

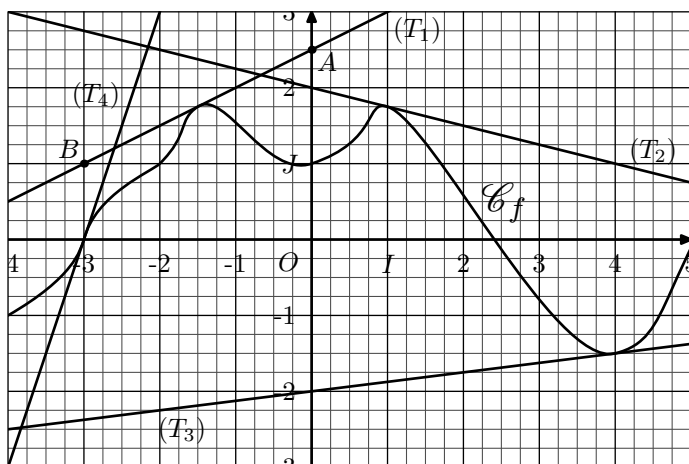
Première ES / Nombres dérivés

2. Introduction :

Exercice 4654



Ci-dessous est représentée, dans le repère $(O; I; J)$, la courbe \mathcal{C}_f et quatre de ses tangentes :



1. La droite (T_1) s'appelle :

“La tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse $-1,5$ ”

Nommer de même les trois autres droites.

2. a. La tangente (T_1) passe par les points $A(0; 2,5)$ et $B(-3; 1)$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (T_1) .

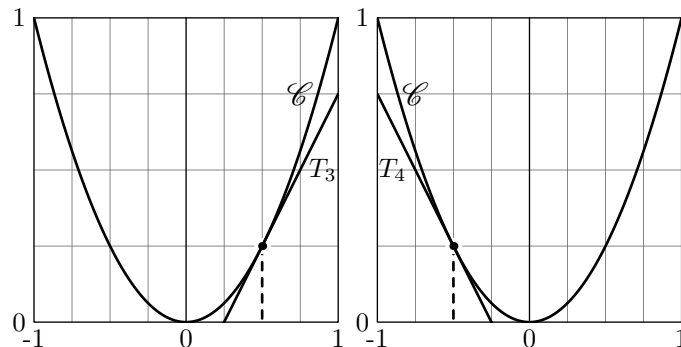
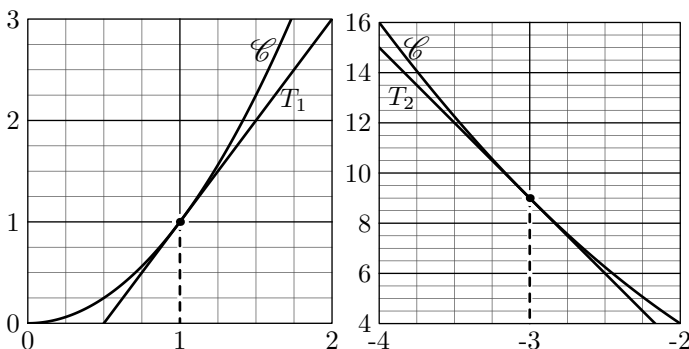
b. Déterminer les coefficients directeurs des tangentes (T_2) , (T_3) et (T_4) .

Exercice 4655



Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction carré.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe \mathcal{C} est tracée :



1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

x	-3	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$					
Coeff. dir. tangente					

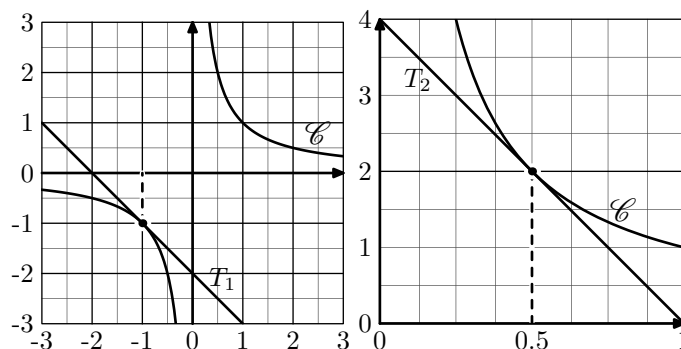
2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre x réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x .

