Compiler exercice

Compiler correction

Plus d'option

Première ES/Probabilité

1. Rappels -dénombrements :

Exercice 4790

Une urne contient 12 boules blanches, 5 boules noires et 8 boules bleus indiscernables au touché. On considère notre univers d'expérience composé des trois événements élémentaires suivants :

- A : "*La boule tirée est blanche*"
- B : "*La boule tirée est noire*"
- C : "*La boule tirée est bleue*"

Compléter le tableau ci-dessous, au centième près, représentant la loi de probabilité de notre expérience :

X	A	B	C
$\mathcal{P}(X)$			

Exercice 4809

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.

Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport *(les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar)*

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise *(on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés)*.

F l'évènement : "*l'employé est une femme*" ;

T l'évènement : "*l'employé choisit le train*".

1. Calculer les probabilités $\mathcal{P}(F)$, $\mathcal{P}(T)$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train *(on donnera les résultats sous forme décimale)*
2. a. Déterminer la probabilité de l'évènement $F \cap T$.

   b. En déduire la probabilité de l'évènement $F \cup T$.
3. En choisissant un employé au hasard parmi les employés n'ayant pas choisi le train, quelle est la probabilité que cet employé soit une femme? *(on donnera le résultat arrondi au millième)*

2. Rappels - réunion et intersection :

Exercice 4791

Voici le tableau représentant la loi de probabilité d'un dés truqué à six faces :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,15	0,1	0,08	0,17	0,22	0,28

Déterminer la probabilité de chacun des évènements ci-dessous :

1. A : "*Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 4*".
2. B : "*Le nombre obtenu est pair*".

Exercice 7560

Soit $\big(\Omega\,;\mathcal{P}\big)$ un espace probabilisé où A et B sont deux événements de Ω tels que :

$$\mathcal{P}(A) = 0{,}42 \quad ; \quad \mathcal{P}(B) = 0{,}19$$

Sachant que $\mathcal{P}\big(A \cup B\big) = 0{,}43$, déterminer la probabilité de l'évènement $A \cap B$.

3. Rappels - jeux de cartes :

Exercice 4788

Une expérience aléatoire consiste à tirer au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

♡	♢	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

1. Déterminer les probabilités des évènements suivants :
   - A : “*La carte tirée est un pique*” ;
   - B : “*La carte tirée est une figure*” ;
   - C : “*La carte tirée est noire*” ;
   - D : “*La carte tirée est le valet*” ;
2. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

   a. $A\cap B$ b. $A\cap C$ c. $A\cup B$ d. $B\cup C$

   e. $C\cap D$ f. $C\cup D$ g. $C\cap\overline{D}$ h. $\overline{C}\cup\overline{D}$

Exercice 7500

On considère un jeu de 32 cartes représenté ci-contre. On tire au hasard une carte dans ce jeu et on considère les évènements ci-dessous :

♡	♢	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

- A : “*la carte tirée est un carreau*”
- B : “*La carte tirée est une figure*”
- C : “*La carte tirée porte le nombre 8 ou 9*”

Déterminer les probabilités ci-dessous :

a. $\mathcal{P}(\overline{C})$ b. $\mathcal{P}(A\cap C)$

c. $\mathcal{P}(A\cup\overline{B})$ d. $\mathcal{P}(B\cap\overline{C})$

5. Variables aléatoires :

Exercice 7336

On considère une urne contenant 11 boules. Certaines sont rondes, d'autres carrés. Certaines sont blanches, d'autres sont rayés. Elles sont représentés ci-dessous :

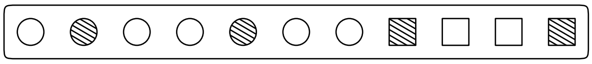
On suppose qu'en appuyant sur un bouton, les boules sortent au hasard de l'urne. On vient de constituer une expérience aléatoire suivant la loi d'équiprobabilité.

On associe un gain à chacune des boules de la manière suivante :

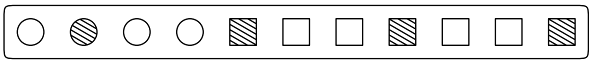
- Une boule rapporte 1 € alors qu'un carré rapporte 2 €.
- De plus, si l'élément est rayé, le gain est augmenté de 1 €.

