Compiler exercice | Compiler correction | Plus d'option

Première ES/Etudes de suites

1. Rappels : généralité :

Exercice 7716

Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

b. $u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2\ ;\ u_0 = 3$

c. $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$

d. $u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2\ ;\ u_0 = 1$

e. $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$

f. $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}\ ;\ u_0 = 2$

2. Rappels : suites arithmétiques et géométriques :

Exercice 7718

Un demandeur d'emploi se voit proposer deux offres :

- Un salaire initial de 1150 euros par mois et une augmentation de 5 % par mois.
  On note (a_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.
- Un salaire initial de 1200 euros par mois et une augmentation de 3 % par mois. On note (b_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

1. Donner la nature et les élèments caractéristiques de chacune des suites (a_n) et (b_n).

2. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des termes au centième près.

n	0	1	2	3	4
a_n					
b_n					

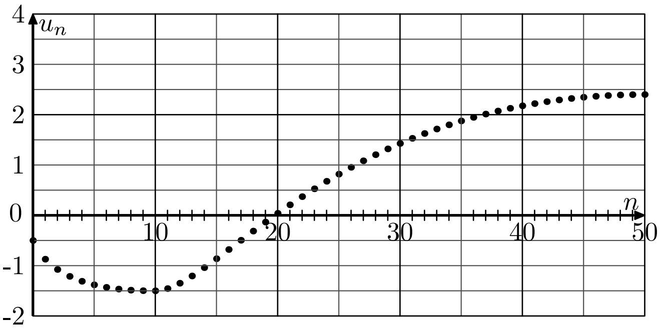
3. a. Au bout du $5^{\text{ième}}$ mois, quelle est la proposition rendant le salaire le plus avantageux?

   b. A la vue de la somme reçue au terme des cinq mois, quelle est la proposition la plus avantageuse?

3. Représentation graphique (explicite) :

Exercice 7750

On considère une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$. Dans un repère sont représentés les points de coordonnées $(n\,;u_n)$ pour n compris entre 0 et 50 :

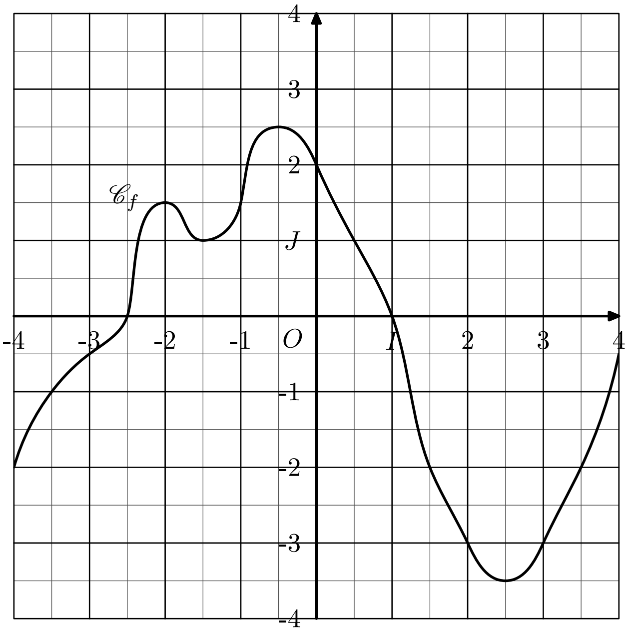


1. Donner les valeurs exactes de u_0 et u_{10}.
2. Donner des valeurs approchées de u_5, u_{30} et u_{40}.
3. Que peut-on dire des valeurs des termes u_n lorsque la valeur de n augmente?

