

Première ES / Etudes de suites

1. Rappels : généralité :

Exercice 7716

Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

a. $u_n = \frac{n+1}{n+2}$

b. $u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 2 ; u_0 = 3$

c. $u_n = \sqrt{n^2 + n + 1}$

d. $u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 2 ; u_0 = 1$

e. $u_n = \frac{n-2}{n+1}$

f. $u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{u_n + 1} ; u_0 = 2$

2. Rappels : suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 7718

Un demandeur d'emploi se voit proposer deux offres :

- Un salaire initial de 1150 euros par mois et une augmentation de 5% par mois. On note (a_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.
- Un salaire initial de 1200 euros par mois et une augmentation de 3% par mois. On note (b_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

1. Donner la nature et les éléments caractéristiques de chacune des suites (a_n) et (b_n) .

2. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des termes au centième près.

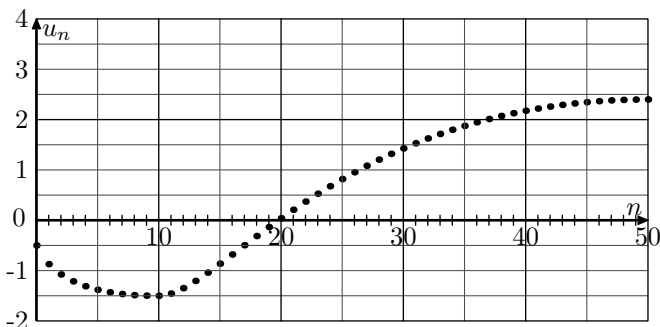
| | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| a_n | | | | | |
| b_n | | | | | |

3.
 - a. Au bout du 5^{ème} mois, quelle est la proposition rendant le salaire le plus avantageux?
 - b. A la vue de la somme reçue au terme des cinq mois, quelle est la proposition la plus avantageuse?

3. Représentation graphique (explicite) :

Exercice 7750

On considère une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n positif ou nul ($n \in \mathbb{N}$). Dans un repère sont représentés les points de coordonnées $(n; u_n)$ pour n compris entre 0 et 50 :

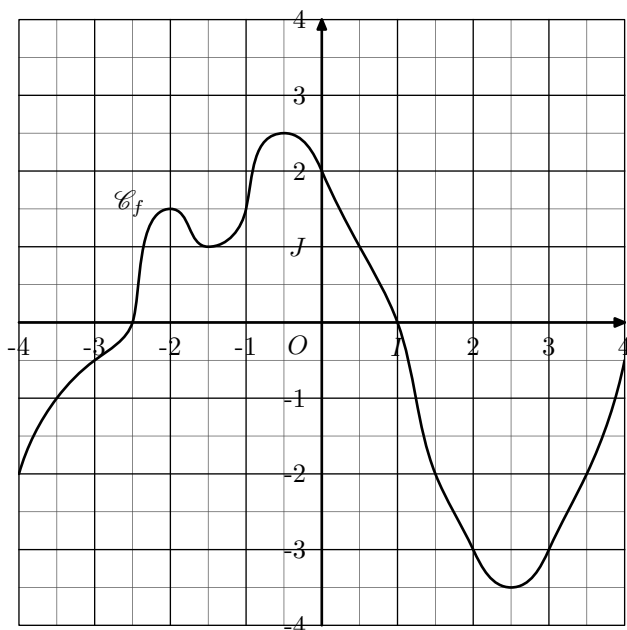


1. Donner les valeurs exactes de u_0 et u_{10} .
2. Donner des valeurs approchées de u_5 , u_{30} et u_{40} .
3. Que peut-on dire des valeurs des termes u_n lorsque la valeur de n augmente?