Cette association d'une valeur à chaque évènement élémentaire constitue une variable aléatoire. Notons la $\mathcal{X}$.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$ lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



2. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\mathcal{X}$ lorsque le contenu de l'urne est représenté ci-dessous :



6. Variables aléatoires et arbres de choix :

Exercice 4796

Un jeu consiste à lancer quatre fois successivement un pièce de monnaie équilibré. A chaque lancer, on note la face obtenue.

1. a. Construire un arbre de probabilité représentant cette expérience aléatoire.

   b. En admettant que les sorties de cette expérience sont équiprobables, donner la probabilité d'un événement élémentaire.

On associe à chaque sortie de cette expérience aléatoire un gain :

- le gain est de 0 € si le côté face n'apparait pas ;
- le gain est de 1 € si le côté face apparait 1 fois ;
- le gain est de 2 € si le côté face apparait 2 fois ;
- le gain est de 4 € si le côté face apparait 3 fois ;
- le gain est de 10 € si le côté face apparait 4 fois ;

2. Associer à chaque événement élémentaire le gain qui lui est associé.
3. A chaque sortie de cette expérience, on note $\mathcal{X}$ le gain obtenu.
   - L'événement “*le gain obtenu est égal à 4€*” se note $\{\mathcal{X}=4\}$.
   - L'événement “*le gain est supérieur ou égal à 4€*” se note $\{\mathcal{X}\geqslant 4\}$.

   Déterminer les probabilités des événements ci-dessous

   a. $\{\mathcal{X}=10\}$ b. $\{\mathcal{X}=4\}$ c. $\{\mathcal{X}\geqslant 4\}$
4. Compléter le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	4	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$					

7. Utiliser une loi de probabilité :

Exercice 4800

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

x_i	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=x_i)$	0,15	0,24	0,35	0,26

1. Justifier que le tableau ci-dessous représente bien une loi de probabilité.
2. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 2)$
   b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}<2)$
   c. $\mathcal{P}(\{\mathcal{X}=1\}\cup\{\mathcal{X}=3\})$

8. Esperance mathematique :

Exercice 4804

On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,51	0,08	0,17	0,24

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 4806

On considère un jeu de 32 cartes. Un jeu consiste à tirer une carte au hasard parmi ces cartes. On associe un gain à la carte tirée de la manière suivante :

- Si une figure est tirée, le participant remporte 1 € ;
- Si un as autre que l'as de coeur est tiré, le participant remporte 2 € ;
- Si l'as de coeur est tiré, le participant remporte 10 € ;
- sinon le participant ne gagne rien.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à une carte le gain associé.

1. Donner, à l'aide d'un tableau, la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
2. Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

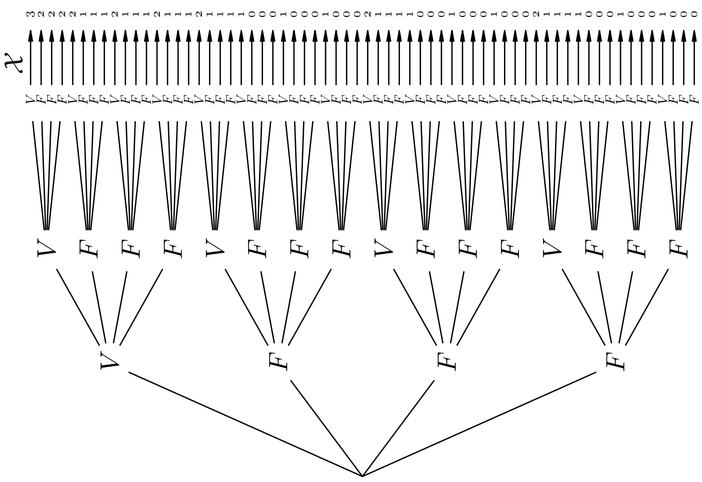
9. Introduction aux arbres de probabilités :

Exercice 7385

On considère un questionnaire à choix multiple composé de 3 questions proposant chacune 4 réponses dont une seule est exacte.

On crée une expérience aléatoire en demandant aux participants de répondre au hasard aux questions proposées dans le formulaire.

