

# Première ES/Second degré

## 1. Rappels :

### Exercice 4400

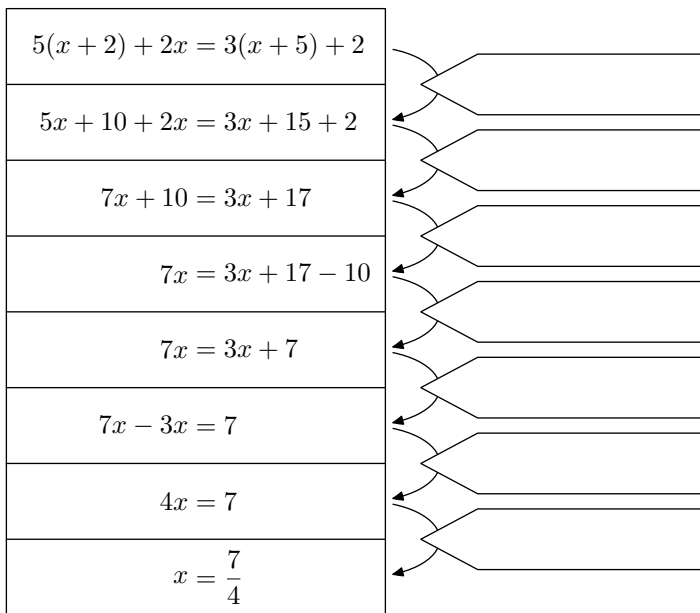
Parmi les équations ci-dessous, lesquelles admettent le nombre 2 pour solution ?

a.  $3x + 1 = 2x - 1$       b.  $3(x + 1) - 3(2 - x) = x + 1$

c.  $\frac{2x + 1}{3x + 4} = \frac{1}{2}$       d.  $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$

### Exercice 4402

Le diagramme ci-dessous présente les étapes de la résolution algébrique d'une équation.



Décrire succinctement chacune de ces étapes en indiquant dans les étiquettes l'action mathématique réalisée (*factorisation, développement, soustraction...*).

### Exercice 6994

Donner la forme développée réduite des expressions suivantes :

a.  $(2x + 1)(x + 2)$       b.  $(x - 1)(2x + 2)$

c.  $(-2 - x)(3x + 1)$       d.  $(2x + 3)^2$

### Exercice 4424

Factoriser les expressions suivantes :

a.  $(3x - 1)(2x + 1) + (5 - x)(2x + 1)$

b.  $x(2 - x) + (3x + 1)(2 - x)$

c.  $(x + 1)(x - 1) - (2x + 3)(x - 1)$

d.  $(3x + 4)(2x - 1) + 4(3x + 4)$

e.  $(2x + 4)(3 - 3x) + (2x + 4)$

f.  $(x + 1)(3 - 2x) + (3 - 2x)^2$

### Exercice 6995

**Rappel :** lorsque les coefficients d'un polynôme sont des multiples d'un même nombre, une factorisation est possible.

**Exemple :**

•  $2x + 2 = 2 \cdot (x + 1)$       •  $6x - 3 = 3 \cdot (2x - 1)$

Factoriser les expressions suivantes :

a.  $(x + 1)(2x - 1) + (2x + 2)(3x + 2)$

b.  $(6x - 3)(x + 1) + (2x - 1)(x + 2)$

c.  $(9x - 3)(3x + 1) - (x - 2)(3x - 1)$

d.  $(2x + 2)^2 + (x + 1)$

### Exercice 4612

1. Factoriser les expressions suivantes :

a.  $3x + 6$       b.  $2x - 8$       c.  $27x + 18$

2. Factoriser les expressions suivantes :

a.  $(x + 2)(x - 3) + (3x + 6)(2x - 1)$

b.  $(3x + 6)(x - 4) - (2x - 8)(x - 2)$

c.  $(2x + 7)(27x + 18) - (5 - x)(3x + 2)$

### Exercice 4613

### Rappels :

L'opposé de l'expression  $3x-4$  peut s'exprimer avec les deux formes suivantes :  $-3x+4$  ;  $4-3x$

L'opposé du produit  $a \times b$  peut s'exprimer avec les deux formes :  $(-a) \times b$  ;  $a \times (-b)$

Attention, le produit  $(-a) \times (-b)$  est **égal** au produit  $a \times b$ .