4. Representation graphique (récurrence) :

Exercice 4583

On considère la fonction f définie sur $[-4\,;4]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation

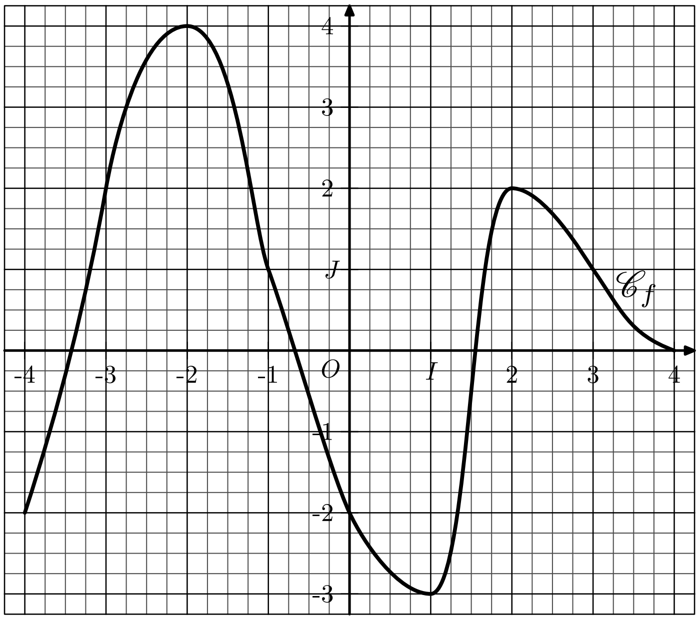
$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = f(u_n)$$

1. Montrer que le terme u_1 est égal à -3.
2. Justifier les égalités suivantes :
   a. $u_2 = -0{,}5$ b. $u_3 = 2{,}5$
3. Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										

Exercice 4584

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère la représentation $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$:



On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant les relations :

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad v_{n+1} = f(v_n)$$

vérifiant les conditions initiales suivantes :

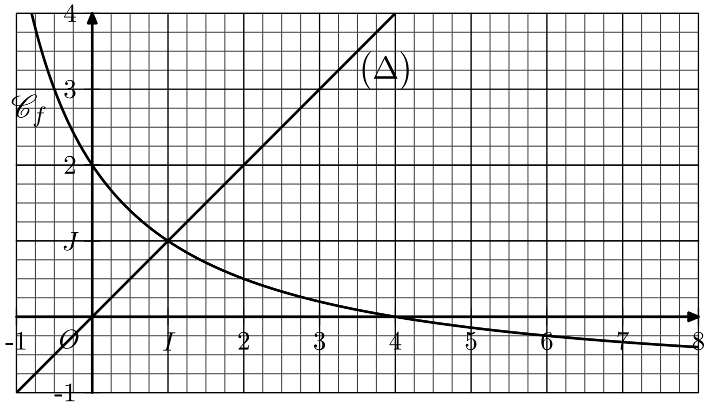
$$u_0 = -1 \quad ; \quad v_0 = -4$$

Déterminer les 100 premiers termes de chacune de ces deux suites.

Exercice 4609

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dont l'image d'un nombre x est défini par :

$$f(x) = \frac{-x+4}{x+2}$$



La droite (Δ) est la première bissectrice du plan.

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad u_0 = 8$$

1. Sur l'axe des abscisses, présenter les valeurs des six premiers termes de la suite.
2. Déterminer, par le calcul, les trois premiers termes de la suite (u_n).

5. Sens de variation : étude de fonction :

Exercice 4585

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est donné par la formule :
$u_n = n^2 - 7n + 1$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n											

2. Après avoir donner le tableau de variations de la fonction f dont l'image de x est défini par :
$f(x) = x^2 - 7x + 1$
Etablir que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 4.

6. Sens de variations par différences : polynômes :

Exercice 7763

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ par la relation :
$u_n = 3{\cdot}n + 5$
   a. Etablir que le terme de rang $n+1$ admet pour expression :
   $u_{n+1} = 3{\cdot}n + 8$
   b. En étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$, montrer que la suite (u_n) est croissante.

