Compiler exercice   Compiler correction   Plus d'option

Première ES/Fonctions de référence

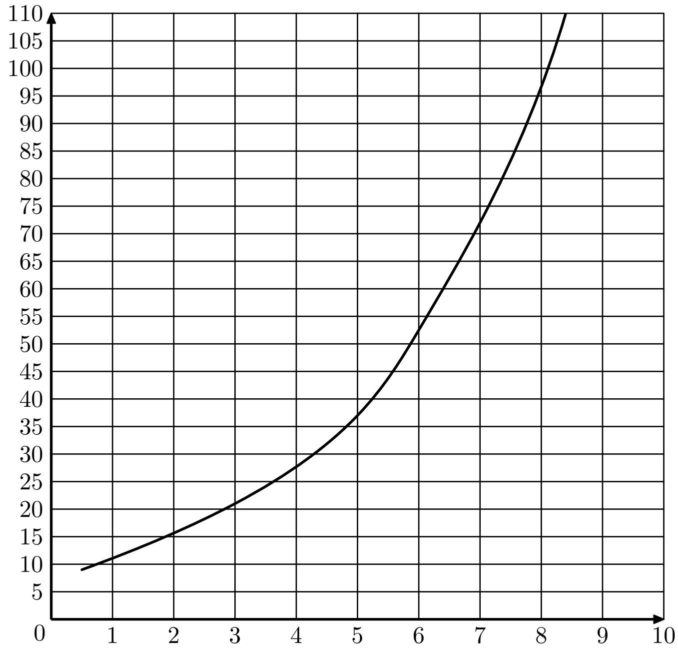
1. Rappels : lecture graphique et de tableaux de variations :

Exercice 4493

Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos sur internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction d'internautes connectés simultanément.

On cherche à estimer la durée de chargement en fonction du nombre de personnes connectées simultanément. Deux fonctions sont proposées pour modéliser cette situation.

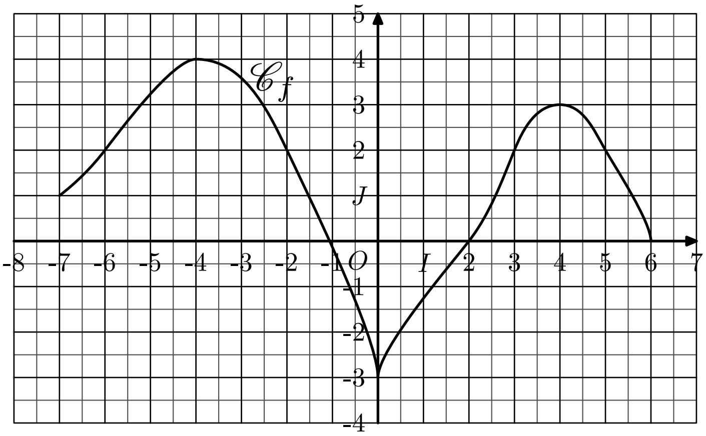
Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f qui modélise la situation précédente.
On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément et $f(x)$ la durée de chargement exprimée en seconde.



1. Par lecture graphique, estimer la durée de chargement, en seconde, pour 8 000 personnes connectées.
2. a. Déterminer graphiquement un antécédent de 15 par f.
   b. Donner une interprétation de ce résultat.

Exercice 4494

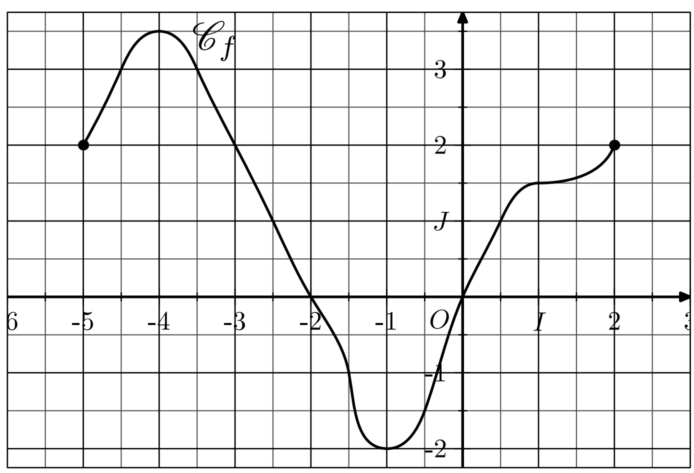
La représentation graphique de la fonction f est donnée dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



