Compiler exercice

Compiler correction

Plus d'option

Première ES/Bernouilli et binomiale

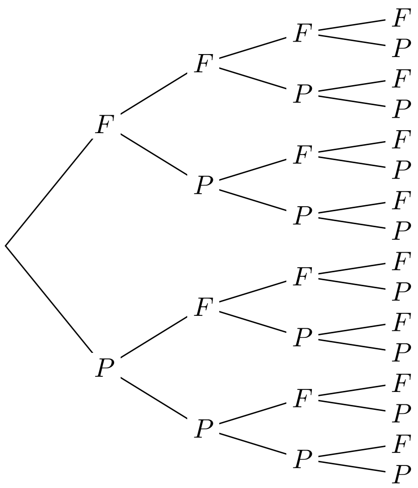
1. Introduction :

Exercice 389

1. Un joueur lance une pièce qui n'est pas équilibré dont la probabilité d'obtenir le côté face est de 0,63.

   Quel est la probabilité d'obtenir le côté pile?

On souhaite étudier certains évènements issus de quatre lancers de cette pièce. On admet que ces lancers sont indépendants entre eux.



Remarque : les évènements élémentaires P-P-F-P et P-F-P-P sont des issues différentes de cette expérience aléatoire mais chacune d'elles réalise le même nombre de piles et que de faces.

2. a. Combien d'issus correspondent à l'obtention de 3 côtés faces et 1 côté pile?

   b. Quel est la probabilité d'une issue contenant 3 côtés faces et 1 côté pile?

   c. En déduire la probabilité d'obtenir 3 côtés faces au cours de ce jeu.

3. a. Parmi les calculs suivants, lequel représente la probabilité d'une issue contenant exactement 2 côtés faces :

   $(1-0{,}63)^2$; $0{,}63^3\times(1-0{,}63)$

   $0{,}63^2\times(1-0{,}63)^2$; $0{,}63\times(1-0{,}63)^3$

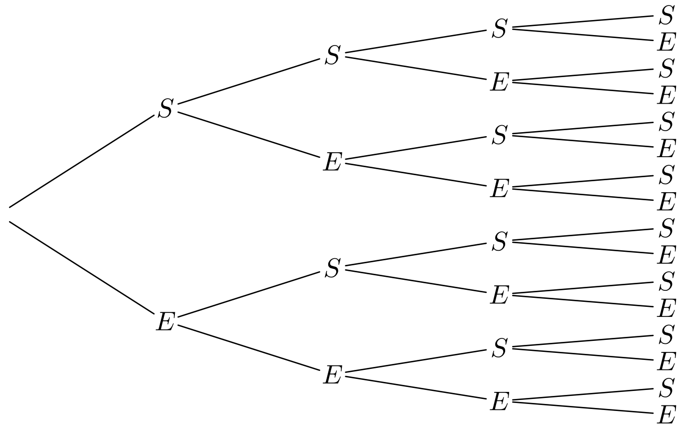
   b. Déterminer la probabilité d'obtenir 2 côtés faces au cours de ce jeu.

Exercice 4886

Dans un jeu issu d'une expérience aléatoire, on ne considère que deux issues : le succès (S) à ce jeu et l'échec (E).
La probabilité du succès est de 0,15.

Partie A : répétition successive et indépendante de 4 parties

Voici l'arbre de choix correspondant à cette répétition d'expériences ;

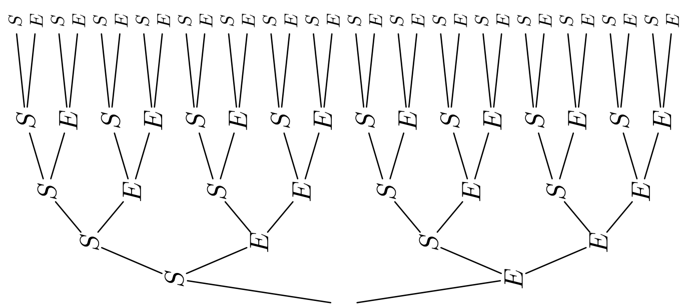


1. Déterminer la probabilité de l'évènement A :
   "Le joueur a gagné exactement 3 fois"

2. Déterminer la probabilité de l'évènement B :
   "Le joueur a gagné exactement 2 fois"

Partie B : répétition successive et indépendante de 5 parties

Voici l'arbre de choix correspondant à ce jeu :