4. Représentation graphique (récurrence) :

Exercice 4583

On considère la fonction f définie sur $[-4; 4]$ dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée ci-dessous :



On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = f(u_n)$$

1. Montrer que le terme u_1 est égal à -3 .
2. Justifier les égalités suivantes :

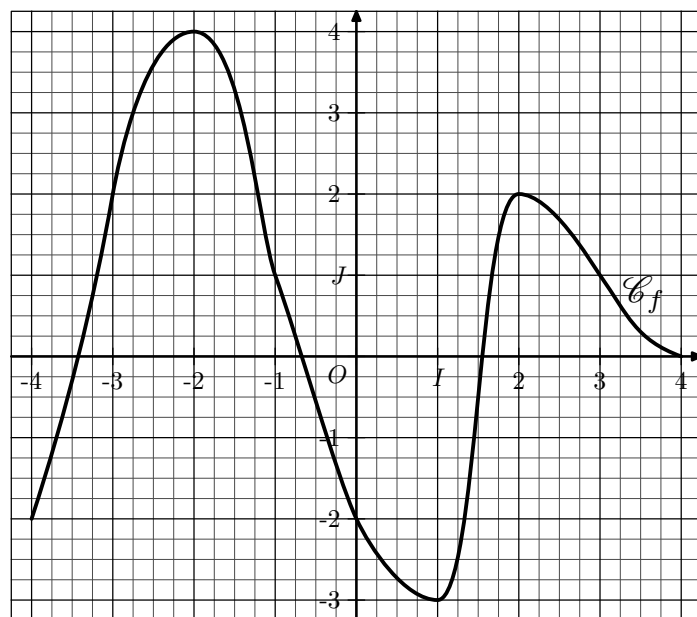
a. $u_2 = -0,5$ b. $u_3 = 2,5$

3. Compléter le tableau suivant :

| | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| u_n | | | | | | | | | | |

Exercice 4584

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère la représentation \mathcal{C}_f d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4; 4]$:



On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifiant les relations :

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad v_{n+1} = f(v_n)$$

vérifiant les conditions initiales suivantes :

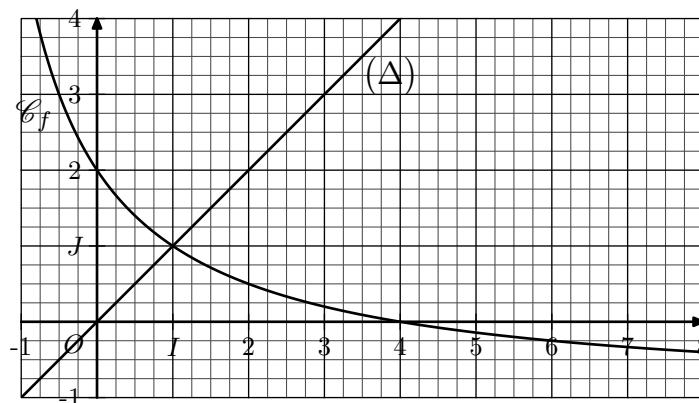
$$u_0 = -1 \quad ; \quad v_0 = -4$$

Déterminer les 100 premiers termes de chacune de ces deux suites.

Exercice 4609

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère la courbe \mathcal{C}_f de la fonction f dont l'image d'un nombre x est défini par :

$$f(x) = \frac{-x + 4}{x + 2}$$



La droite (Δ) est la première bissectrice du plan.

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad u_0 = 8$$

1. Sur l'axe des abscisses, présenter les valeurs des six premiers termes de la suite.
2. Déterminer, par le calcul, les trois premiers termes de la suite (u_n) .

5. Sens de variation : étude de fonction :

Exercice 4585 

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est donné par la formule :

$$u_n = n^2 - 7n + 1$$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

| | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| u_n | | | | | | | | | | | |

2. Après avoir donné le tableau de variations de la fonction f dont l'image de x est défini par :

$$f(x) = x^2 - 7x + 1$$

Etablir que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 4.

6. Sens de variations par différences : polynômes :

Exercice 7763 

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul ($n \in \mathbb{N}$) par la relation :

$$u_n = 3 \cdot n + 5$$

- a. Etablir que le terme de rang $n+1$ admet pour expression :

$$u_{n+1} = 3 \cdot n + 8$$

- b. En étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$, montrer que la suite (u_n) est croissante.