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ par la relation :
$v_n = -2{\cdot}n^2 + n + 2$
   a. Etablir que le terme de rang $n+1$ admet pour expression :
   $v_{n+1} = -2{\cdot}n^2 - 3{\cdot}n + 1$
   b. Etablir que la différence consécutive de deux termes de la suite (v_n) a pour expression : $v_{n+1} - v_n = -4{\cdot}n - 1$
   c. En déduire que la suite (v_n) est une suite décroissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice 7808

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul par :
$u_n = -8{\cdot}n^2 + 5{\cdot}n + 7$

1. Etablir que le terme de rang $n+1$ de la suite (u_n) admet pour expression :
$u_{n+1} = -8{\cdot}n^2 - 11{\cdot}n + 4$
2. En étudiant la différence $u_{n+1} - u_n$ de deux termes consécutifs de la suite (u_n), montrer que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 7826

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ par la relation :
$u_n = 3{\cdot}n^2 - 2{\cdot}n + 4$

1. Exprimer le terme u_{n+1} en fonction de n.
2. En étudiant la différence $u_{n+1} - u_n$ de deux termes consécutifs de la suite (u_n), montrer que la suite (u_n) est croissante.

Exercice 4607

Pour chaque question, déterminer, en étudiant la différence $u_{n+1} - u_n$, le sens de variation de la suite (u_n) définie par :

a. $u_n = 3n^2 + n + 1$

b. $u_n = 2^n + 3n - 1$

c. $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$; $u_0 = -2$

d. $u_{n+1} = u_n - n + 5$; $u_0 = 2$

7. Sens de variations par différences : quotient :

Exercice 7760

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par la relation :
$$u_n = \frac{n+3}{n+1}$$

1. Donner la valeur des quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. a. Etablir l'identité pour tout entier naturel n :
$$u_{n+1} - u_n = \frac{-2}{(n+1)(n+2)}$$
   b. En déduire que la suite (u_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice 7785

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par la relation :
$$u_n = \frac{n^2 - 1}{n+2}$$

1. Déterminer la valeur exacte des cinq premiers termes de la suite (u_n).

Puis, compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs approchées au centièmes près :

n	0	1	2	3	4
u_n					

2. Pour tout entier naturel n, montrer que :
$$u_{n+1} - u_n = \frac{n^2+5\cdot n+3}{(n+2)(n+3)}$$

3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$.

Exercice 7812

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n strictement positif par : $u_n = \dfrac{3\cdot n-1}{(n-1)^2}$

En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite (u_n) est strictement décroissante.

8. Sens de variations par quotient :

Exercice 7756

Rappels :

Pour tous nombres réels a et b et pour tous enties relatifs n et m, on a :

- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $(a\neq 0)$
- $(a^n)^m = a^{n\times m}$
- $a^n \times b^n = (a\times b)^n$
- $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ $(b\neq 0)$

Dans cet exercice, on mettra en évidence la monotonie des suites par la méthode des quotients.

1. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
$$u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
Montrer que (u_n) est strictement décroissante.

2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$$v_n = \frac{3^n}{4} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$
Montrer que (v_n) est strictement croissante.

Exercice 7757

Etudier le sens de variation de chacune des suites suivantes :

1. La suite (u_n) est définie par la formule explicite :
$$u_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

2. La suite (v_n) est définie par la formule explicite :
$$v_n = \frac{3}{2^n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

9. Sens de variations des suites arithmétiques :

Exercice 7758

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme 5 et de raison 2.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Exprimer la valeur du terme u_n en fonction de son rang n.
3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

10. Sens de variations des suites géométriques :

Exercice 7759

On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme 24 et de raison $\dfrac{1}{2}$.

1. Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n).
2. Exprimer la valeur du terme v_n en fonction de son rang n.
3. Démontrer que la suite (v_n) est décroissante.

Exercice 7779

Une entreprise décide de rentrer en bourse. Lors de son entrée en bourse, le prix d'une action est de 50 €.
Elle espère que le prix de son action augmente de 5 % par an.