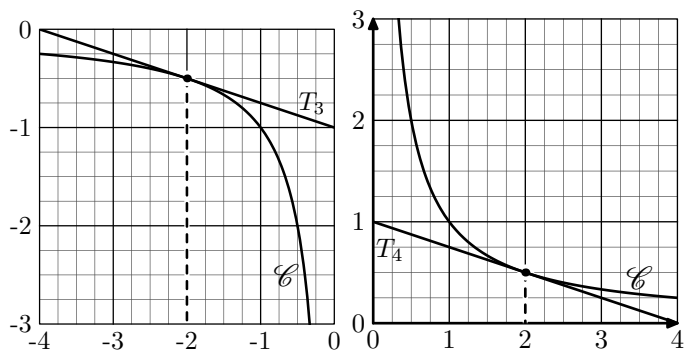
Exercice 4656



Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction inverse.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe \mathcal{C} est tracée :





1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

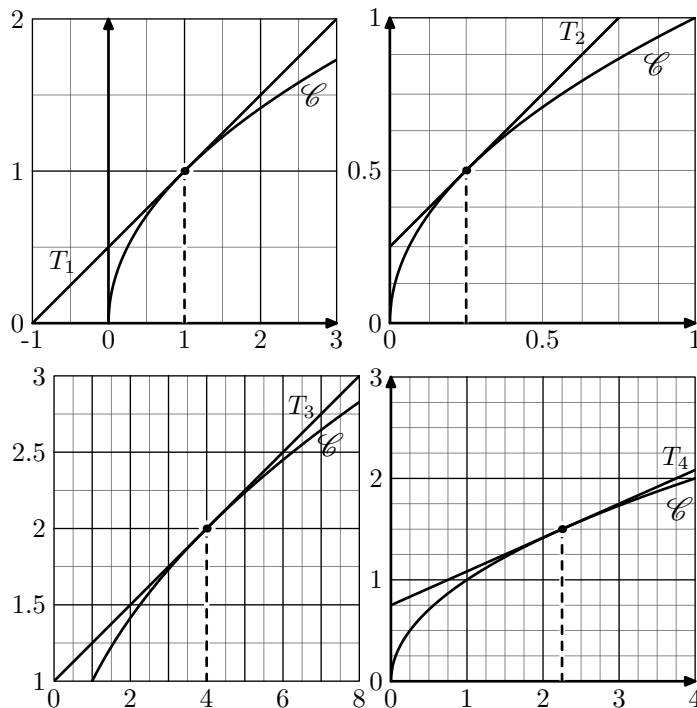
x	-2	-1	$\frac{1}{2}$	2
$f(x)$				
Coeff. dir. tangente				

2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre x réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x .

Exercice 4657

Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction racine carrée.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe \mathcal{C} est tracée :



1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

x	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4
$f(x)$				
Coeff. dir. tangente				

2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre x réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x .

3. Dérivées des fonctions polynômes du second degré :

Exercice 7648

Soit f une fonction du second degré définie par l'expression :

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

où a , b et c sont trois nombres réels avec $a \neq 0$.

On appelle la **fonction dérivée de la fonction f** , la fonction f' définie par :

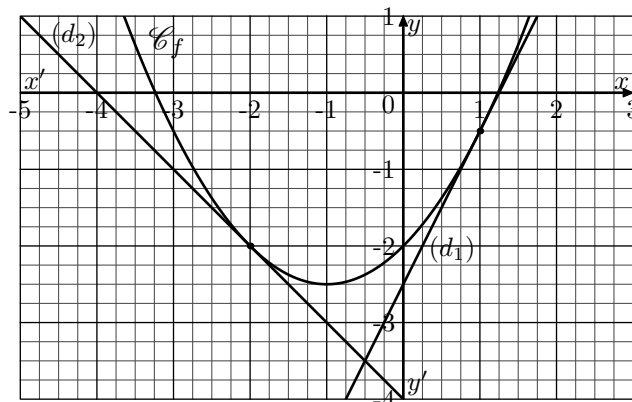
$$f'(x) = 2a \cdot x + b$$

Recopier et compléter le tableau ci-dessous afin d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$	a	b	c	$f'(x) = 2a \cdot x + b$
$-2 \cdot x^2 - x + 1$				
$0,25 \cdot x^2 + x - 1$				
$x^2 - x$				
$-4 \cdot x^2 - 2$				

Exercice 7649

On considère la fonction f du second degré dont la courbe représentative est donnée dans le repère ci-dessous :



- La droite (d_1) est la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point de coordonnées $(1; -0,5)$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (d_1) .
 - La droite (d_2) est la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point de coordonnées $(-2; -2)$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (d_2) .

2. L'expression de la fonction est définie par :

$$f(x) = 0,5 \cdot x^2 + x - 2$$

- Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f .
- Calculer les images suivantes par la fonction f' :
 - $f'(1)$
 - $f'(-2)$

Exercice 7650



Soit f une fonction f dérivable en a et notons \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

La tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse a a pour équation réduite :

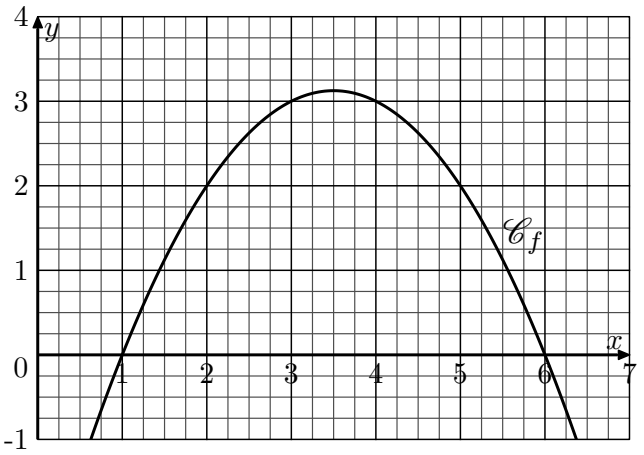
$$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[0; 7]$ par :

$$f(x) = -0,5 \cdot x^2 + 3,5 \cdot x - 3$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 2 appartenant à \mathcal{C}_f .