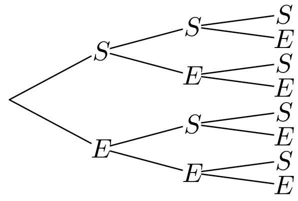


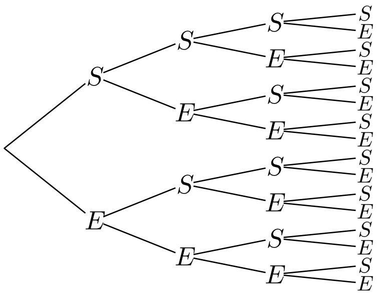
3. Déterminer la probabilité de l'évènement C :
   "Le joueur a gagné exactement 3 fois".

2. Schéma de Bernoulli :

Exercice 4887

Voici les arbres de choix associés à la répétition d'une épreuve de Bernoulli respectivement 3 et 4 fois :





1. Pour la répétition trois fois de l'épreuve de Bernoulli, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succès	0	1	2	3
Nombre d'issues				

2. a. Pour la répétition quatre fois de l'épreuve de Bernoulli, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succès	0	1	2	3	4
Nombre d'issues					

   b. Y a-t-il une méthode pour obtenir le second tableau à partir du premier?

Exercice 4888

On considère une urne contenant 6 boules rouges et 4 boules bleus indiscernable au toucher.

1. On tire une boule au hasard dans cet urne. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge?

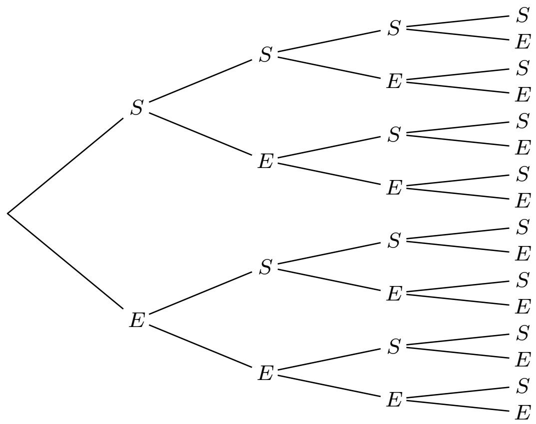
On décide de tirer successivement trois boules. On remet à chaque fois la boule dans l'urne *(on dit que le tirage se fait avec remise)*.

2. On considère le schéma de Bernoulli issu de cette répétition où le succès est associé à l'évènement "*avoir tiré une boule rouge*"
   a. Quels sont les paramètres de ce schéma de Bernoulli?
   b. Construire l'arbre représentant cette situation.
   c. Combien d'évèments élémentaires réalisent l'évènement :
   "*avoir tiré 2 boules rouges*"

3. Coefficient binomial :

Exercice 4911

1. On considère l'arbre de choix ci-dessous issu de la répétition quatre fois d'une épreuve de Bernoulli :



Déterminer les coefficients binomiaux ci-dessous :

a. $\binom{4}{2}$ b. $\binom{4}{3}$

2. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur des coefficients binomiaux suivants :

a. $\binom{5}{3}$ a. $\binom{12}{5}$ a. $\binom{8}{6}$ a. $\binom{7}{2}$

4. Loi binomiale :

Exercice 4938

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n=35$ et $p=0{,}34$.

Déterminer la valeur exacte puis la valeur approchée à 10^{-5} de chacune des probabilités suivantes :

a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=10)$ c. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=20)$

Exercice 7830

Un joueur dispose d'un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. A chaque lancer, il gagne s'il obtient 2, 3, 4, 5 ou 6 ; il perd s'il obtient 1.

Une partie est constituée de 5 lancers du dé successifs et indépendants.

Déterminer la probabilité exacte pour que le joueur perde 3 fois au cours d'une partie, puis sa valeur arrondie au dixième.