### Applications :

- Dans l'expression  $(3x-4)(5x+1)+(4-3x)(2-2x)$ , le facteur commun est  $3x-4$ .

- On a les transformations successives :

$$(2-x)(x-4) = [-(x-2)](x-4) = (x-2)(4-x)$$

Factoriser les expressions suivantes :

a.  $(3x-4)(5x+1) + (4-3x)(2-2x)$

b.  $(x-2)(2x+3) + (2-x)(x-4)$

### Exercice 4425



Factoriser les expressions suivantes :

a.  $(x-1)(2x+1) - (2x-2)(5-2x)$

b.  $(2+x)(3-x) + (5-2x)(3-x)$

c.  $3(4+2x) - (3+x)(10+5x)$

d.  $(2-x)(3x-4) + \left(2 - \frac{3}{2}x\right)(2x+3)$

e.  $(2x+1)^2 - 4(2-3x)^2$

f.  $18x^2 - 24x + 8 + (3x-2)(2-x)$

### Exercice 4547



Résoudre les équations suivantes :

a.  $(4x+2)(3x-1) + x(6x+3) = 0$

b.  $(x+3)^2 = 2(2x+6)(3x-2)$

c.  $(-5x-4)(2x+1) = (-4x-3)(3x+2)$

d.  $(1-5x)(2x+1) = (1-3x)(3x+2)$

### Exercice 4452



Compléter le tableau de signe de chacune des expressions  $E$  :

1.	$x$	$-\infty$	$-3$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
	$2x+1$			0	
	$3+x$		0		
	$E=(2x+1)(3+x)$		0	0	

2.

$x$	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$2$	$+\infty$
$x-2$				
$4x-3$				
$E=(x-2)(4x-3)$				

3.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$2+x$		
$2-x$		
$E=(2+x)(2-x)$		

### Exercice 4404



Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $(2x+1)(x+2) < 0$

b.  $(3-x)(2x+1) \geq 0$

c.  $(5x+1)(x-2) > (3+x)(x-2)$

d.  $(x+3)(5-x) \leq 2(x+3)$

### Exercice 6970



Résoudre les équations :

a.  $\frac{x}{3x+2} = \frac{5x}{2x+1}$

b.  $\frac{4x-2}{2x-3} - \frac{6x-2}{3x+1} = 0$

### Exercice 7219



1. Factoriser les expressions suivantes :

a.  $(x+3)(2x-1) - (3x+1)(x+3)$

b.  $(6-3x)(x+2) - (2-x)^2$

2. Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $(3-2x)(3x+1) > 0$

b.  $(3x+1)(x+1) < (x+1)(4x+2)$

## 2. Sens de variation :

### Exercice 4468



### Rappels :

Un polynôme du second degré admet pour forme développée réduite  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  où  $a \neq 0$ .

La fonction  $x \mapsto a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  a son tableau de variations dépendant du signe du coefficient du terme du second degré :

$\bullet a > 0$			$\bullet a < 0$				
$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$	$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
$a \cdot x^2 + b \cdot x + c$		↘	↗	$a \cdot x^2 + b \cdot x + c$		↗	↘

Sa courbe représentative s'appelle une **parabole** et son sommet a pour abscisse  $-\frac{b}{2a}$ .

Dresser le tableau de variations de chacun des polynômes suivants :

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| a. $4x^2 + 4x + 5$ | b. $-2x^2 - 2x + 3$ |
| c. $2x^2 + 4x + 2$ | d. $-4x^2 + 4x + 3$ |
| e. $2x^2 + 3x + 1$ | f. $-4x^2 - 4x - 1$ |

### 3. Autour de la forme canonique :

#### Exercice 4454

Etablir les égalités suivantes :

- $(x + 2)^2 - 4 = x^2 + 4x$
- $(x - 9)^2 + 11 = x^2 - 18x + 92$
- $(x + 3)^2 - 12 = x^2 + 6x - 3$
- $2(x + 1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$

#### Exercice 4457

### 4. Déterminer la forme canonique :

#### Exercice 4458

Tout polynôme du second degré  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  admet une expression de la forme :

$f : x \mapsto \alpha \cdot (x - \beta)^2 + \gamma$   
où  $\alpha, \beta, \gamma$  sont des nombres réels avec  $\alpha \neq 0$ .

Cette expression s'appelle la **forme canonique**.