- Donner les coordonnées du point A .
- Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x=2$.
- Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point A .
- Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



Exercice 7651

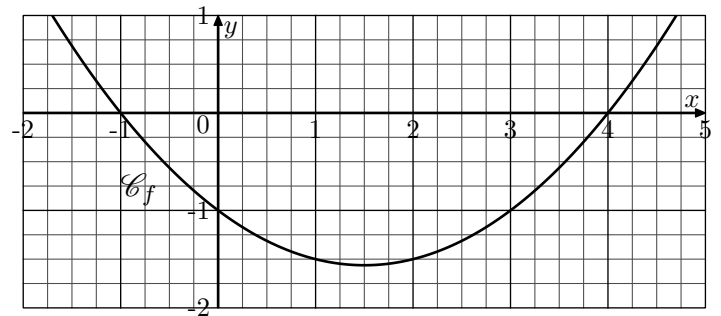


On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-2; 5]$ par :

$$f(x) = 0,25 \cdot x^2 - 0,75 \cdot x - 1$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 2 appartenant à \mathcal{C}_f .

- Donner les coordonnées du point A .
- Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x=2$.
- Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point A .
- Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



4. Dérivées de polynômes :

Exercice 4667



Donner les dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

- $f : x \mapsto -3x + 2$
- $g : x \mapsto 4x^2 - 4$
- $h : x \mapsto 2x^2 + 3x$
- $j : x \mapsto 5x^3 - 2x^2$
- $k : x \mapsto -2x^2 + 2x$
- $\ell : x \mapsto (3x + 11)(4 - x)$

Exercice 4668



Donner les dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

- $f : x \mapsto 3x + 2$
- $g : x \mapsto x^2 + 4$
- $h : x \mapsto x^2 + x$
- $j : x \mapsto x^3 + 2x^2$
- $k : x \mapsto 3x^2 - 2x$
- $\ell : x \mapsto (x + 1)(2x - 4)$

Exercice 7534



La fonction f est définie pour tout réel x élément de l'intervalle $[1; 7]$ par :

$$f(x) = 1,5 \cdot x^3 - 9 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 48$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa dérivée seconde sur $[1; 7]$. Pour tout réel x de l'intervalle $[1; 7]$:

- Calculer $f'(x)$
- Calculer $f''(x)$.

5. Formule de la tangente et polynômes :

Exercice 4683

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = -\frac{2}{3} \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + x + 10$$

Dans un repère $(O; I; J)$, on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f .

1.
 - a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f .
 - b. Donner la valeur de $f'(-3)$.
2.
 - a. Donner les coordonnées du point A de \mathcal{C}_f ayant pour abscisse -3 .
 - b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse -3 .
3. Vérifier à l'aide de la calculatrice que la droite obtenue est bien la tangente (T) .

Exercice 4682

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^3 - \frac{3}{2} \cdot x^2 + x + 1$$

Dans un repère $(O; I; J)$, on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f .

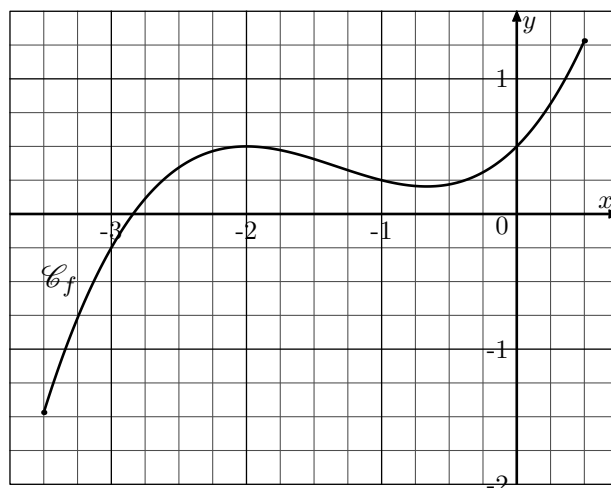
1.
 - a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f .
 - b. Donner la valeur de $f'(2)$.
2.
 - a. Donner les coordonnées du point A de \mathcal{C}_f ayant pour abscisse 2.
 - b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 2.
3. Vérifier à l'aide de la calculatrice que la droite obtenue est bien la tangente (T) .