1. Justifier chacune de vos observations :
   a. Quelle est l'image du nombre 2 par f.
   b. Quels sont les antécédents par f du nombre 2.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. a. Quelles sont les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathscr{C}_f$.
   b. En déduire la valeur maximale prise par la fonction f.
4. Donner la valeur minimale prise par la fonction f et la valeur de x pour laquelle elle est atteint.

Exercice 4495

On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère $(O\,;I\,;J)$:



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Donner les images, par la fonction f, de 0 et 1.

3. Donner les antécédents des nombres 0 et 1 par la fonction f.

4. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 4505

On considère la fonction f admettant le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Répondre aux affirmations suivantes par "*vrai*", "*faux*" ou "*on ne peut pas savoir*" :

1. $f(2)=6$.

2. L'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions.

3. La fonction f est une fonction affine.

4. L'inéquation $f(x)<0$ a pour ensemble de solutions $]-3\,;5[$.

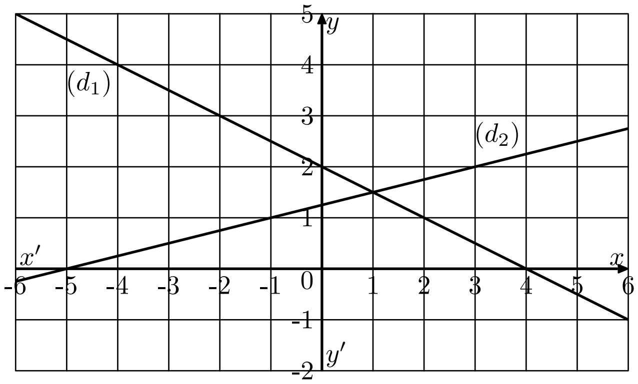
5. Le point $A(0\,;5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.

6. Si $f(1)=-4$, alors le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est -4.

2. Rappels : fonctions affines :

Exercice 4496

Le graphique ci-dessous donne la représentation de deux droites dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé :



1. On considère les deux points $A(-2\,;3)$ et $B(4\,;0)$ appartenant à la droite (d_1) :

   a. Montrer que le coefficient directeur de la droite (d_1) a pour valeur $-\dfrac{1}{2}$.

   b. Déterminer l'équation réduire de la droite (d_1).

2. Déterminer l'équation réduite de la droite (d_2).

3. Rappels : fonctions du second degré :

Exercice 4501

1. Dresser le tableau de variations des fonctions suivantes :

   a. $f(x)=x^2+x-2$ b. $g(x)=-2x^2+4x-3$

   c. $h(x)=-4x^2+x+2$ d. $j(x)=2x^2+2x+2$

2. Pour chaque fonction de la question précédente, donner, sans préciser leurs valeurs, le nombre d'antécédent de 0.

Exercice 7252

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=x^2+6x+2$

1. Justifier que la fonction f admet pour forme canonique :
   $f(x)=\big(x+3\big)^2-7$

2. Etablir la décroissance de la fonction f sur l'intervalle $\big]-\infty\,;-3\big]$.

- La fonction carré est décroissante sur $\mathbb{R}_-$ ce qui peut se traduire des deux manières suivantes :
  - Deux nombres négatifs et leurs carrés sont comparés dans l'ordre inverse.
  - On a l'implication : $a<b<0 \implies a^2>b^2$
- La fonction carré est croissante sur $\mathbb{R}_+$ ce qui peut se traduire des deux manières suivantes :
  - Deux nombres positifs et leurs carrés sont comparés dans le même ordre.
  - On a l'implication : $a>b>0 \implies a^2>b^2$

Exercice 7466

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=x^2+x-2$

1. Pour tout nombre réel a et b, établir l'égalité :
   $f(a)-f(b)=\big(a-b\big)\big(b+a+1\big)$

2. Etablir que la fonction f est croissante sur $\big[0\,;+\infty\big[$.

Exercice 4502

1. On considère la fonction f définie par :
$f(x) = a{\cdot}x^2 + 3x + 2 \quad \text{où } a \in \mathbb{R}$

Sachant que sa courbe représentative passe par le point de coordonnées $A(-2\,;-12)$, déterminer l'expression complète de la fonction f.