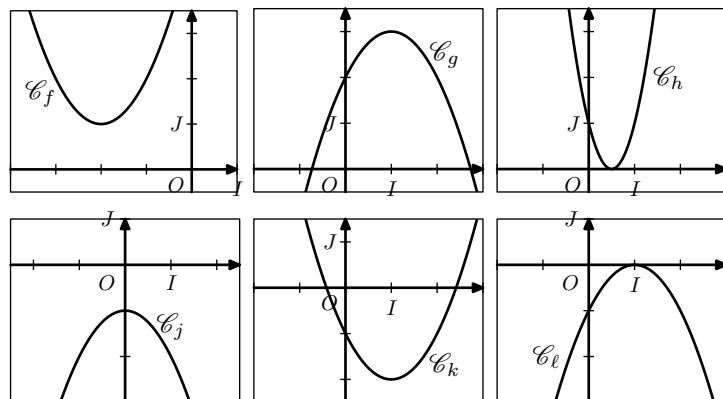
Associer à chacun des polynômes du second degré sa forme canonique :

#### Exercice 4469



Associer à chacune des polynômes ci-dessous sa représentation graphique :

- $A = x^2 + 4x + 5$  ;  $B = -x^2 + 2x + 2$   
 $C = 4x^2 - 4x + 1$  ;  $D = -x^2 - 1$   
 $E = x^2 - 2x - 1$  ;  $F = -x^2 + 2x - 1$



Pour chacune des égalités suivantes, donner la valeur de  $\alpha$  (sans justification), puis vérifier l'égalité proposée :

- $(x + 2)^2 - 5 = x^2 + \alpha \cdot x - 1$
- $(x - 3)^2 + 7 = x^2 - 6x + \alpha$
- $2(x + 1)^2 - 9 = \alpha \cdot x^2 + 4x - 7$
- $7(x - 2)^2 + 1 = 7x^2 + \alpha \cdot x + 29$
- $(x - 5)^2 + \alpha = x^2 - 10x + 10$
- $3(x + \alpha)^2 + 4 = 3x^2 + 48x + 196$

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| $4x^2 + 8x + 7$    | ○ $(x + 2)^2 - 5$   |
| $x^2 + 4x - 1$     | ○ $(x - 4)^2 - 4$   |
| $x^2 - 8x + 20$    | ○ $4(x + 1)^2 + 3$  |
| $4x^2 - 16x + 6$   | ○ $4(x - 2)^2 - 10$ |
| $-4x^2 - 16x - 12$ | ○ $(x - 4)^2 + 4$   |
| $x^2 - 8x + 12$    | ○ $-4(x - 2)^2 + 4$ |
| $-4x^2 + 16x - 12$ | ○ $-4(x + 2)^2 + 4$ |

#### Exercice 4456



Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes du second degré suivants :

a.  $x^2 + 2x - 3$

b.  $x^2 - 6x - 2$

c.  $x^2 + 12x + 5$

d.  $x^2 - 10x + 5$

e.  $x^2 + 4x$

f.  $x^2 - 14x + 9$

### 5. Forme canonique et équation :

#### Exercice 4410



On considère l'expression :  $(E): x^2 + 3x + 10$

1. Déterminer l'expression de la forme canonique de  $(E)$ .
2. Déduire de la forme canonique de  $(E)$  que l'équation ci-dessous n'admet pas de solution :

$$x^2 + 3x + 10 = 0$$

#### Exercice 7227



On considère le polynôme  $(P): x^2 + 6x + 3$

1. Déterminer la forme canonique du polynôme  $P$ .
2. En déduire les solutions de l'équation :  $x^2 + 6x + 3 = 10$

### 6. Forme canonique et sens de variations :

#### Exercice 4407



1. a. Déterminer la forme canonique de l'expression :  $x^2 - 10x - 2$
- b. Justifier que cette expression admet pour valeur minimale  $-27$  et que cette valeur est atteinte en  $5$ .

2. On considère l'expression  $-2x^2 + 8x + 1$  :

- a. Etablir l'égalité suivante :  $-2x^2 + 8x + 1 = -2(x - 2)^2 + 9$
- b. En déduire que cette expression atteint son maximum en  $x = 2$ . Quelle est sa valeur maximale?