Exercice 7782

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3,5; 0,5]$ par la relation :

$$f(x) = 0,25 \cdot x^3 + x^2 + x + 0,5$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessous :



1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f .
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.
3. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

Exercice 4729

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est donnée par :

$$f(x) = -x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5x - 3$$

Dans un repère $(O; I; J)$, on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f et (d) la droite d'équation :

$$y = -x + 1$$

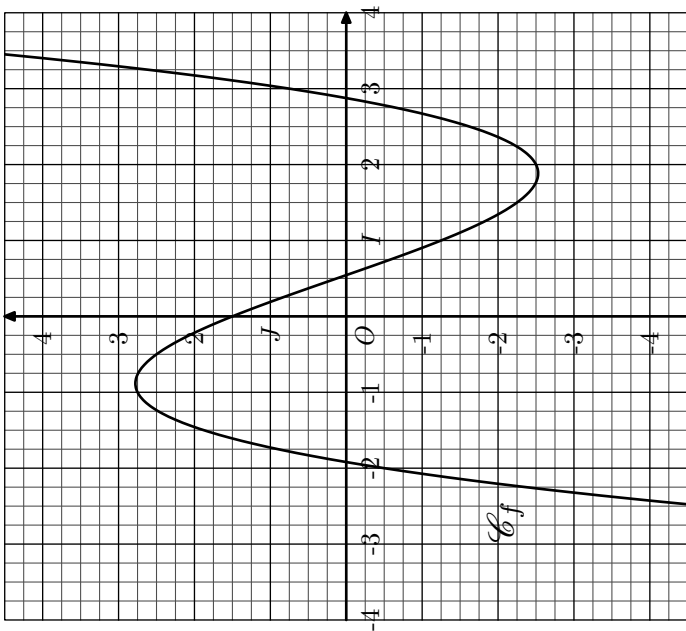
Démontrer que la droite (d) est tangente à la courbe \mathcal{C} dont on précisera en deux points dont on précisera les coordonnées (on pourra conjecturer l'abscisse de ces points à l'aide de la calculatrice).

Exercice 4706

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^3 - \frac{3}{4} \cdot x^2 - \frac{5}{2} \cdot x + \frac{3}{2}$$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on donne la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f .
2. On considère la fonction affine g définie par :

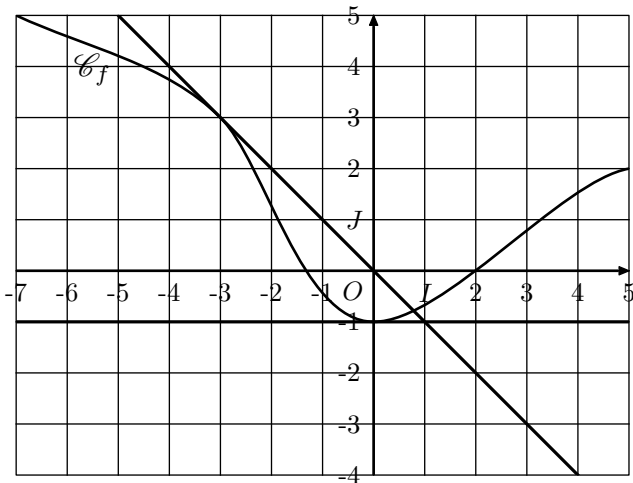
$$g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{13}{4}$$
 - a. Tracer la droite (d) représentative de la fonction g .
 - b. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -1
 - c. Démontrer que la droite (d) est la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse -1 .
3.
 - a. Résoudre l'équation : $f'(x) = \frac{1}{2}$
 - b. En déduire l'équation d'une droite (Δ) parallèle à (d) et tangente à la courbe \mathcal{C}_f en un autre point.

6. Etude d'une courbe :

Exercice 7714



La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0 .



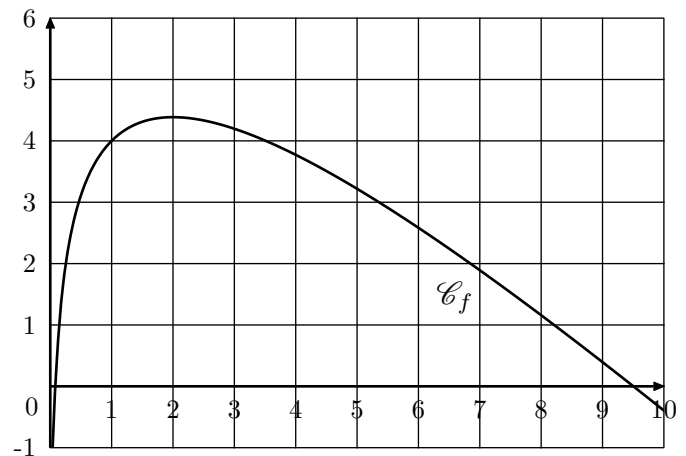
Parmi les quatre réponses ci-dessous, laquelle est correcte :

- | | |
|------------------|-----------------|
| a. $f'(0) = -1$ | b. $f'(-1) = 0$ |
| c. $f'(-3) = -1$ | d. $f'(-3) = 3$ |

Exercice 7713



On considère une fonction f définie pour tout réel x strictement positif et dont la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction f , ainsi que T , la tangente à la courbe \mathcal{C} au point A d'abscisse 4 sont représentées ci-dessous :



Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est exacte?