2. Soit g la fonction dont l'image d'un nombre réel x est définie par :
$g(x) = 3x^2 + b{\cdot}x + 1 \quad \text{où } b \in \mathbb{R}$

Sachant que le sommet de la parabole représentative de la fonction g a pour abscisse 1, déterminer l'expression complète de la fonction g.

4. Rappels : fonctions inverses :

Exercice 7333

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par la relation :
$f(x) = \dfrac{3{\cdot}x+4}{x-1}$

1. Etablir l'identité : $f(x) = 3 + \dfrac{7}{x-1}$

2. Etablir que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $]1\,;+\infty[$.

Exercice 7465

On considère la fonction f définie sur $]-2\,;+\infty[$ par la relation : $f(x) = \dfrac{3{\cdot}x+8}{x+2}$

1. Etablir l'identité : $f(x) = 3 + \dfrac{2}{x+2}$

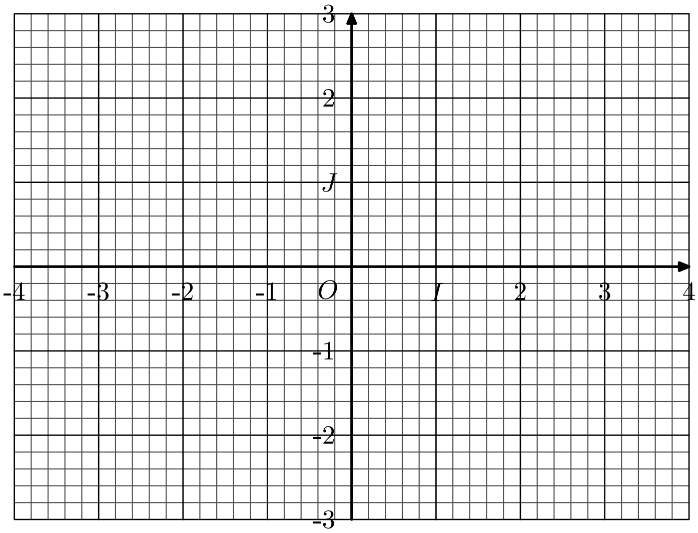
2. Etablir que la fonction f est décroissante sur $]-2\,;+\infty[$.

5. Rappels : usage de la calculatrice :

Exercice 4517

On considère la fonction homographique f définie par :
$f(x) = \dfrac{x-2}{4x+2}$

On considère le plan muni du repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé représenté ci-dessous :



1. Justifier que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$:

2. A l'aide de la calculatrice :

   a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

   b. Compléter le tableau de valeurs, au dixième près :

x	-4	-3	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}8$
$f(x)$						

x	$-0{,}3$	0	$0{,}5$	1	2	3	4
$f(x)$							

3. Effectuer le tracé de la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans le repère ci-dessus.

Exercice 4518

Répondre aux questions suivantes à l'aide de la calculatrice :

1. Soit f la fonction définie par :
$f(x) = x^3 - 4{\cdot}x^2 + x + 2$

Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-1\,;4]$.