5. Loi binomiale et calculatrice :

Exercice 7831

On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi binomiale de paramètres $n=15$ et $p=0{,}63$.

1. A l'aide de la calculatrice, déterminer les coefficients binomiaux suivants :

   a. $\binom{15}{13}$ b. $\binom{15}{14}$ c. $\binom{15}{15}$

2. A l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie à 10^{-4} près des probabilités suivantes :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=13)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=14)$ c. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=15)$

3. En déduire la valeur, arrondie à 10^{-4} près, de la probabilité de l'évènement $\{\mathcal{X}\leqslant 12\}$.

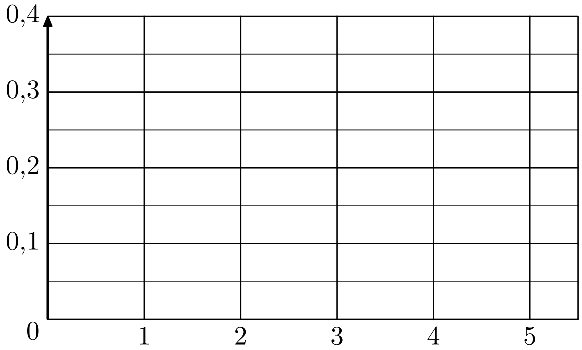
6. Loi binomiale et représentation :

Exercice 4930

1. On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètres $n=5$ et $p=0{,}5$.

   a. A l'aide de la calculatrice et en arrondissant les valeurs à 10^{-4}, dresser le tableau présentant la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

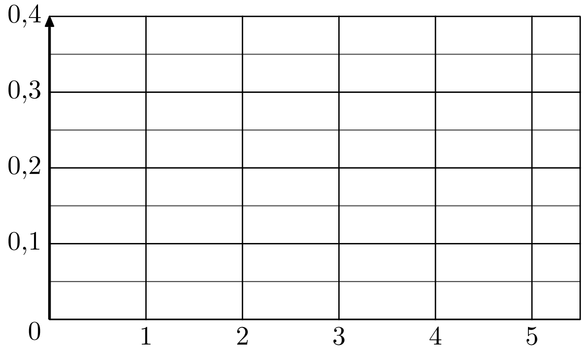
   b. Tracer le diagramme en barre représentant la loi de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.



2. On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètres $n=5$ et $p=0{,}37$.

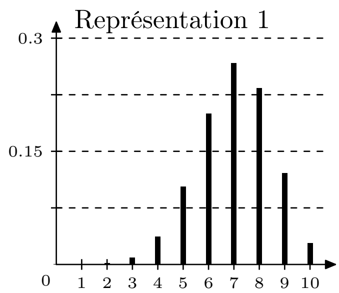
   a. A l'aide de la calculatrice et en arrondissant les valeurs à 10^{-4}, dresser le tableau présentant la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

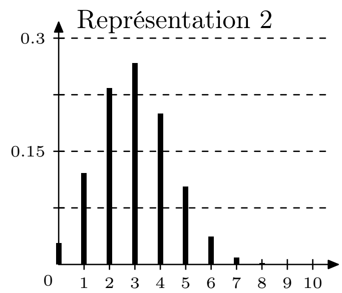
   b. Tracer le diagramme en barre représentant la loi de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.



Exercice 4937

Des deux représentations ci-dessous et sans justification, donner celle qui représente la loi d'une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0{,}3$:





7. Loi binomiale et fonction de répartition :

Exercice 4926

On considère une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi binomiale de paramètres $n=15$ et $p=0{,}63$.

On donnera la probabilité exacte de chacune des probabilités demandées.

1. Déterminer les probabilités suivantes :

   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=0)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=1)$ c. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=5)$

2. Donner la probabilité de l'évènement $\{\mathcal{X}\geqslant 14\}$.

8. Loi binomiale, fonction de répartition et calculatrice :

Exercice 4929

On suppose qu'une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètres $n=8$ et $p=0{,}37$

Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(3\leqslant\mathcal{X}\leqslant 7)$ arrondie au centième près.