Sur l'intervalle $]0; 10]$, l'équation $f'(x) = 0$ admet :

- | | |
|--------------------|---------------------------|
| a. Aucune solution | b. Une seule solution |
| c. Deux solutions | d. Plus de deux solutions |

7. Dérivées des fonctions de références :

Exercice 7679



Pour chaque question, une fonction f est proposée ainsi que l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f . Etablir l'expression de la fonction f' proposée :

	$f(x)$	$f'(x)$
1.	$3 \cdot x^5 - x^2 + 1$	$15 \cdot x^4 - 2 \cdot x$
2.	$\frac{1}{x} - x^2$	$\frac{-2 \cdot x^3 - 1}{x^2}$
3.	$x + x^2 + \frac{1}{x}$	$\frac{2 \cdot x^3 + x^2 - 1}{x^2}$
4.	$x^2 + \sqrt{x}$	$\frac{4 \cdot x \cdot \sqrt{x} + 1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

Exercice 7652



On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ par :

8. Dérivées d'un produit :

Exercice 4686



1. Compléter le tableau suivant :

u	v	u'	v'
$3 \cdot x^2 - 2$	$8 - x$		
$\frac{1}{x}$	$x^2 - 1$		
$5 \cdot x + \frac{2}{x}$	$3 - 2 \cdot x^3$		
x	\sqrt{x}		

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de sa fonction dérivée :

- $f : x \mapsto (3 \cdot x^2 - 2)(8 - x)$
- $g : x \mapsto \frac{1}{x} \cdot (x^2 - 1)$
- $h : x \mapsto \left(5 \cdot x + \frac{2}{x}\right)(3 - 2 \cdot x^3)$
- $j : x \mapsto x \cdot \sqrt{x}$

Exercice 4689



Déterminer, pour chaque fonction, l'expression de sa fonction dérivée :

- $f : x \mapsto (x^2 - 3 \cdot x + 1)(1 - 2 \cdot x)$
- $g : x \mapsto (-x^3 + 2 \cdot x + 3) \cdot (x^2 + 1)$
- $h : x \mapsto x \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)$

Exercice 7735



Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

- $f(x) = x^5 + 3 \cdot x^2 - x + 10$
- $g(x) = (x^2 - 1) \cdot \frac{1}{x}$

Exercice 7736



Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

$$f(x) = \sqrt{x} - x$$

- Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f .
- Déterminer l'image et le nombre dérivée du nombre 2 par la fonction f .
 - Déterminer l'expression de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f au point d'abscisse 2.
- Tracer la courbe \mathcal{C} et la tangente (T) à l'aide de votre calculatrice.
 - Conjecturer la position relative de la courbe \mathcal{C} et de la tangente (T).

- $f(x) = 2 \cdot x^7 - x^2 - 2 \cdot x + 1$
- $g(x) = (2 - 3 \cdot x^2) \cdot \frac{1}{x}$

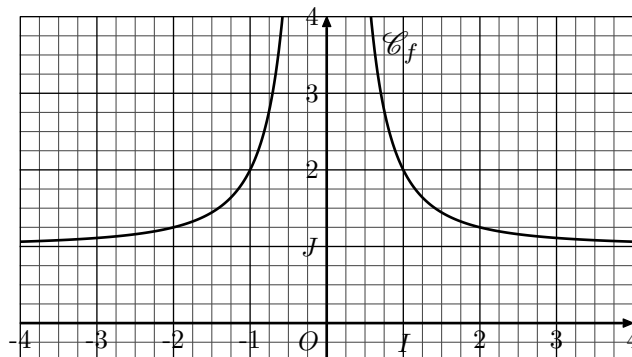
Exercice 7719



On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par :

$$f(x) = \frac{1}{x} \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

- Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f .
- On donne la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f dans un repère $(O; I; J)$:



- Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 2.
- Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

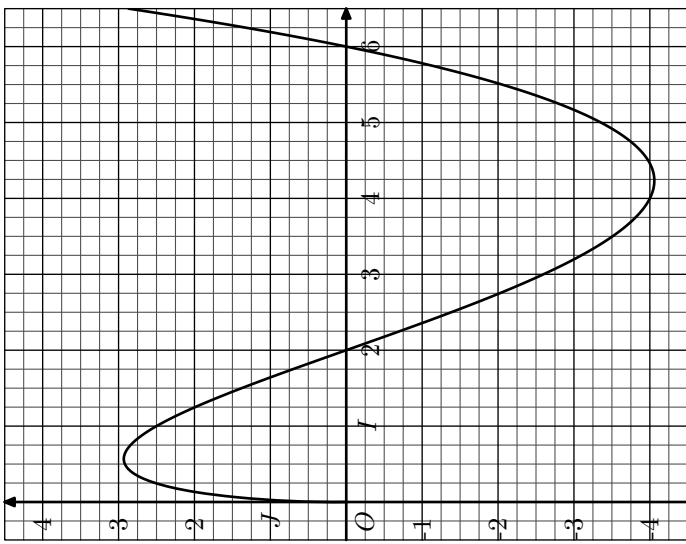
Exercice 4715



On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x^2 - 4x + 6\right)$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$, on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f :



1. a. Effectuer le tracé de la droite (d) dont l'équation est :

$$y = -\frac{1}{2} \cdot x - 2$$
- b. Effectuer le tracé de la droite (Δ) dont l'équation est :

$$y = -\frac{7}{4} \cdot x + \frac{17}{4}$$
2. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction f .
- b. Donner les valeurs des nombres dérivés de la fonction f en 1 et 4.