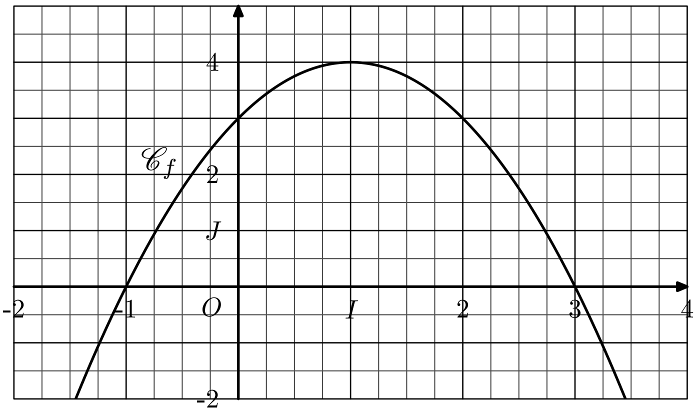
2. On considère la fonction affine g définie par :
$g(x) = -3{\cdot}x + 2$

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

6. Fonctions du second degré et discriminant :

Exercice 4503

On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$:



On s'intéresse à la fonction affine g définie par la relation :
$$g : x \longmapsto x+1$$

1. Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le repère ci-dessus.
2. Graphiquement, résoudre l'équation : $f(x)=g(x)$.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\geqslant g(x)$

Exercice 4498

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ définies par les relations :
$$f(x)=x^2+x+1 \quad ; \quad g(x)=-2{\cdot}x^2-3{\cdot}x+5$$

1. Etablir le tableau de variations de chacune de ces fonctions.
2. Etablir le tableau de signe de chacune de ces fonctions.

7. Fonction racine carré :

Exercice 4537

Soit f la fonction dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :
$$f(x)=-2{\cdot}\sqrt{x+1}+3$$

1. Justifier que l'ensemble de définition de la fonction f est :
$$\mathcal{D}_f=\big[-1\,;+\infty\big[$$
2. Etablir que la fonction f est décroissante sur son ensemble définition.

Exercice 4535

Sans justification, répondre aux questions suivantes :

1. Résoudre l'inéquation : $\sqrt{x}>3$
2. Résoudre l'inéquation : $\sqrt{x}<5$

Exercice 4515

Le tableau ci-dessous représente les quotients, arrondis au centième près, de carrés d'entiers :

÷	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
1	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225
4	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25	30,25	36	42,25	49	56,25
9	0,11	0,44	1	1,78	2,78	4	5,44	7,11	9	11,11	13,44	16	18,78	21,78	25
16	0,06	0,25	0,56	1	1,56	2,25	3,06	4	5,06	6,25	7,56	9	10,56	12,25	14,06
25	0,04	0,16	0,36	0,64	1	1,44	1,96	2,56	3,24	4	4,84	5,76	6,76	7,84	9
36	0,03	0,11	0,25	0,44	0,69	1	1,36	1,78	2,25	2,78	3,36	4	4,69	5,44	6,25
49	0,02	0,08	0,18	0,33	0,51	0,73	1	1,31	1,65	2,04	2,47	2,94	3,45	4	4,59
64	0,02	0,06	0,14	0,25	0,39	0,56	0,77	1	1,27	1,56	1,89	2,25	2,64	3,06	3,52
81	0,01	0,05	0,11	0,20	0,31	0,44	0,60	0,79	1	1,23	1,49	1,78	2,09	2,42	2,78
100	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25	0,36	0,49	0,64	0,81	1	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25
121	0,01	0,03	0,07	0,13	0,21	0,30	0,40	0,53	0,67	0,83	1	1,19	1,40	1,62	1,86
144	0,01	0,03	0,06	0,11	0,17	0,25	0,34	0,44	0,56	0,69	0,84	1	1,17	1,36	1,56
169	0,01	0,02	0,05	0,09	0,15	0,21	0,29	0,38	0,48	0,59	0,72	0,85	1	1,16	1,33
196	0,01	0,02	0,05	0,08	0,13	0,18	0,25	0,33	0,41	0,51	0,62	0,73	0,86	1	1,15
225	0	0,02	0,04	0,07	0,11	0,16	0,22	0,28	0,36	0,44	0,54	0,64	0,75	0,87	1

1. a. A l'aide du tableau, vérifier l'encadrement ci-dessous :
$$\frac{100}{81}<1{,}25<\frac{81}{64}$$
   b. A l'aide du tableau, justifier l'encadrement :
$$\frac{9}{10}<\sqrt{1{,}25}<\frac{9}{8}$$