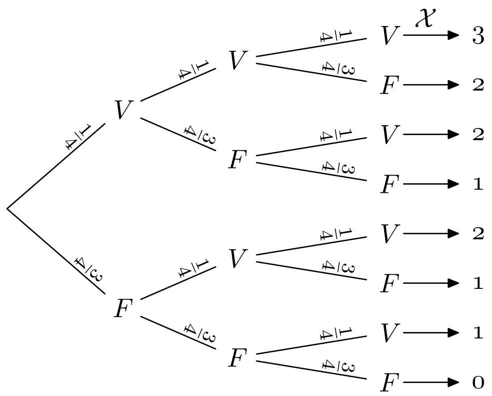
On représente cette situation par l'arbre de choix ci-dessous :



On associe à chaque évènement élémentaire la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui lui associe le nombre de bonnes réponses.

1. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Pour chaque question du Q.C.M., la probabilité d'avoir une bonne réponse est de $\dfrac{1}{4}$ et une mauvaise réponse est de $\dfrac{3}{4}$.
On simplifie l'arbre de choix par l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. a. A l'aide de cet arbre de probabilité, quel calcul permet de retrouver les valeurs des probabilités :
   $\mathcal{P}(\mathcal{X}=0)$; $\mathcal{P}(\mathcal{X}=3)$

b. Quelle méthode peut-on appliquer pour obtenir rapidement les valeurs de $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$ et $\mathcal{P}(\mathcal{X}=2)$?

10. Répétition indépendantes d'une même expérience :

Exercice 4811

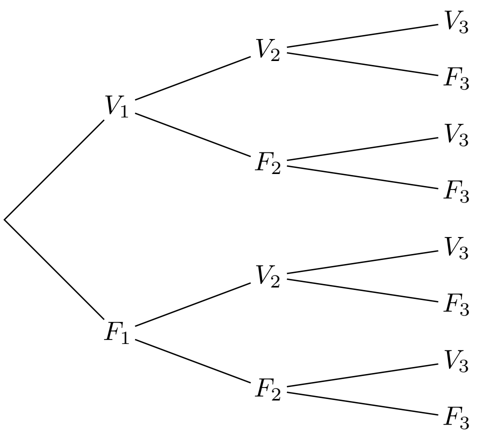
Un QCM *(questionnaire à choix multiple)* est proposé à des élèves : il comporte trois questions et quatre réponses sont proposées dont une seule est juste.

On souhaite étudier le pourcentage de réussite à ce QCM si les élèves y répondent complétement de réponse aléatoire ; on suppose alors que les réponses données à chacune des questions sont indépendantes entre elles.

On note :

- F_i : "*La réponse fournit à la question i est fausse*" ;
- V_i : "*La réponse fournit à la question i est vraie*" ;

1. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire comptant le nombre de bonnes réponses fournies au QCM.

   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

   b. Calculer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 4810

Cinq garçons et trois filles participent écrivent leur nom sur un bout de papier et l'insère dans une urne.

On extrait, successivement et avec remise, deux bouts de papier de l'urne. On considère que les deux tirages sont indépendants.

1. A chaque tirage, on regarde si le papier tiré désigne un garçon ou une fille. Construire l'arbre de probabilité lié à cette expérience.

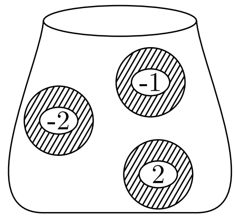
2. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associant à une issue de ce tirage le nombre de filles sélectionnées.

   a. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

   b. Calculer son espérance mathématique de $E(\mathcal{X})$.

Exercice 7501

Un urne contient trois boules indiscernables au toucher portant les nombres -2, -1 et 2.



On considère l'expérience aléatoire consistant à tirer successivement trois fois une boule de l'urne et en la remettant à chaque fois.

On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ qui associe à chaque expérience, la somme des nombres obtenus sur les boules tirées.

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$

Toute trace de recherche ou d'initiative, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

11. Succession d'expériences indépendantes :

Exercice 4890

Une fabrique de chocolats produit dans l'année des boîtes de chocolat dont 50 % sont faites de chocolats au lait, 30 % de chocolat noir et 20 % de chocolat blanc.

70 % des boîtes présentent des chocolats nature alors que les autres boîtes contiennent des chocolats sont fourrés de caramel. Ces proportions sont indépendantes du chocolat utilisé pour confectionner la boite.