### 7. Forme canonique et étude de fonctions :

#### Exercice 4409



On considère le polynôme du second degré :  $(E): x^2 + 4x - 12$

1. a. Justifier que le polynôme  $(E)$  admet pour forme canonique :  $(x+2)^2 - 16$ .
- b. Justifier que le polynôme  $(E)$  admet pour minimum

$-16$ .

2. a. Déduire de la question 1. a. la forme factorisée du polynôme  $(E)$ .
- b. En déduire les deux racines du polynôme  $(E)$ .
3. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x^2 + 4x - 12$

### 8. Calcul du discriminant :

#### Exercice 4459



Le **discriminant** d'un polynôme  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  du second degré est un nombre qui se calcule à l'aide des coefficients du polynôme :

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

Compléter le tableau ci-dessous pour chacun des polynômes du second degré :

	$a$	$b$	$c$	$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$2x^2 + 5x + 1$				
$-x^2 + 7x + 3$				
$x^2 - 5x + 4$				
$2x^2 - 4x - 1$				
$-x^2 - x - 1$				
Première ES - Second degré $x^2 + 7$				

**Exercice 4408**

Déterminer le discriminant des polynômes du second degré ci-

dessous :

a.  $x^2 + 2x + 4$

b.  $2x^2 + 4x + 1$

c.  $x^2 - 2x + 1$

d.  $-2x^2 + 2x + 1$

e.  $x^2 - x - 1$

f.  $3x^2 + x - 2$

**9. Equation du second degré :****Exercice 4411**

Les racines d'un polynôme sont les valeurs annulant ce polynôme.

Pour un polynôme  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  du second degré, le nombre de racines existantes dépend du discriminant :

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
Aucune solution	1 solution	2 solutions
	$-\frac{b}{2 \cdot a}$	$\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ ; $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$

Déterminer les racines des polynômes du second degré :

a.  $x^2 + 2x - 35 = 0$

b.  $2x^2 - 5x + 2 = 0$

c.  $5x^2 - 3x + 2 = 0$

d.  $9x^2 - 24x + 16 = 0$

e.  $-2x^2 + 3x - 5 = 0$

f.  $-3x^2 - x + 4 = 0$

**10. Equation et racines avec radicaux :****Exercice 4412**

Résoudre les équations suivantes :

a.  $x^2 - 4x - 3 = 0$

b.  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

c.  $2x^2 - 4x - 8 = 0$

d.  $x^2 - 3x + 1 = 0$

**11. Factorisation :****Exercice 4413**

La factorisation d'un polynôme  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  du second degré dépend de la valeur de son discriminant :

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
Aucune factorisation	$a \cdot \left(x + \frac{b}{2 \cdot a}\right)^2$	$a \cdot (x - \alpha)(x - \beta)$ où $\alpha$ et $\beta$ sont les deux racines du polynôme

Factoriser, si possible, les expressions suivantes :

a.  $x^2 + 4x + 3$

b.  $5x^2 - 4x - 1$

c.  $3x^2 + 4x + 1$

d.  $4x^2 + 3x + 4$

e.  $12x^2 + 36x + 27$

f.  $3x^2 + 3x + 4$

**Exercice 4416**

Factoriser, si possible, les polynômes du second degré ci-dessous :

a.  $3x^2 + 4x + 1$

b.  $-3x^2 + 4x - 1$

c.  $-4x^2 + 5x$

d.  $-4x^2 + 12x - 9$

e.  $x^2 + 2x + 1$

f.  $3x^2 - 4x + 2$

**Exercice 4414**

On considère le polynôme du second degré ( $E$ ):  $x^2 + 3x + 3$ .

- Déterminer le discriminant du polynôme ( $E$ ).
- En effectuant un raisonnement par l'absurde et en supposant que l'expression ( $E$ ) admette la forme factorisée :  
( $E$ ) :  $a(x - \alpha)(x - \beta)$   
Établir que l'expression ( $E$ ) n'admet pas de forme factorisée.