2. Etablir l'encadrement :
$$\frac{15}{14} < \sqrt{1{,}16} < \frac{13}{12}$$

3. A l'aide du tableau, donner l'encadrement le plus précis du nombre $\sqrt{2{,}5}$.

8. Fonction cube :

Exercice 4536

Sans justification, répondre aux questions suivantes :

1. Résoudre l'inéquation : $x^3 > 8$

2. Résoudre l'inéquation : $x^3 \leqslant 27$

Exercice 4538

Soit f la fonction définie par la relation : $f(x) = -x^3 + 2$

1. Résoudre l'équation : $f(x) = 10$

2. Etablir que la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Exercice 7334

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = x^3 + x + 2$

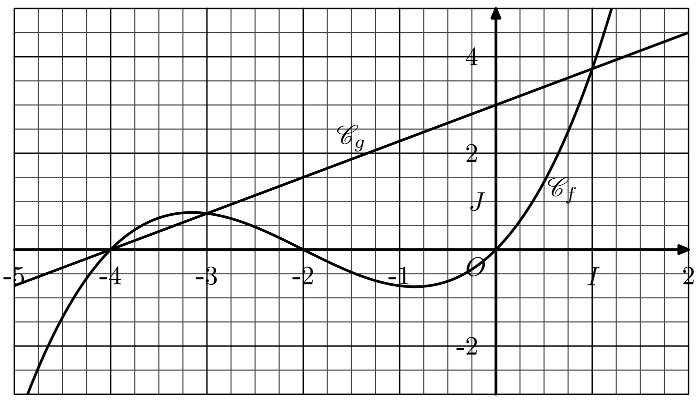
1. Soit a et b deux nombres réels quelconques. Déterminer l'identité :
$f(a) - f(b) = (a - b)\cdot(b^2 + a\cdot b + a^2 + 1)$

2. Etablir que la fonction f est strictement croissante sur $]-\infty\,;0]$

9. Equations : résolution graphique :

Exercice 4539

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ dont leurs présentations, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, sont données dans le repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



1. Grahiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'équation :
$f(x) = g(x)$

2. Graphiquement, déterminer la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

10. Equations : usage de la calculatrice :

Exercice 7330

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par les relations :
$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \quad ; \quad g(x) = -\frac{1}{2}\cdot x + 1$$
A l'aide de la calculatrice, donner les coordonnées du point d'intersection des deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g.

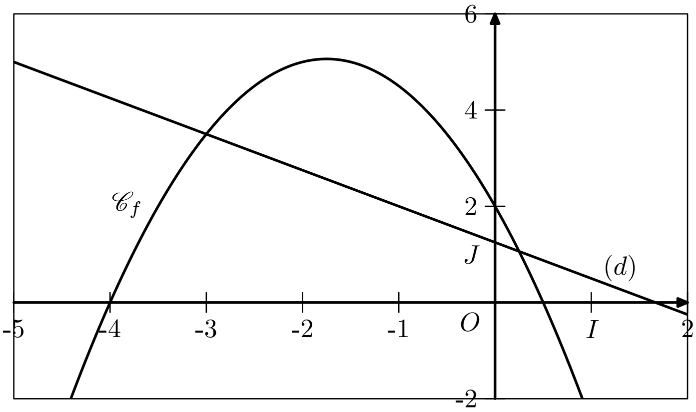
11. Equations : résolution algébrique :

Exercice 4614

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -x^2 - \frac{7}{2}x + 2$$

Dans le plan munit d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



La droite (d) admet l'équation : $y = -\frac{3}{4}\cdot x + \frac{5}{4}$

1. a. Déterminer les solutions de l'équation :
   $f(x) = 0$

   b. En déduire les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

2. a. Déterminer l'ensemble des solutions :
   $f(x) = g(x)$

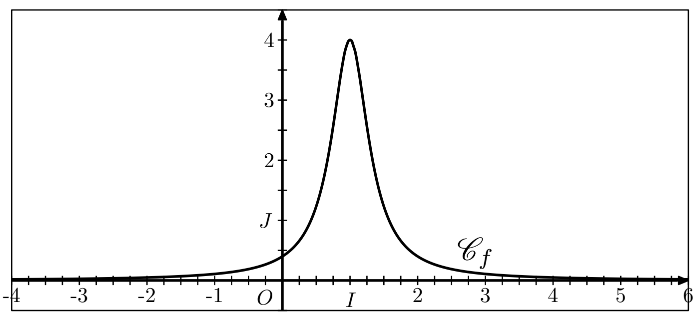
   b. En déduire les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$

Exercice 7468

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{4}{(3\cdot x - 3)^2 + 1}$$

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. Graphiquement, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 2$.