9. Loi binomiale et complémentaire :

Exercice 4928

On suppose qu'une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètres $n=5$ et $p=0{,}6$

1. A l'aide de la calculatrice, dresser un tableau représentant la loi de la variable $\mathcal{X}$ avec les probabilités arrondies au millième près.
2. En déduire les probabilités suivantes arrondies au centième :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 1)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}>1)$

Exercice 4927

Un vaccin est en phase de test sur une population de 100 individus. 30 d'entre eux réagissent avec ce vaccin avec de fortes fièvres. Chaque phase de test est effectué sur un groupe de 5 individus choisis au hasard et indépendemment entre chaque test.

Notons $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à chaque phase de test le nombre d'individus ayant eu une réaction avec de fortes fièvres.

1. Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale dont on précisera les valeurs des paramètres.
2. Déterminer la probabilité pour que 2 individus aient réagi au vaccin avec de la fièvre sur une phase de test.
3. Sur une phase de test, quelle est la probabilité qu'au moins 4 individus aient réagi avec de la fièvre.

Exercice 7487

Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par $\mathcal{X}$ la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.
On sait 38 % des candidats ont été recrutés.

1. Justifier que $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0{,}38$.
2. Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée.
   On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3}.

10. Intervalle de fluctuation :

Exercice 7857

Un agriculture conditionne ses tomates en fonction de leur taille *(calibre)*. A ses fournisseurs, il annonce que 40 % de ses tomates ont un calibre supérieur ou égal à 6 *(un diamètre supérieur à 47 mm)*.

Se rendant dans l'exploitation, un fournisseur prélève 30 tomates et observent que, parmi elles, 10 tomates sont d'un calibre supérieur ou égal à 6.

Ci-contre est donnée la loi cumulative d'une variable aléatoire binomiale de paramètres 30 et 0,4.
On peut y extraire les résultats ci-dessous :
$\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 10)\approx 0{,}2915$; $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 20)\approx 0{,}9991$

L1	L2
0	2.2E-7
1	4.6E-6
2	4.7E-5
3	3.1E-4
4	0.0015
5	0.0057
6	0.0172
7	0.0435
8	0.094
9	0.1763
10	0.2915
11	0.4311
12	0.5785
13	0.7145
14	0.8246
15	0.9029
16	0.9519
17	0.9788
18	0.9917
19	0.9971
20	0.9991
21	0.9998
22	1
23	1
24	1
25	1
26	1
27	1
28	1
29	1
30	1
------	------

1. a. Déterminer la valeur du plus petit entier a réalisant la condition :
   $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant a) > 0{,}025$
   b. Déterminer la valeur du plus petit entier b réalisant la condition :
   $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant b) \geqslant 0{,}975$
   c. En déduire l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence observée pour la variable aléatoire $\mathcal{X}$.
   (on arrondira les bornes à 10^{-3})
2. Que peut-on dire de l'observation du fournisseur?

Exercice 7858

On considère une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres 9 et 0,3 : $\mathcal{X}\sim\mathcal{B}(9\,;0{,}3)$

Le tableau ci-dessous donne des informations sur la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant k)$	0,04	0,196	0,463	0,73	0,901	0,975	0,996	1,0	1,0	1,0

Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ a au moins 95 % de chance de prendre ses valeurs dans l'intervalle $[0\,;5]$.

Exercice 7859

On considère une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres 9 et 0,5 : $\mathcal{X}\sim\mathcal{B}(9\,;0{,}5)$

Les deux tableau ci-dessous donne des informations sur la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant k)$	0,002	0,02	0,09	0,254	0,5	0,746	0,91	0,98	0,998	1,0

1. Pour quelles valeurs de k a-t-on : $\mathcal{P}\big(\mathcal{X}\leqslant k\big)>0{,}025$?
2. Pour quelles valeurs de k a-t-on : $\mathcal{P}\big(\mathcal{X}\leqslant k\big)\geqslant 0{,}975$?
3. Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ au moins 95 % de chance de prendre ses valeurs dans l'intervalle $\big[2\,;7\big]$.