**12. Tableau de signes et inéquations :**

**Exercice 4417**



Le tableau de signe d'un polynôme du second degré dépend du signe du coefficient du terme du second degré et du signe du discriminant.  
Les six possibilités sont représentées ci-dessous :

	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$ <small><math>\alpha</math> et <math>\beta</math> sont les deux racines</small>
$a > 0$	Signe#   -∞                    +∞                      + 	Signe#   -∞    -b/2a    +∞      +    0    + 	Signe#   -∞    α            β    +∞      +    0    -    0    + 
$a < 0$	Signe#   -∞                    +∞                      - 	Signe#   -∞    -b/2a    +∞      -    0    - 	Signe#   -∞    α            β    +∞      -    0    +    0    - 

Dresser le tableau de signe de chacune des expressions suivantes :

- a.  $2x^2 + x - 1$     b.  $-3x^2 + 2x + 1$     c.  $2x^2 - 1$   
 d.  $4x^2 - 3x - 1$     e.  $-x^2 - x - 1$     f.  $-x^2 - 4x - 1$

A la question f., on pourra donner les valeurs approchées au

**13. Etude de fonctions :**

**Exercice 4471**



Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère les courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3 \quad ; \quad g(x) = \frac{7}{2}x^2 - 5x + 1$$

centième des racines.

**Exercice 4460**



Résoudre les inéquations suivantes :

- a.  $x^2 - 3x + 2 > 0$     b.  $x^2 - x - 2 < 0$   
 c.  $-9x^2 + 12x - 4 \leq 0$     d.  $5x^2 + 4x - 1 < 0$   
 e.  $-4x^2 + 2x + 2 \geq 0$     f.  $-x^2 + x - 3 > 0$

**Exercice 7221**



1. Résoudre l'équation ci-dessous en donnant les réponses arrondies au centième près :

$$3x^2 + x - 1 = 0$$

2. Donner la forme factorisée des expressions suivantes :

- a.  $3x^2 - 3x - 6$     b.  $12x^2 + 12x + 3$

3. Résoudre les inéquations :

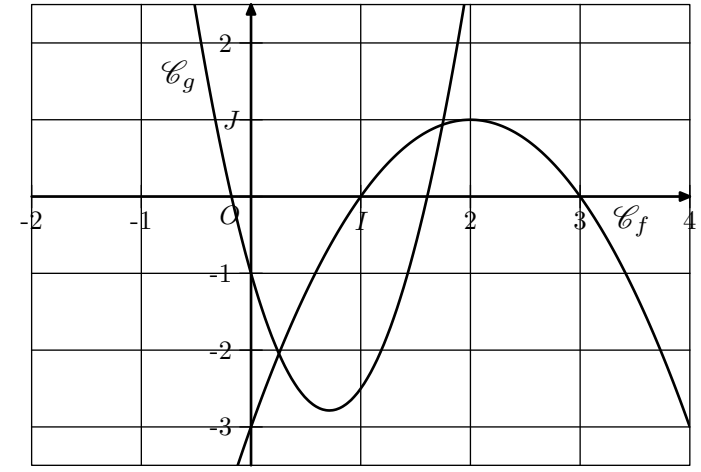
- a.  $6x^2 + x - 1 \geq 0$     b.  $3x^2 + x + 1 < 0$

**14. Problèmes :**

**Exercice 4423**

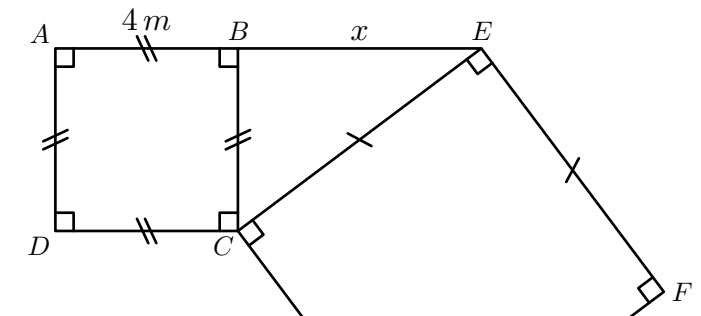


Un champ est composé de deux carrés et d'un triangle rectangle. On a représenté ce champ dans la figure ci-dessous :



Les questions ci-dessous doivent être traitées algébriquement :

1. Déterminer les antécédents de 0 par les fonctions  $f$  et  $g$ . On donnera les arrondies au centième près.  
 2. Déterminer la position relative de ces deux courbes.



1. Justifier que l'aire  $\mathcal{A}$  du champ a pour valeur en fonction de  $x$  :

$$\mathcal{A}(x) = x^2 + 2x + 32$$

2. En déduire la valeur de la longueur  $x$  afin que l'aire totale du champ soit de  $200 \text{ m}^2$ .