2. a. Etablir l'identité suivante :
   $$f(x) - 2 = \frac{-18\cdot x^2 + 36\cdot x - 16}{(3\cdot x - 3)^2 + 1}$$

   b. Etablir le tableau de signes du polynôme :
   $-18\cdot x^2 + 36\cdot x - 16$.

   c. Résoudre $f(x) \geqslant 2$ en justifiant votre démarche.

Exercice 7486

On considère les deux fonctions f et g définies sur $]-1\,;+\infty[$ définies par les relations :

$$f(x) = \frac{-2}{x+1} \quad ; \quad g(x) = 2\cdot x - 3$$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g.

1. Etablir l'identité : $g(x) - f(x) = \dfrac{2\cdot x^2 - x - 1}{x+1}$

2. En déduire les abscisses des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 4542

Soit f et g deux fonctions définies sur $]-\infty\,;3]$ par les relations :

$$f(x) = \sqrt{-x+3} \quad ; \quad g(x) = x - 1$$

1. a. Résoudre l'équation : $-x + 3 = (x-1)^2$

   b. Vérifier si les deux solutions trouvées à la question a. sont solutions de l'équation :
   $f(x) = g(x)$

2. a. Sur $]-\infty\,;3]$, établir que la fonction f est décroissante .

   b. Justifier que la fonction g est croissante.

3. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 4541

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x) = 2\cdot x^3 - 10\cdot x^2 + 6\cdot x + 12 \quad ; \quad g(x) = 2\cdot x - 4$$

On considère $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g.

1. Montrer que 2 est solution de l'équation : $f(x) = g(x)$.

2. a. Déterminer la valeur des réels a, b, c vérifiant :
   $f(x) - g(x) = (x-2)(a\cdot x^2 + b\cdot x + c)$

   b. En déduire la forme factorisée de l'expression :
   $f(x) - g(x)$.

3. a. Dresser le tableau de signe de la différence :
   $f(x) - g(x)$

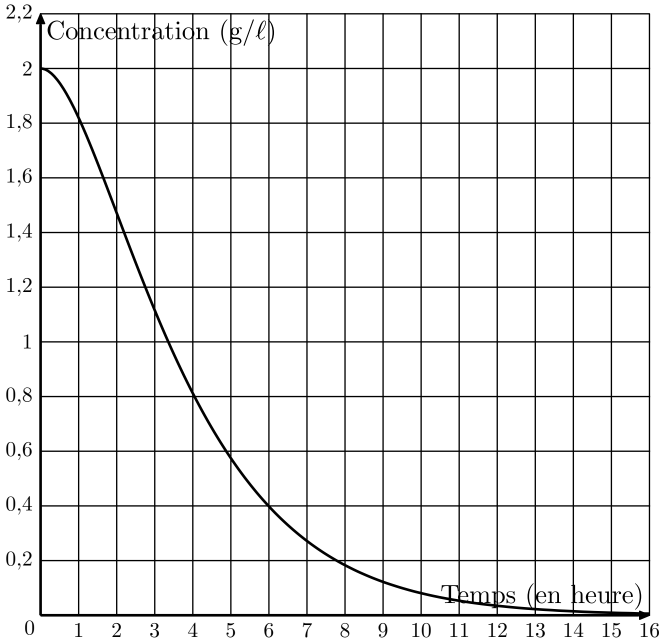
   b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur $\mathbb{R}$.

12. Inéquations : résolution graphique :

Exercice 7250

On injecte à un patient un médicament et on mesure régulièrement, pendant 15 heures, la concentration, en grammes en litres, de ce médicament dans le sang.