9. Dérivées d'un quotient :

Exercice 4688

1. Compléter le tableau suivant :

u	v	u'	v'
$5 \cdot x + 2$	$3 \cdot x - 2$		
$x^2 - 3$	$x + 1$		
$x^2 + x + 1$	$2 \cdot x^2 - 1$		
4	$x^2 - 2 \cdot x + 3$		

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de sa fonction dérivée :

- a. $f : x \mapsto \frac{5 \cdot x + 2}{3 \cdot x - 2}$
- b. $g : x \mapsto \frac{x^2 - 3}{x + 1}$
- c. $h : x \mapsto \frac{x^2 + x + 1}{2 \cdot x^2 - 1}$
- d. $j : x \mapsto \frac{4}{x^2 - 2 \cdot x + 3}$

Exercice 4687

Le tableau ci-dessous vous présente, pour chaque ligne, l'expression de l'image de x par une fonction et l'expression du nombre dérivé en x de cette fonction. Vérifier l'exactitude de l'expression du nombre dérivé en x :

Fonction	Image de x	Nombre dérivé en x
f	$x^3 - 5 \cdot x^2 + x - 3$	$3 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 1$
g	$\frac{2 \cdot x - 1}{x^2 + x}$	$-\frac{2 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 1}{x^2 \cdot (x + 1)^2}$
h	$(x^2 - 3) \cdot \sqrt{x}$	$\frac{5 \cdot x^2 - 3}{2 \cdot \sqrt{x}}$
j	$\frac{3 \cdot x - 2}{2 - x}$	$\frac{4}{(x - 2)^2}$

Exercice 7147

On considère les deux fonctions f et g définies ci-dessous par :

- a. $f(x) = (x^7 - 4 \cdot x - 1)(x^3 + 2 \cdot x)$
- b. $g(x) = \frac{x^2 - 4}{3 \cdot x^2 - x + 4}$

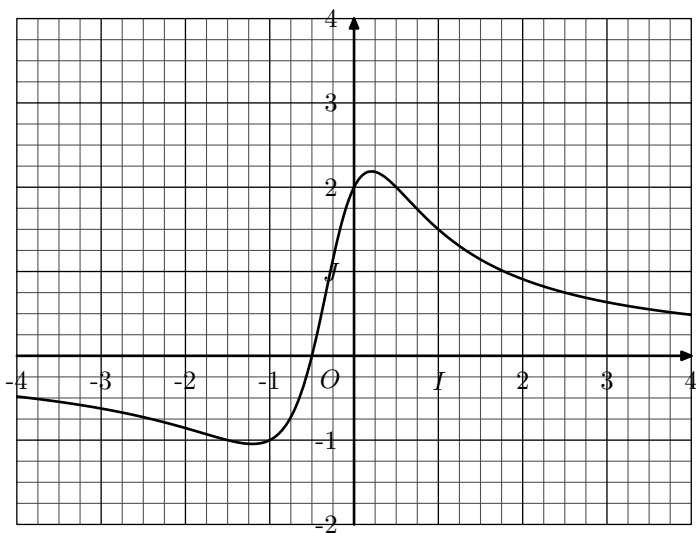
10. Dérivée d'un quotient et tangente :

Exercice 4717

On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x) = \frac{4 \cdot x + 2}{2 \cdot x^2 + x + 1}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; I; J)$, on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f :



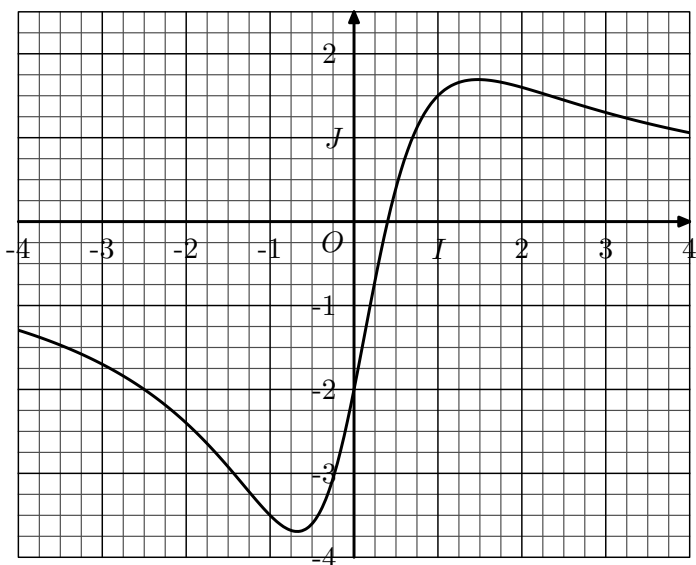
- Effectuer le tracé de la droite (d_1) dont l'équation est : $y = \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2}$
 - Effectuer le tracé de la droite (d_2) dont l'équation est : $y = 2 \cdot x + 2$
 - Effectuer le tracé de la droite (d_3) dont l'équation est : $y = -x + \frac{5}{2}$
- Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction f .
 - Donner les valeurs des nombres dérivés de la fonction f en -1 , 0 et $\frac{1}{2}$.