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n positif ou nul ($n \in \mathbb{N}$) par la relation :

$$v_n = -2 \cdot n^2 + n + 2$$

- a. Etablir que le terme de rang $n+1$ admet pour expression :

$$v_{n+1} = -2 \cdot n^2 - 3 \cdot n + 1$$

- b. Etablir que la différence consécutive de deux termes de la suite (v_n) a pour expression : $v_{n+1} - v_n = -4 \cdot n - 1$

- c. En déduire que la suite (v_n) est une suite décroissante sur \mathbb{N} .

Exercice 7808 

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul par :

$$u_n = -8 \cdot n^2 + 5 \cdot n + 7$$

1. Etablir que le terme de rang $n+1$ de la suite (u_n) admet pour expression :

$$u_{n+1} = -8 \cdot n^2 - 11 \cdot n + 4$$

2. En étudiant la différence $u_{n+1} - u_n$ de deux termes consécutifs de la suite (u_n) , montrer que la suite (u_n) est décroissante.


Exercice 7826 

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul ($n \in \mathbb{N}$) par la relation :

$$u_n = 3 \cdot n^2 - 2 \cdot n + 4$$

1. Exprimer le terme u_{n+1} en fonction de n .

2. En étudiant la différence $u_{n+1} - u_n$ de deux termes consécutifs de la suite (u_n) , montrer que la suite (u_n) est croissante.

Exercice 4607 

Pour chaque question, déterminer, en étudiant la différence $u_{n+1} - u_n$, le sens de variation de la suite (u_n) définie par :

a. $u_n = 3n^2 + n + 1$

b. $u_n = 2^n + 3n - 1$

c. $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$; $u_0 = -2$

d. $u_{n+1} = u_n - n + 5$; $u_0 = 2$

7. Sens de variations par différences : quotient :

Exercice 7760 

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n ($n \in \mathbb{N}$) par la relation :

$$u_n = \frac{n+3}{n+1}$$

1. Donner la valeur des quatre premiers termes de la suite (u_n) .

2. a. Etablir l'identité pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-2}{(n+1)(n+2)}$$

- b. En déduire que la suite (u_n) est décroissante sur \mathbb{N} .

Exercice 7785  

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par la relation :

$$u_n = \frac{n^2 - 1}{n + 2}$$

1. Déterminer la valeur exacte des cinq premiers termes de la suite (u_n) .

Puis, compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs approchées au centièmes près :

| | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| u_n | | | | | |

2. Pour tout entier naturel n , montrer que :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2 + 5 \cdot n + 3}{(n+2)(n+3)}$$

8. Sens de variations par quotient :

Exercice 7756

Rappels :

Pour tous nombres réels a et b et pour tous entiers relatifs n et m , on a :

- $a^0 = 1$ • $a^1 = a$ • $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ($a \neq 0$) • $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ • $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ ($b \neq 0$)

Dans cet exercice, on mettra en évidence la monotonie des suites par la méthode des quotients.

1. La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par :

$$u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

9. Sens de variations des suites arithmétiques :

Exercice 7758

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme 5 et de raison 2.

3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) sur \mathbb{N} .

Exercice 7812

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n strictement positif par : $u_n = \frac{3 \cdot n - 1}{(n-1)^2}$

En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.

Montrer que (u_n) est strictement décroissante.

2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$v_n = \frac{3^n}{4} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

Montrer que (v_n) est strictement croissante.

Exercice 7757

Etudier le sens de variation de chacune des suites suivantes :

1. La suite (u_n) est définie par la formule explicite :

$$u_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

2. La suite (v_n) est définie par la formule explicite :

$$v_n = \frac{3}{2^n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

10. Sens de variations des suites géométriques :

Exercice 7759

On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme 24 et de raison $\frac{1}{2}$.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n) .
2. Exprimer la valeur du terme v_n en fonction de son rang n .
3. Démontrer que la suite (v_n) est décroissante.

Exercice 7779

Une entreprise décide de rentrer en bourse. Lors de son en-

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n) .

2. Exprimer la valeur du terme u_n en fonction de son rang n .

3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

trée en bourse, le prix d'une action est de 50 €.

Elle espère que le prix de son action augmente de 5% par an.