On note u_0 le prix de l'action lors de son entrée en bourse et u_n, pour tout entier n strictement positif, le prix de l'action au bout de n années.

1. Donner la nature et les élèments caractéristiques de la suite (u_n).
2. a. Donner la formule explicite du terme de rang n de la suite (u_n).
   b. Donner le prix de de l'action au bout de 10 ans

3. a. Donner le sens de variation de la suite (u_n). Justifier votre réponse.

b. A l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien d'années le prix de l'action dépassera 100 €.

Exercice 7810

L'indice de référence des loyers *(IRL)* sert de base pour réviser les loyers des logements vides ou meublés. Il fixe les plafonds des augmentations annuelles des loyers que peuvent exiger les propriétaires.

Source : http://service-public.fr

Un logement est loué en 2018 pour un loyer de 814 € et dont l'augmentation est fixé à 0,5 % par an. On note u_n le montant du loyer à l'année 2018+n.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n)? Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_b).

2. a. Donner l'expression des termes de la suite (u_n) en fonction n.

   b. Déterminer le montant du loyer en 2030.

3. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'année pour laquelle le loyer dépasse pour la première fois 900 €.

11. Sens de variations, vers les suites arithmético-géométriques :

Exercice 7777

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ par la relation :

$u_n = 1{,}2^n + 30$

1. Etablir, pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$, on a la relation :
   $u_{n+1} - u_n = 0{,}2 \times 1{,}2^n$

2. En déduire que la suite (u_n) est croissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice 7778

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ par la relation :

$u_n = 400 \times 0{,}8^n + 30$

1. Etablir, pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$, on a la relation :
   $u_{n+1} - u_n = -80 \times 0{,}8^n$

2. En déduire que la suite (u_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$.

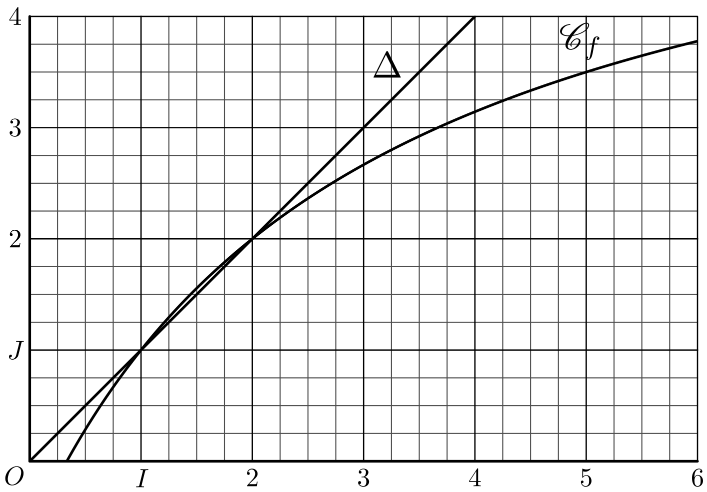
12. Un peu plus :

Exercice 4619

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :

$$f(x) = \frac{6x - 2}{2x + 1}$$

Dans le repère $(O ; I ; J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



La droite Δ est la première bissectrice du plan ; son équation cartésienne est $y = x$.

1. a. Etablir l'égalité :
   $$f(x) - x = \frac{-2x^2 + 5x - 2}{2x + 1}$$

   b. Déterminer le tableau de signe de l'expression $f(x) - x$ sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

   c. En déduire les positions relatives des courbes $\mathscr{C}_f$ et Δ sur $[0 ; +\infty[$.

2. On considère la suite (u_n) définie par :
   $u_0 = 6 \quad ; \quad u_{n+1} = f(u_n)$

   a. Représenter, sur l'axe des abscisses du repère, les six premiers termes de la suite (u_n) *(on laissera apparent les traits de construction)*.

   b. Déterminer la valeur des trois premiers termes de la suite (u_n)

   c. On admet que tous les termes de la suite sont supérieurs ou égaux à 2. En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