On obtient la courbe fournie ci-dessous :



Avec la précision permise par le graphique, indiquer :

- la concentration à l'instant initial ;
- l'intervalle de temps pendant lequel la concentration est supérieure ou égale à 0,4 gramme par litre.

  On fera apparaitre sur le graphique les traits de construction nécessaires.

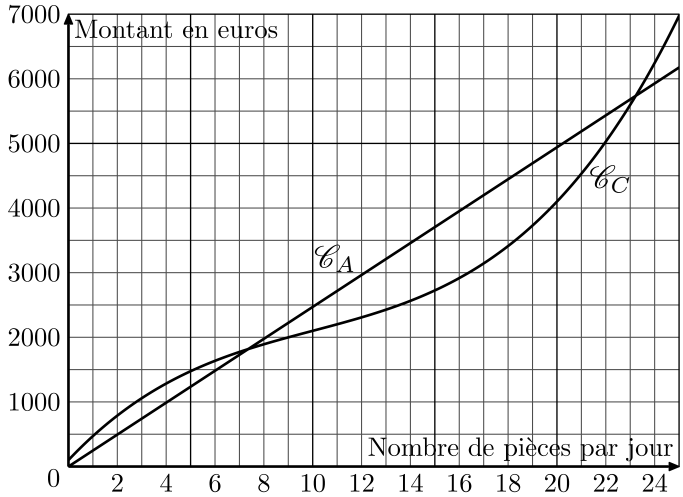
Exercice 7467

Une entreprise fabrique chaque jour des pièces métalliques pour l'industrie automobile. La production quotidienne varie entre 0 et 25 pièces.

Le montant des charges correspondant à la fabrication de x pièces, exprimé en euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;25]$ par :
$C(x) = x^3 - 30{\cdot}x^2 + 400{\cdot}x + 100$

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière. Chaque pièce est vendue au prix de 247 euros. Le chiffre d'affaires est modélisé par la fonction A définie sur l'intervalle $[0\,;25]$ par :
$A(x) = 247{\cdot}x$

Dans le repère ci-dessous sont représentées les courbes $\mathscr{C}_C$ et $\mathscr{C}_A$ respectivement des fonctions C et A :



1. Graphiquement, conjecturer la position relative de ces deux courbes.
2. A l'aide de la calculatrice, donner l'intervalle pour lequel l'entreprise est bénéficiaire. *(On arrondi les bornes de l'intervalle au centième près).*

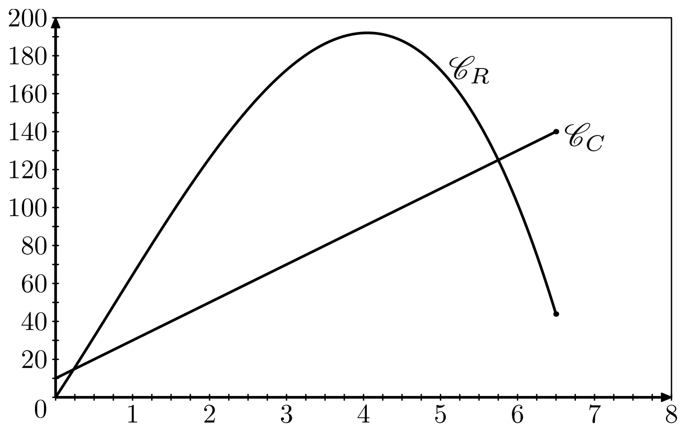
Exercice 7484

Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gammes pour les téléphones mobiles.

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0\,;6{,}5]$ par :
  $R(x) = -2{\cdot}x^3 + 4{,}5{\cdot}x^2 + 62{\cdot}x$
- les coûts par la fonction C définie sur $[0\,;6{,}5]$ par :
  $C(x) = 20{\cdot}x + 10$

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentant les recettes $\mathscr{C}_R$ et les coûts $\mathscr{C}_C$ en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités.
Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.