Exercice 4693

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ par la relation :

$$f(x) = \frac{5 \cdot x - 2}{x^2 + 1}$$

Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous est donnée la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



- On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Etablir l'égalité suivante : $f'(x) = \frac{-5 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 5}{(x^2 + 1)^2}$
- Donner les coordonnées du point de \mathcal{C}_f ayant 1 pour abscisse.

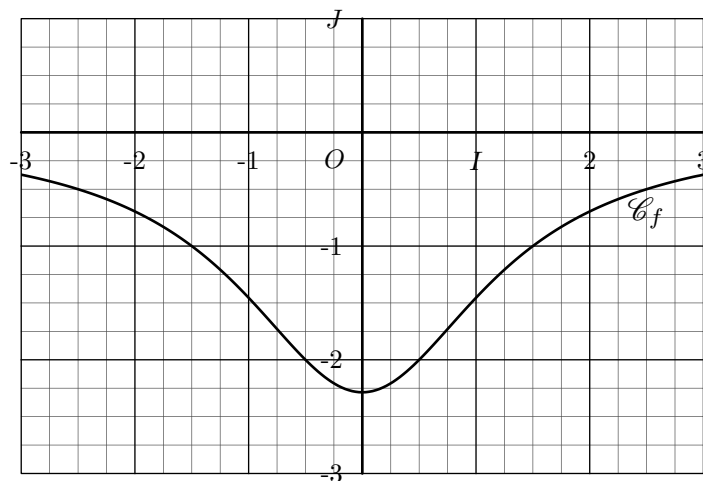
- Donner la valeur du nombre dérivé de la fonction f en 1.
- Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.
- Tracer la tangente (T) .

Exercice 4699

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{-16}{4 \cdot x^2 + 7}$$

- Etablir que la fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est : $f'(x) = \frac{128 \cdot x}{(4 \cdot x^2 + 7)^2}$
- Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.
- Le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous représente la courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction f . Tracer la représentation graphique de (T) .

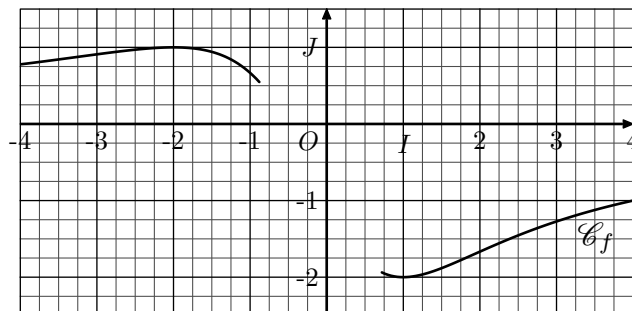


Exercice 7734

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = \frac{-4 \cdot x - 2}{x^2 + 2}$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O; I; J)$. Ci-dessous est représentée une partie de la courbe \mathcal{C}_f .



- Donner les coordonnées du point A de la courbe \mathcal{C}_f ayant pour abscisse 0.
- Etablir que la fonction f' , dérivée de la fonction f , admet pour expression :

$$f'(x) = \frac{4x^2 + 4x - 8}{(x^2 + 2)^2}$$

- b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.

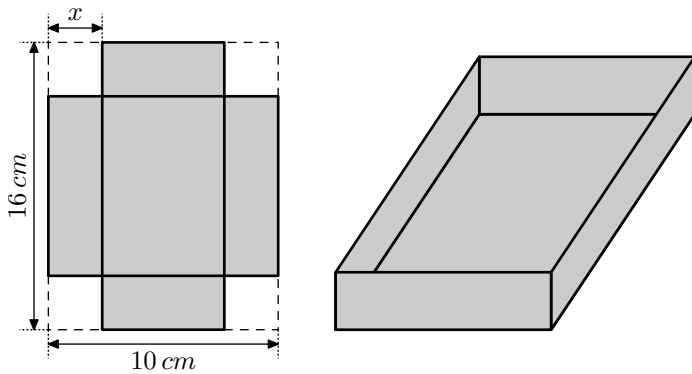
- c. Effectuer le tracé de la tangente (T) dans le repère ci-dessus. (on indiquera les deux points utilisés pour le tracé de la tangente).