On considère les évènements :

- L : "*le chocolat au lait est utilisé*" ;
- N : "*le chocolat noir est utilisé*" ;
- B : "*le chocolat blanc est utilisé*" ;
- Na : "*les chocolats sont natures*" ;
- C : "*les chocolats sont fourrés au caramel*" ;

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Dresser l'arbre de probabilité associé à cette situation.

2. On choisit en sortie d'usine, au hasard, une boite produite. Déterminer les probabilités des évènemnts suivants :

   a. "*la boite contient des chocolats noir et nature*"

   b. "*la boite contient des chocolats noir ou nature*"

3. L'entreprise fixe les prix des boîtes de la manière suivante :
   - le prix de base d'une boîte de chocolat est de 9 € ;
   - si le chocolat utilisé est le chocolat noir alors le prix est majoré de 4 € ;

- si le chocolat utilisé est le chocolat blanc alors le prix est majoré de 2 € ;
- si les chocolats sont fourrés au caramel, le prix de la boîte augmente de 2 €.

La variable aléatoire $\mathcal{X}$ associe à boîte produit par l'usine son prix de ventre.

a. Dresser le tableau représentant la loi de probabilité associée à la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

b. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 4823

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.

Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.

Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture.

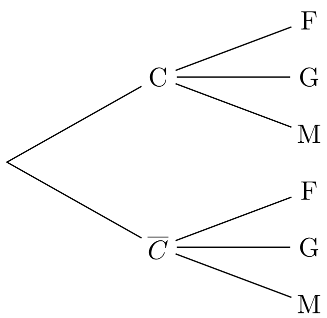
Quelque soit le type de barquette achetée, le client choisi à 50 % des cas la myrtille pour fruit, 30 % des framboises dans les autres cas, c'est la groseille qui est choisie.

On notera :

- C l'évènement : "*le client achète une barquette de fruits à confiture*" ;
- F l'évènement : "*le client demande des framboises*" ;
- G l'évènement : "*le client demande des groseilles*" ;
- M l'évènement : "*le client demande des myrtilles*" ;

On suppose que le fruit choisit ne dépend pas du type de barquette acheté et que chaque client n'achète qu'une barquette.

1. Compléter l'arbre de probabilitéci-dessous :



2. Déterminer la probabilité de $\overline{C} \cap F$.

3. Le producteur fixe les prix de ses barquettes de la manière suivante :

   - Le prix de base d'une barquette de fruits à confiture est vendue 5 euros et celui d'une barquette de fruits à déguster est 3 euros ;
   - Si la barquette choisie contient des framboises, il ajoute 1 euro au prix de la barquette ;
   - Si la barquette choisie contient des myrtilles, il ajoute 2 euros au prix de la barquette ;
   - Si la barquette choisie contient des groseilles, le prix de base reste inchangé.

   On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire associant à chaque client le prix de la barquette achetée.

   a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire $\mathcal{X}$?

   b. Dresser le tableau représentant la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

   c. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 7561

Une pépinière propose trois types d'arbres : des acacias, des platanes, des chênes. Chacun de ses arbres peuvent être achetés à des tailles différentes : soit sous la forme de "*jeune pousse*" *(*0,75 *mètre)*, soit sous la forme "*adulte*" *(*2 *mètres)*.

A l'âge de jeune pousse, les acacias, platanes et chênes valent respectivement 50 €, 65 € et 80 €.
Si le client veut acheter la forme adulte, il faut alors qu'il rajoute 15 €.

Lors de son bilan de fin d'année, il remarque que 40 % des arbres vendus sont des chênes et que les acacias et platanes se partagent à parts égales les autres ventes.
Il remarque aussi que quelque soit le type d'arbres, le quart des ventes s'effectuent toujours sur les arbres "*adultes*".

L'expérience aléatoire considérée consiste à tirer au hasard une facture de l'exercice 2015.

On considère les évènements suivants :

- A : "*L'arbre acheté est un acacia*"
- P : "*L'arbre acheté est un platane*"
- C : "*L'arbre acheté est un chêne*"
- J : "*L'arbre est une jeune pousse*"

1. a. Dresser un arbre pondéré représentant cette situation.

   b. Donner la probabilité de l'évènement $C \cap J$

2. On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ associant à la facture tirée son montant.

   a. Dresser le tableau de la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

   b. Calculer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