On note u_0 le prix de l'action lors de son entrée en bourse et u_n , pour tout entier n strictement positif, le prix de l'action au bout de n années.

1. Donner la nature et les éléments caractéristiques de la suite (u_n) .
2. a. Donner la formule explicite du terme de rang n de la suite (u_n) .
b. Donner le prix de l'action au bout de 10 ans

3. a. Donner le sens de variation de la suite (u_n) . Justifier votre réponse.

b. A l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien d'années le prix de l'action dépassera 100€.

Exercice 7810 

L'indice de référence des loyers (IRL) sert de base pour réviser les loyers des logements vides ou meublés. Il fixe les plafonds des augmentations annuelles des loyers que peuvent exiger les propriétaires.

Source : <http://service-public.fr>

Un logement est loué en 2018 pour un loyer de 814€ et dont l'augmentation est fixé à 0,5% par an. On note u_n le montant du loyer à l'année 2018+n.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n) .

2. a. Donner l'expression des termes de la suite (u_n) en fonction n .

b. Déterminer le montant du loyer en 2030.

3. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'année pour laquelle le loyer dépasse pour la première fois 900€.

11. Sens de variations, vers les suites arithmético-géométriques :

Exercice 7777 

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul ($n \in \mathbb{N}$) par la relation :

$$u_n = 1,2^n + 30$$

1. Etablir, pour tout entier naturel n ($n \in \mathbb{N}$), on a la relation :

$$u_{n+1} - u_n = 0,2 \times 1,2^n$$

2. En déduire que la suite (u_n) est croissante sur \mathbb{N} .

Exercice 7778 

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul ($n \in \mathbb{N}$) par la relation :

$$u_n = 400 \times 0,8^n + 30$$

1. Etablir, pour tout entier naturel n ($n \in \mathbb{N}$), on a la relation :

$$u_{n+1} - u_n = -80 \times 0,8^n$$

2. En déduire que la suite (u_n) est décroissante sur \mathbb{N} .

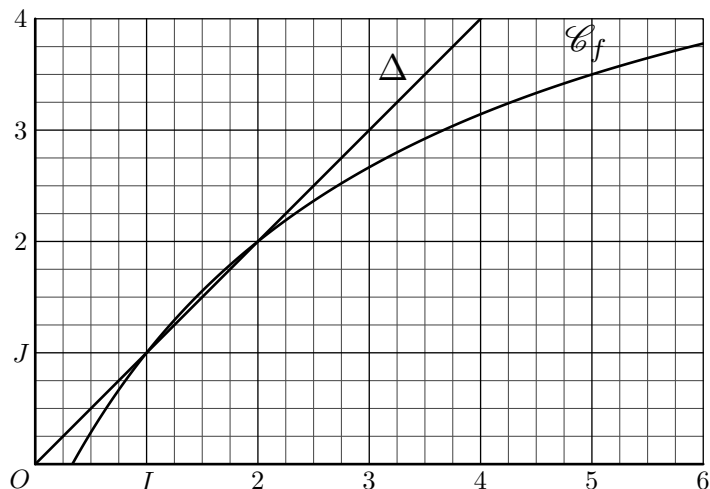
12. Un peu plus :

Exercice 4619 

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ par la relation :

$$f(x) = \frac{6x - 2}{2x + 1}$$

Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



La droite Δ est la première bissectrice du plan ; son équation cartésienne est $y = x$.

1. a. Etablir l'égalité :

$$f(x) - x = \frac{-2x^2 + 5x - 2}{2x + 1}$$

b. Déterminer le tableau de signe de l'expression $f(x) - x$ sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

c. En déduire les positions relatives des courbes \mathcal{C}_f et Δ sur $[0; +\infty[$.

2. On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 6 \quad ; \quad u_{n+1} = f(u_n)$$

a. Représenter, sur l'axe des abscisses du repère, les six premiers termes de la suite (u_n) (on laissera apparent les traits de construction).

b. Déterminer la valeur des trois premiers termes de la suite (u_n)

c. On admet que tous les termes de la suite sont supérieurs ou égaux à 2. En déduire que la suite (u_n) est décroissante.