3. Déterminer le ou les abscisses des points de la courbe \mathcal{C}_f où celle-ci admet une tangente horizontale.

11. Problèmes :

Exercice 4632

On souhaite construire une boîte de forme parallélépipédique à partir d'une feuille cartonnée de dimensions 10 cm sur 16 cm.



Pour cela, on coupe quatre carrés dans les coins de cette feuille dont les côtés mesurent x cm. On admet que la valeur de x doit être comprise dans l'intervalle $]0; 5[$.

Déterminer la valeur de x pour laquelle le volume de la boîte est maximal.

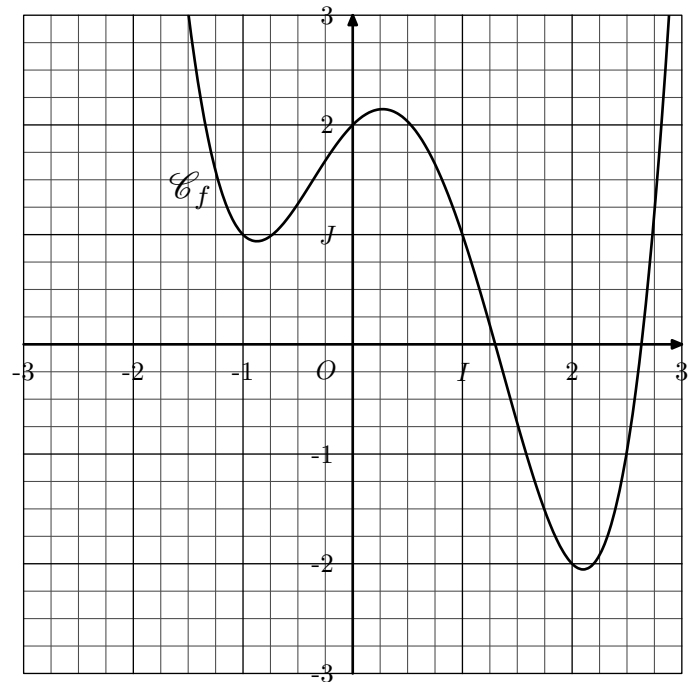
12. Un peu plus loin: étude de fonctions, intersections et position relative :

Exercice 4731

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x + 2$$

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ orthonormal dans lequel est représenté la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



- Tracer la droite (d) d'équation $y = -x$.
 - Que représente la droite (d) relativement à la courbe \mathcal{C}_f .
- Etablir vos conjectures de la question 1. b.

13. Un peu plus loin : utilisation de la fonction racine carrée :

Exercice 4719

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$.

1. On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 4$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans le plan.

- Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.
- Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

2. On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = \sqrt{x} \cdot (x - 1)$$

On note \mathcal{C}_g sa courbe représentative dans le plan.

- Déterminer l'équation de la tangente (d) à la courbe \mathcal{C}_g au point d'abscisse $\frac{1}{4}$.
- Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

3. On considère la fonction h définie par :

$$h(x) = \frac{3 \cdot x^2 - x + 2}{x + 1}$$

On note \mathcal{C}_h sa courbe représentative dans le plan.

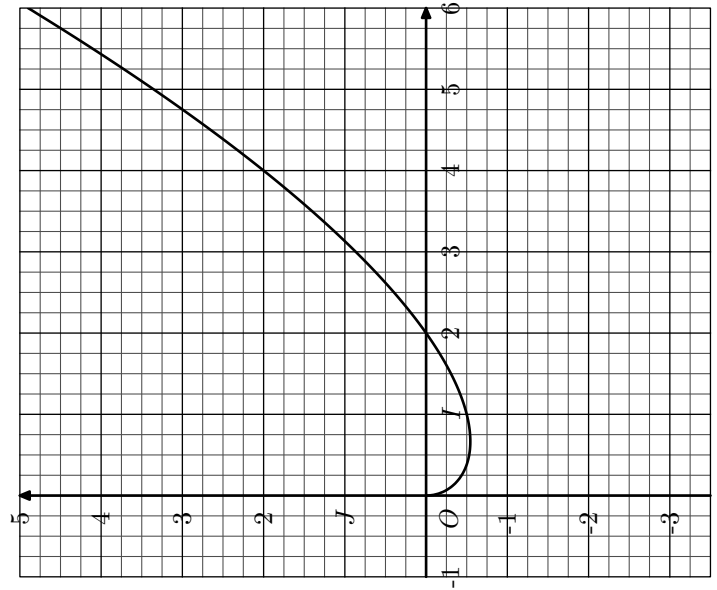
- Déterminer l'équation de la tangente (Δ) à la courbe \mathcal{C}_h au point d'abscisse 2.
- Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

Exercice 4692

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ par la relation :

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x - 1 \right)$$

Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous est donnée la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Etablir l'égalité suivante :

$$f'(x) = \frac{3 \cdot x - 2}{4 \cdot \sqrt{x}}$$

2.
 - Donner les coordonnées du point de \mathcal{C}_f ayant 4 pour abscisse.
 - Donner la valeur du nombre dérivée de la fonction f en 4.
 - Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 4.
 - Tracer la tangente (T) .