commerçant venant d'ouvrir une boutique remarque que son chiffre d'affaire à commencer à 25 000 euros par mois et à progresser tous les mois de 2 %.

Il décide de modéliser la progression de son chiffre d'affaire par la suite (u_n) où u_0 représente le chiffre d'affaire lors d'ouverture de la boutique.

1. Donner la nature et les caractéristiques de la suite (u_n).
2. a. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de combien de mois, son chiffre d'affaires dépassera 30 000 euros.

b. Compléter l'algorithme afin qu'à la fin de son exécution, la variable n ait pour valeur le nombre de mois à attendre pour que son chiffre d'affaires dépassera 30 000 euros.

```
n ← 0
u ← 25 000
Tant que ... faire
    n ← ...
    u ← ...
Fin Tant que
```