1. Graphiquement, conjecturer la position relative de ces deux courbes.
2. A l'aide de la calculatrice, donner l'intervalle pour lequel l'entreprise est bénéficiaire. *(on arrondi les bornes de l'intervalle au centième près).*

13. Inéquations : usage de la calculatrice :

Exercice 7332

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}_+$ par les relations :

$$f(x) = 2\cdot(x-1)\cdot\sqrt{x} \quad ; \quad g(x) = 3\cdot x^2 - 9\cdot x + 6$$

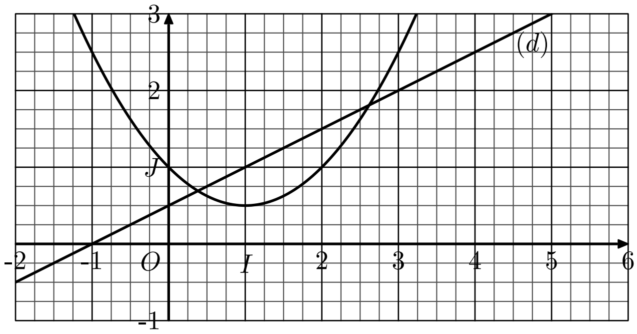
A l'aide de la calculatrice, conjecturer la position relative sur $\mathbb{R}_+$ des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g.
On utilisera les résultats de la calculatrice arrondie au centième près.

Exercice 7419

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = 0{,}5\cdot x^2 - x + 1$$

dont la courbe représentative est donnée dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



La droite (d) représentée ci-dessous passe par les points $A(1\,;1)$ et $B(3\,;2)$.

1. a. Déterminer l'équation réduite de la droite (d).

   b. Justifier que l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ est équivalent à l'inéquation $0{,}5\cdot x^2 - 1{,}5\cdot x + 0{,}5 \leqslant 0$.

2. a. A l'aide de la calculatrice, résoudre l'inéquation : $0{,}5\cdot x^2 - 1{,}5\cdot x + 0{,}5 \leqslant 0$

   b. Conjecturer les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_f$ et (d) sur $\mathbb{R}$.

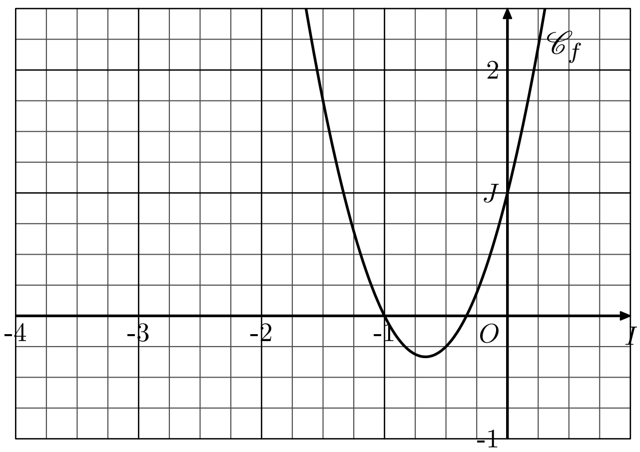
14. Inéquations : résolution algébrique :

Exercice 7329

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = 3\cdot x^2 + 4\cdot x + 1$$

Ci-dessous, est donnée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



1. On considère la droite (d) passant par les points $A(-3\,;2)$ et $B(-2\,;1)$.

   a. Tracer la droite (d) dans le repère ci-dessous.

   b. Déterminer l'équation réduite de la droite (d).

2. Déterminer la position relative de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite (d).

Exercice 7417

On considère les deux fonction définies respectivement sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ et par les relations :

$$f(x) = \frac{2}{2\cdot x + 3} \quad ; \quad g(x) = 2\cdot x + 2$$

1. a. Etablir l'égalité : $g(x) - f(x) = \dfrac{4\cdot x^2 + 10\cdot x + 4}{2\cdot x + 3}$

   b. Dresser le tableau de signe du polynôme $4\cdot x^2 + 10\cdot x + 4$ en laissant les étapes de votre raisonnement.

2. Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g.

   Comparer les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur $\left]-\dfrac{2}{3}\,;+\infty\right[$.

